

Вариант № 4345648

1. Задание 1 № 341375. Найдите значение выражения $\frac{6}{5 \cdot 4}$.

Решение.

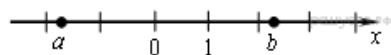
Вычислим:

$$\frac{6}{5 \cdot 4} = \frac{6}{20} = 0,3.$$

Ответ: 0,3.

2. Задание 2 № 316336. На координатной прямой отмечены числа a и b .

В ответе укажите номер правильного варианта.



Какое из следующих неравенств верно?

- 1) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
- 2) $a + b > 0$
- 3) $a(b - 2) \geq 0$
- 4) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > 0$

Решение.

Заметим, что $-2 < a < -1$ и $2 < b < 3$, и проверим все варианты ответа:

- 1) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ — неверно, поскольку $a < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{a} < 0$, а $b > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{b} > 0$.
- 2) $a + b > 0$ — верно, поскольку $0 < a + b < 2$.
- 3) $a(b - 2) \geq 0$ — неверно, поскольку $a < 0$, а $b - 2 > 0$.
- 4) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > 0$ — неверно, поскольку $-1 < \frac{1}{a} < -\frac{1}{2}$, а $\frac{1}{3} < \frac{1}{b} < \frac{1}{2}$ и, значит, $-\frac{2}{3} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < 0$.

Верным является утверждение 2.

3. Задание 3 № 338084. Какое из выражений равно степени 3^{k-2} .

- 1) $(3^k)^{-2}$
- 2) $3^k - 3^2$
- 3) $\frac{3^k}{3^2}$
- 4) $\frac{3^k}{3^{-2}}$

Решение.

Заметим, что:

$$3^{k-2} = 3^k \cdot 3^{-2} = \frac{3^k}{3^2}.$$

Правильный ответ указан под номером: 3.

4. Задание 4 № 314583. Найдите корни уравнения $6x^2 + 24x = 0$. Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

Решение.

Вынесем общий множитель за скобки:

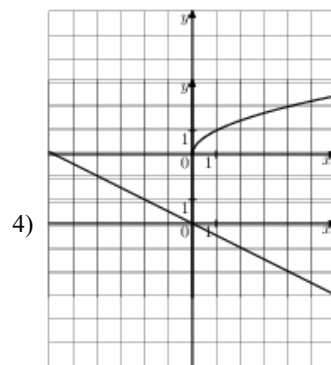
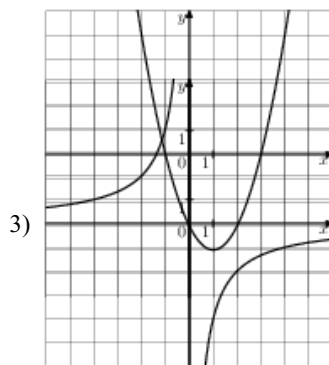
$$6x^2 + 24x = 0 \Leftrightarrow 6x(x + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ x = -4. \end{cases}$$

Ответ: -4; 0.

5. Задание 5 № 193096. На одном из рисунков изображен график функции $y = -\frac{4}{x}$. Укажите номер этого рисунка.

1)

2)



Решение.

График функции $y = -\frac{4}{x}$ проходит через точку $(-2; 2)$. Этому условию удовлетворяет только график, изображённый на рисунке 3.

Правильный ответ указан под номером 3.

6. Задание 6 № 341198. Дана геометрическая прогрессия (b_n) , для которой $b_5 = -14$, $b_8 = 112$. Найдите знаменатель прогрессии.

Решение.

Член геометрической прогрессии с номером n вычисляется по формуле $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$. Зная, что $b_5 = -14$ и $b_8 = 112$, получаем систему уравнений. Решим систему, разделив второе уравнение на первое:

$$\begin{cases} -14 = b_1 \cdot q^4, \\ 112 = b_1 \cdot q^7, \end{cases} \Leftrightarrow \frac{112}{-14} = \frac{b_1 \cdot q^7}{b_1 \cdot q^4} \Leftrightarrow q^3 = -8 \Leftrightarrow q = -2.$$

Ответ: -2.

7. Задание 7 № 62. Упростите выражение $(a-3)^2 - a(5a-6)$, найдите его значение при $a = -\frac{1}{2}$. В ответ запишите полученное число.

