

Вариант № 4346070

1. Задание 1 № 314290. Найдите значение выражения

$$\left(\frac{8}{33} + \frac{13}{22}\right) : \frac{5}{18}.$$

Решение.

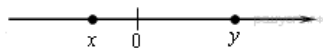
Приведём в скобках к общему знаменателю:

$$\left(\frac{8}{33} + \frac{13}{22}\right) : \frac{5}{18} = \frac{8 \cdot 2 + 13 \cdot 3}{66} \cdot \frac{18}{5} = \frac{55 \cdot 18}{66 \cdot 5} = \frac{5 \cdot 18}{6 \cdot 5} = 3.$$

Ответ: 3.

2. Задание 2 № 79. На координатной прямой отмечены числа x и y

:



Какое из следующих утверждений неверно?

- 1) $xy < 0$
- 2) $y - x < 0$
- 3) $x^2 y > 0$
- 4) $x + y > 0$

Решение.

Заметим, что $x < 0, y > 0$ и $|x| < |y|$. Проверим все варианты ответа:

- 1) $xy < 0$ — верно,
- 2) $y - x < 0$ — неверно,
- 3) $x^2 y > 0$ — верно,
- 4) $x + y > 0$ — верно.

Правильный ответ указан под номером 2.

3. Задание 3 № 311838. Укажите наибольшее из следующих чисел:

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $\sqrt{22}$
- 2) $2\sqrt{7}$
- 3) $(\sqrt{7})^2$
- 4) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$

Решение.

Чтобы ответить на вопрос, возведём в квадрат числа

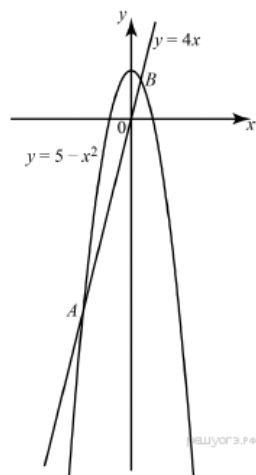
$$\sqrt{22}, 2\sqrt{7}, (\sqrt{7})^2, \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} :$$

$$(\sqrt{22})^2 = 22, \quad (2\sqrt{7})^2 = 28, \quad (\sqrt{7})^2 = 7, \quad \left(\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}\right)^2 = 16.$$

Сравним их: $16 < 22 < 28 < 49$, следовательно, наибольшее число $(\sqrt{7})^2$.

Правильный ответ указан под номером 3.

4. Задание 4 № 333139. На рисунке изображены графики функций $y = 5 - x^2$ и $y = 4x$. Вычислите абсциссу точки B .



Решение.

Точки A и B — точки пересечения графиков функций $y = 5 - x^2$ и $y = 4x$. Найдём координаты этих точек:

$$5 - x^2 = 4x \Leftrightarrow x^2 + 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5, \\ x = 1. \end{cases}$$

Абсцисса точки B больше нуля, следовательно, подходит только $x = 1$.

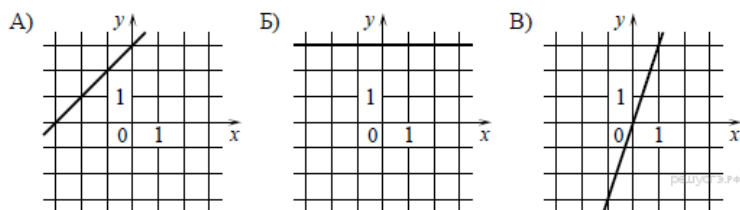
Ответ: 1.

5. Задание 5 № 340916. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

Формулы

- 1) $y = x + 3$ 2) $y = -3x$ 3) $y = 3$ 4) $y = 3x$

Графики



Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В

Решение.

Все представленные здесь функции — линейные. Общая формула для уравнения линейной функции: $y = kx + b$, если $k > 0$ функция возрастает, если $k < 0$ — убывает. Значению b соответствует значение функции в точке $x = 0$.

Уравнение $y = x + 3$ задаёт возрастающую функцию, пересекающую ось ординат в точке 3.

Уравнение $y = -3x$ задаёт убывающую функцию, пересекающую ось ординат в точке 0.

Уравнение $y = 3$ задаёт функцию, не пересекающую ось ординат.

Уравнение $y = 3x$ задаёт возрастающую функцию, пересекающую ось ординат в точке 0.

Таким образом, установим соответствие: А — 1, Б — 3, В — 4.

Ответ: 134.

6. Задание 6 № 341202. Дана арифметическая прогрессия (a_n) , для которой $a_{10} = 19$, $a_{15} = 44$. Найдите разность прогрессии.

Решение.

Член арифметической прогрессии с номером n вычисляется по формуле $a_n = a_1 + d(n - 1)$. Зная, что $a_{10} = 19$, $a_{15} = 44$, получаем систему уравнений. Вычтем первое уравнение из второго и решим систему:

$$\begin{cases} 19 = a_1 + d(10 - 1), \\ 44 = a_1 + d(15 - 1), \end{cases} \Leftrightarrow 25 = 14d - 9d \Leftrightarrow d = 5.$$

Ответ: 5.

7. Задание 7 № 340585. Найдите значение выражения $9b + \frac{5a - 9b^2}{b}$ при $a = 9$, $b = 36$.

Решение.

Упростим выражение:

$$9b + \frac{5a - 9b^2}{b} = \frac{9b^2 + 5a - 9b^2}{b} = \frac{5a}{b}.$$

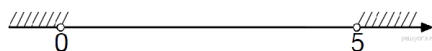
Подставляя значения букв, получаем:

$$\frac{5 \cdot 9}{36} = \frac{5}{4} = 1,25.$$

Ответ: 1,25.

8. Задание 8 № 333083. Решение какого из данных неравенств изображено на рисунке?

В ответе укажите номер правильного варианта.



1) $x^2 - 5x < 0$

2) $x^2 - 25 > 0$

3) $x^2 - 5x > 0$

4) $x^2 - 25 < 0$

Решение.

Решим каждое из неравенств:

1) $x^2 - 5x < 0 \Leftrightarrow x(x - 5) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 5$.

2) $x^2 - 25 > 0 \Leftrightarrow x^2 > 25 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -5, \\ x > 5. \end{cases}$

3) $x^2 - 5x > 0 \Leftrightarrow x(x - 5) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0, \\ x > 5. \end{cases}$

4) $x^2 - 25 < 0 \Leftrightarrow x^2 < 25 \Leftrightarrow -5 < x < 5$.

Правильный ответ указан под номером 3.

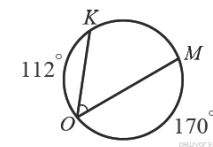
9. Задание 9 № 132778. Найдите меньший угол равнобедренной трапеции, если два ее угла относятся как 1:2. Ответ дайте в градусах.

Решение.

Пусть x — меньший угол трапеции, а $2x$ — больший угол. У равнобедренной трапеции углы при основаниях равны, поэтому их сумма равна $x + 2x + x + 2x = 6x$. Поскольку она равна 360° , находим: $x = 60^\circ$.

Ответ: 60.

10. Задание 10 № 311342. Найдите $\angle KOM$, если градусные меры дуг KO и OM равны 112° и 170° соответственно.



Решение.

Дуга KM , не содержащая точку O , равна $360^\circ - 170^\circ - 112^\circ = 78^\circ$, поэтому $\angle KOM = 39^\circ$.

Ответ: 39.

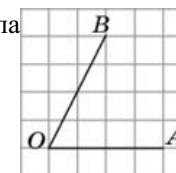
11. Задание 11 № 169863. Периметр квадрата равен 40. Найдите площадь квадрата.

Решение.

Периметр квадрата равен сумме длин всех его сторон. Таким образом, сторона квадрата равна 10. Площадь квадрата равна квадрату его стороны, поэтому она равна 100.

Ответ: 100.

12. Задание 12 № 323618. Найдите тангенс угла AOB , изображённого на рисунке.

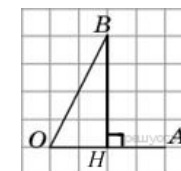


Решение.

Опустим перпендикуляр из точки B на прямую AO для получения прямоугольного треугольника. Тангенс угла в прямоугольном треугольнике — отношение противолежащего катета к прилежа-

щему: $\operatorname{tg} AOB = \frac{4}{2} = 2$.

Ответ: 2.



13. Задание 13 № 169917. Какие из следующих утверждений верны?

1) Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние накрест лежащие углы составляют в сумме 90° , то эти две прямые параллельны.