Решение.

Упростим выражение:

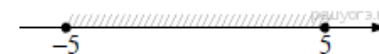
$$(a-3)^2 - a(5a-6) = a^2 - 6a + 9 - 5a^2 + 6a = -4a^2 + 9.$$

Найдём значение выражения при $a = -\frac{1}{2}$:

$$-4 \left(-\frac{1}{2} \right)^2 + 9 = -4 \cdot \frac{1}{4} + 9 = -1 + 9 = 8.$$

Ответ: 8.

8. Задание 8 № 341520. Решение какого из данных неравенств изображено на рисунке?



1) $x^2 - 25 \leq 0$

2) $x^2 + 25 \leq 0$

3) $x^2 + 25 \geq 0$

4) $x^2 - 25 \geq 0$

Решение.

Решим каждое из неравенств.

1) $x^2 - 25 \leq 0 \Leftrightarrow (x-5)(x+5) \leq 0 \Leftrightarrow -5 < x < 5$.

2) $x^2 + 25 \leq 0$ — решений нет.

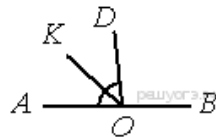
3) $x^2 + 25 \geq 0$ верно для всех x

4) $x^2 - 25 \geq 0 \Leftrightarrow (x-5)(x+5) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 5, \\ x < -5. \end{cases}$

На рисунке изображено решение первого неравенства.

Ответ: 1.

9. Задание 9 № 339515. Найдите величину угла DOK , если OK — биссектриса угла AOD , $\angle DOB = 108^\circ$. Ответ дайте в градусах.

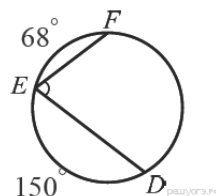


Решение.

Углы AOD и DOB — смежные, вместе составляют развёрнутый угол, следовательно, $\angle AOD = 180^\circ - \angle DOB = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$. Поскольку OK — биссектриса угла AOD , $\angle AOK = \angle KOD = \angle AOD/2 = 72^\circ/2 = 36^\circ$.

Ответ: 36.

10. Задание 10 № 311331. Найдите $\angle DEF$, если градусные меры дуг DE и EF равны 150° и 68° соответственно.

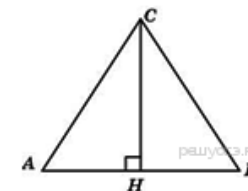


Решение.

Дуга FD , не содержащая точку E , равна $360^\circ - 150^\circ - 68^\circ = 142^\circ$, поэтому $\angle DEF = 71^\circ$.

Ответ: 71.

11. Задание 11 № 311332. В равнобедренном треугольнике ABC $AC = BC$. Найдите AC , если высота $CH = 12$, $AB = 10$.



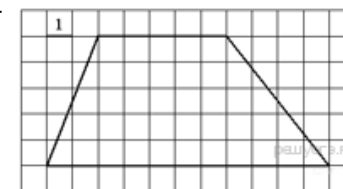
Решение.

В равнобедренном треугольнике высота, опущенная на основание делит основание пополам, то есть CH делит AB пополам. Тогда получаем прямоугольный треугольник ACH с двумя известными катетами $CH = 12$ и $HA = \frac{AB}{2} = \frac{10}{2} = 5$, гипотенузой которого является искомая AC . По теореме Пифагора найдем

$$AC = \sqrt{CH^2 + HA^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13.$$

Ответ: 13.

12. Задание 12 № 314837. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Решение.

Площадь трапеции — произведение полусуммы оснований на высоту:

$$S = \frac{5 + 11}{2} \cdot 5 = 40.$$

Ответ: 40.

13. Задание 13 № 341047. Какое из следующих утверждений верно?

1) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

2) Диагонали ромба равны.

3) Тангенс любого острого угла меньше единицы.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.» — *верно*, это утверждение — один из признаков подобия треугольников.

2) «Диагонали ромба равны.» — *неверно*, диагонали ромба не равны.

3) «Тангенс любого острого угла меньше единицы.» — *неверно*, тангенс может быть больше единицы.

Ответ: 1.