2) Если угол равен 60° , то смежный с ним равен 120° .

3) Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние односторонние углы равны 70° и 110° , то эти две прямые параллельны.

4) Через любые три точки проходит не более одной прямой.

Если утверждений несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние накрест лежащие углы составляют в сумме 90° , то эти две прямые параллельны.» — *неверно*, если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние односторонние углы составляют в сумме 180° , то эти две прямые параллельны.

2) «Если угол равен 60° , то смежный с ним равен 120° .» — *верно*, сумма смежных углов равна 180° .

3) «Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние односторонние углы равны 70° и 110° , то эти две прямые параллельны.» — *верно*, если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние односторонние углы составляют в сумме 180° , то эти две прямые параллельны.

4) «Через любые три точки проходит не более одной прямой.» — *верно*, через три точки либо нельзя провести прямую, если они не лежат на одной линии, либо можно, но только одну.

Ответ: 2; 3; 4.

14. Задание 14 № 311294. Бабушка, живущая в Краснодаре, отправила 1 сентября четыре посылки своим внукам, живущим в разных городах России. В таблице дано контрольное время в сутках, установленное для пересылки посылок наземным транспортом (без учёта дня приёма) между некоторыми городами России.

Пункт отправки	Пункт назначения				
	Архангельск	Астрахань	Барнаул	Белгород	Краснодар
Архангельск		9	12	7	10
Астрахань	9		11	8	8
Барнаул	12	11		11	12
Белгород	8	8	13		9
Краснодар	10	9	14	9	

Какая из данных посылок не была доставлена вовремя?

В ответе укажите номер правильного варианта.

1) пункт назначения — Белгород, посылка доставлена 10 сентября

2) пункт назначения — Астрахань, посылка доставлена 12 сентября

3) пункт назначения — Барнаул, посылка доставлена 15 сентября

4) пункт назначения — Архангельск, посылка доставлена 11 сентября

Решение.

Определим по таблице контрольное время для пересылки всех четырех посылок и сравним его с временем, которое посылка шла фактически:

1) Из Краснодара в Белгород: контрольное время 9 дней, шла 9 дней — доставлена вовремя;

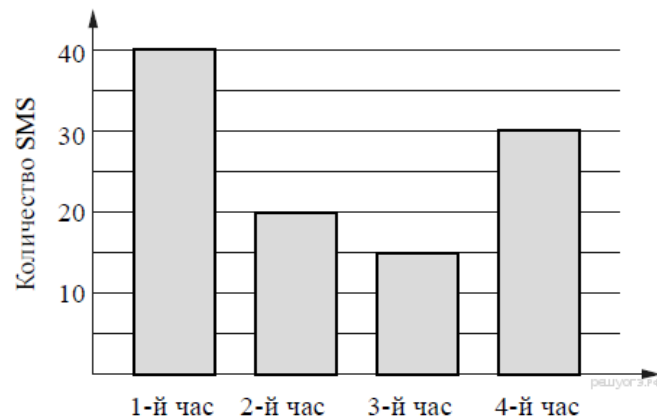
2) Из Краснодара в Астрахань: контрольное время 9 дней, шла 11 дней — доставлена не вовремя;

3) Из Краснодара в Барнаул: контрольное время 14 дней, шла 14 дней — доставлена вовремя;

4) Из Краснодара в Архангельск: контрольное время 10 дней, шла 10 дней — доставлена вовремя.

Правильный ответ указан под номером 2.

15. Задание 15 № 333016. На диаграмме показано количество SMS, присланных слушателями за каждый час четырёхчасового эфира программы по заявкам на радио. Определите, на сколько больше сообщений было прислано за первые два часа программы по сравнению с последними двумя часами этой программы.



Решение.

За первые два часа программы было прислано $40 + 20 = 60$ SMS сообщений. За последние два часа было прислано $15 + 30 = 45$ SMS сообщений. Таким образом, за первые два часа было прислано на $60 - 45 = 15$ сообщений больше по сравнению с последними двумя часами программы.

Ответ: 15.

16. Задание 16 № 318273. Масштаб карты 1:100 000. Чему равно расстояние между городами А и В (в км), если на карте оно составляет 2 см?

Решение.

Масштаб карты 1:100 000 означает, что расстояние на карте, равное 1 см равно 100 000 см на местности. Следовательно, расстояние между городами будет равно:

$$100\,000\text{ см} \cdot 2 = 200\,000\text{ см} = 2000\text{ м} = 2\text{ км}.$$

Ответ: 2.

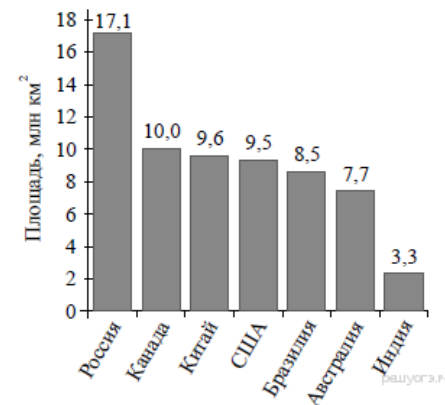
17. Задание 17 № 311918. Глубина бассейна составляет 2 метра, ширина — 10 метров, а длина — 25 метров. Найдите суммарную площадь боковых стен и дна бассейна (в квадратных метрах).

Решение.

Дно и стены бассейна — прямоугольники, поэтому площадь дна бассейна равна $10 \cdot 25 = 250\text{ м}^2$, а площадь четырех его стен равна $2 \cdot (2 \cdot 10 + 2 \cdot 25) = 140\text{ м}^2$. Тем самым, общая площадь равна 390 м^2 .

Ответ: 390.

18. Задание 18 № 135. На диаграмме представлены семь крупнейших по площади территории (в млн км²) стран мира.



Какое из следующих утверждений **верно**?

- 1) Площадь Австралии больше площади Китая.
- 2) Площадь России больше площади Бразилии более чем вдвое.
- 3) Площадь территории Индии составляет 4 млн км²
- 4) Аргентина входит в семерку крупнейших по площади территории стран мира.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Решение.

Обратим внимание на *второй* вариант ответа:

Из диаграммы находим, что площадь России равна 17,1 млн км², а Бразилии — 8,5 млн км². Разделим площадь России на площадь Бразилии: $\frac{17,1}{8,5} > 2$. Следовательно, площадь России больше площади Бразилии больше, чем в два раза.

Ответ: 2.

19. Задание 19 № 325683. На экзамене 60 билетов, Олег не **выучил** 12 из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный билет.

Решение.

Олег выучил $60 - 12 = 48$ билетов. Таким образом вероятность того, что ему попадет выученный билет равна $\frac{48}{60} = 0,8$.

Ответ: 0,8.

20. Задание 20 № 124. В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6000 + 4100 \cdot n$, где n — число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 5 колец.

Решение.

Подставим в формулу значение переменной n :

$$C = 6000 + 4100 \cdot 5 = 26\,500.$$

Ответ: 26 500.

21. Задание 21 № 314501. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x + y = 5, \\ \frac{x+2}{5} + \frac{y}{2} = -1. \end{cases}$$

Решение.

Выразим y из первого уравнения и подставим во второе, предварительно умножив обе его части на 10:

$$\begin{cases} 3x + y = 5, \\ \frac{x+2}{5} + \frac{y}{2} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - 3x, \\ 2x + 4 + 5y = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - 3x, \\ 2x + 4 + 5(5 - 3x) = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -4, \\ x = 3. \end{cases}$$

Ответ: (3; -4).

22. Задание 22 № 311570. Расстояние между пристанями А и В равно 126 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через 1 час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошел 34 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Решение.

Обозначим искомую скорость (в км/ч) за v . Плот прошёл 34 км, значит, он плыл 17 часов, а яхта 16 часов. Таким образом, имеем:

$$\frac{126}{v+2} + \frac{126}{v-2} = 16; \quad 126v - 252 + 126v + 252 = 16v^2 - 64; \quad 8v^2 - 126v - 32 = 0$$

откуда находим $v = 16$.

Ответ: 16 км/ч.

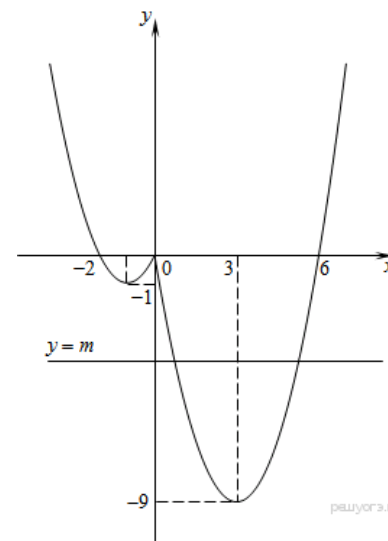
23. Задание 23 № 338249. Постройте график функции $y = x^2 - 4|x| - 2x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком не менее одной, но не более трёх общих точек.