14. Задание 14 № 311292. Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшая, отборная, первая, вторая и третья. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо, массой 65,8 г.

Категория	Масса одного яйца, г
Высшая	75,0 и выше
Отборная	65,0 – 74,9
Первая	55,0 – 64,9
Вторая	45,0 — 54,9
Третья	35,0 — 44,9

В ответе укажите номер правильного варианта.

1) Высшая

2) Отборная

3) Первая

4) Вторая

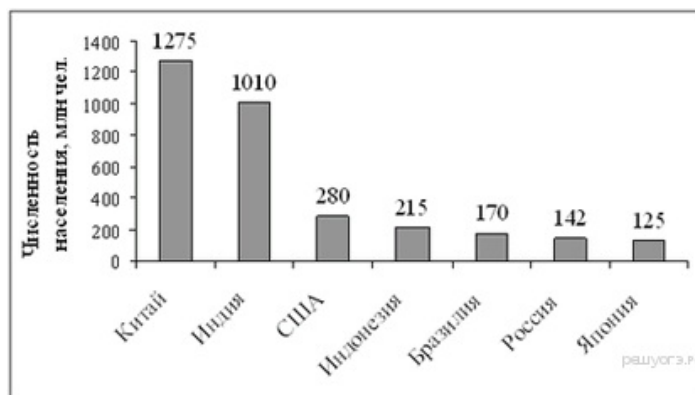
Решение.

По условию задачи масса яйца равна 65,8 г. Данное значение попадает в промежуток 65,0–74,9 г. Таким образом, яйцо по массе попадает в категорию отборных.

Правильный ответ указан под номером 2.

15. Задание 15 № 315200. На диаграмме представлены некоторые из крупнейших по численности населения стран мира.

Численность населения какого государства примерно в 6 раз меньше численности населения Китая? В ответе напишите численность населения этого государства в млн чел.



Решение.

Из диаграммы видно, что численность населения Китая 1275 млн чел., следовательно, государство с численностью населения примерно в 6 раз меньше должно иметь численность населения около $1275 : 6 = 212,5$ млн чел. Из диаграммы видно, что такое государство — Индонезия.

Ответ: 215.

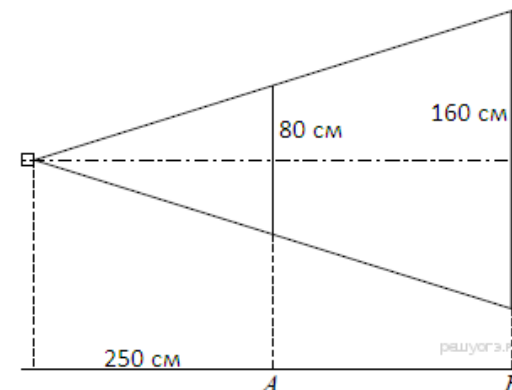
16. Задание 16 № 137257. На счет в банке, доход по которому составляет 15% годовых, внесли 24 тыс. р. Сколько тысяч рублей будет на этом счете через год, если никаких операций со счетом проводиться не будет?

Решение.

Найдем, сколько процентов будет через год: $100\% + 15\% = 115\%$. Таким образом, через год в банке будет: $24\ 000 \cdot 1,15 = 27\ 600$ руб. или 27,6 тыс. руб.

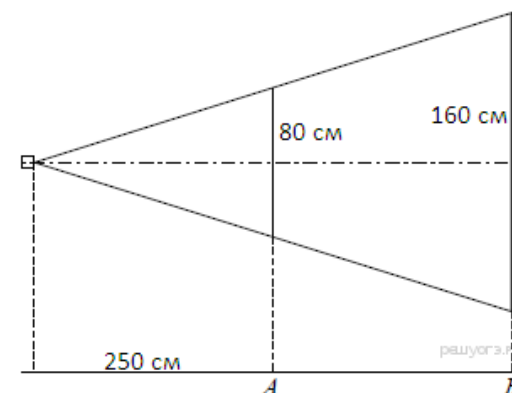
Ответ: 27,6.

17. Задание 17 № 44. Проектор полностью освещает экран A высотой 80 см, расположенный на расстоянии 250 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран B высотой 160 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными?