Решение.

Раскрывая модуль, получим, что функцию можно представить следующим образом:

$$y = \begin{cases} x^2 + 2x, & \text{при } x < 0, \\ x^2 - 6x, & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$$

Этот график изображён на рисунке:



Из графика видно, что прямая $y = m$ имеет с графиком функции не менее одной, но не более трёх общих точек при m принадлежащем промежутку $[-9; -1] \cup [0; +\infty)$.

Ответ: $[-9; -1] \cup [0; +\infty)$.

24. Задание 24 № 316243. Основания трапеции равны 9 и 15. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.

Решение.

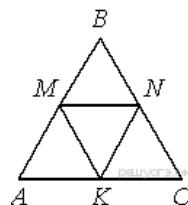
Пусть в трапеции $ABCD$ основания $BC = 9$, $AD = 15$. Обозначим середину диагонали AC через N , середину диагонали BD через M , а середину стороны CD через K .

Тогда NK — средняя линия треугольника ACD , MK — средняя линия треугольника BCD . Значит, точки N , M и K лежат на одной прямой, и

$$NM = NK - MK = 3.$$

Ответ: 3.

25. Задание 25 № 315030. В равностороннем треугольнике ABC точки M , N , K — середины сторон AB , BC , CA соответственно. Докажите, что $BMKN$ — ромб.



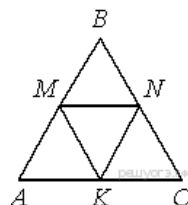
Решение.

Треугольник ABC — равносторонний, точки M , N , K — середины сторон, следовательно:

$$AM = MB = BN = NC = KC = AK.$$

Также углы A , B и C равны между собой, поскольку треугольник ABC — равносторонний.

Рассмотрим треугольники AMK , MBN и KNC , они имеют по паре равных сторон, а также равный угол между этими сторонами, следовательно эти треугольники равны. Заметим, также, что эти треугольники равнобедренные и угол при вершине равен 60° , следовательно углы при основаниях равны: $\frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$, то есть все углы в этих треугольниках равны 60° , значит, эти треугольники равносторонние. Поэтому $MK = MB = BN = NK$ то есть $BMKN$ — ромб.



26. Задание 26 № 316387. Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна 16, а площадь равна $32\sqrt{2}$.

Решение.

Из вершины C прямого угла прямоугольного треугольника ABC проведём медиану CM и высоту CH . Тогда

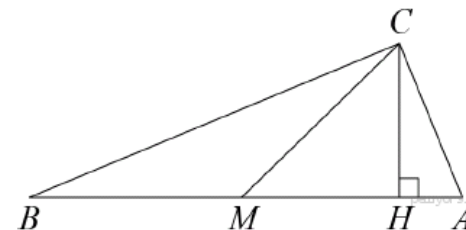
$$CM = \frac{1}{2}AB = 8$$

$$CH = \frac{2S_{\triangle ABC}}{AB} = \frac{2 \cdot 32\sqrt{2}}{16} = 4\sqrt{2}$$

В прямоугольном треугольнике CHM имеем

$$\sin \angle CMH = \frac{CH}{CM} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Значит, $\angle CMH = 45^\circ$



Будем считать, что точка H лежит на отрезке AM . Тогда CMH — внешний угол равнобедренного треугольника BMC , значит,

$$\angle ABC = \angle MBC = \frac{1}{2} \angle CMH = \frac{1}{2} \cdot 45^\circ = 22,5^\circ$$

Следовательно, $\angle BAC = 67,5^\circ$.

Ответ: $22,5^\circ$, $67,5^\circ$.

Ключ

№ п/п	№ задания	Ответ
1	314290	3
2	79	2
3	311838	3
4	333139	1
5	340916	134
6	341202	5
7	340585	1,25
8	333083	3
9	132778	60
10	311342	39
11	169863	100
12	323618	2
13	169917	2;3;4
14	311294	2
15	333016	15
16	318273	2
17	311918	390
18	135	2
19	325683	0,8
20	124	26500