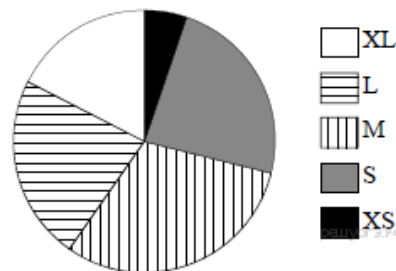
Решение.

Заметим, что высота экрана, расположенного на расстоянии 250 см, в 2 раза меньше высоты экрана, расположенного на искомом расстоянии, значит, по теореме о средней линии, искомое расстояние в два раза больше первоначального экрана: $250 \cdot 2 = 500$.



Ответ: 500.

18. Задание 18 № 333124. В магазине продаются футболки пяти размеров: XS, S, M, L и XL. Данные по продажам в январе представлены на круговой диаграмме.



Какие утверждения относительно проданных в январе футболок **неверны**, если всего в январе было продано 150 таких футболок?

- 1) Меньше всего было продано футболок размера XS.
- 2) Меньше половины проданных футболок – футболки размеров M и L.
- 3) Меньше половины всех проданных футболок – футболки размеров S и M.
- 4) Футболок размера XL было продано меньше 40 штук.

Решение.

Проанализируем каждое утверждение, используя данные, представленные на диаграмме.

- 1) Сектор, соответствующий футболкам размера XS, меньше любого другого сектора. Поэтому футболок размера XS продано меньше всего. Первое утверждение верно.
- 2) Сектор, соответствующий футболкам размеров M и L, занимает более половины круга, поэтому более половины проданных футболок — футболки размера M и L. Второе утверждение неверно.
- 3) Сектор, соответствующий футболкам размера S и M, занимает более половины круга, поэтому более половины проданных футболок — футболки размера S и M. Второе утверждение неверно.
- 4) Сектор, соответствующий футболкам размера XL, занимает менее четверти круга, поскольку всего было продано 150 футболок, футболок размера XL было продано менее $\frac{1}{4} \cdot 150 = 37,5 \approx 38$ штук. Четвёртое утверждение верно.

Ответ: 23.

19. Задание 19 № 325491. Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что оба раза выпало число, большее 3.

Решение.

При бросании кубика равновозможны шесть различных исходов. Событию "выпадет больше трёх очков" удовлетворяют три случая: когда на кубике выпадает 4, 5, или 6 очков. Поэтому вероятность того, что на кубике выпадет не больше трёх очков равна $\frac{3}{6} = 0,5$. Таким образом, при одном бросании кубика с одинаковой вероятностью реализуется либо событие А — выпало число, большее 3, либо событие Б — выпало число не больше 3. То есть равновероятно реализуются четыре события: А-А, А-Б, Б-А, Б-Б. Поэтому вероятность того, что оба раза выпало число, большее 3 равна $\frac{1}{4} = 0,25$.

Ответ: 0,25.

20. Задание 20 № 46. Период колебания математического маятника T (в секундах) приближенно можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l — длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 3 секунды.

Решение.

Подставим в формулу значение T : $2\sqrt{l} = 3 \Leftrightarrow 4l = 9 \Leftrightarrow l = 2,25$ м.

Ответ: 2,25.

21. Задание 21 № 314347. Сократите дробь

$$\frac{x^3 + 6x^2 - 4x - 24}{(x+2)(x+6)}.$$

Решение.

Последовательно разделим многочлен на одночлены в столбик:

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 6x^2 - 4x - 24 & x + 2 \\ \hline x^3 + 2x^2 & \\ \hline -4x^2 - 4x & \\ -4x^2 + 8x & \\ \hline -12x - 24 & \\ -12x - 24 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} x^2 + 4x - 12 & x + 6 \\ \hline x^2 + 6x & \\ \hline -2x - 12 & \\ -2x - 12 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Ответ: $x - 2$.

22. Задание 22 № 314544. Рыболов проплыл на лодке от пристани некоторое расстояние вверх по течению реки, затем бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно через 6 часов от начала путешествия. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость течения реки равна 3 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

Решение.

Пусть S км — расстояние, на которое от пристани отплыл рыболов. Зная, что скорость течения реки — 3 км/ч, а скорость лодки — 6 км/ч, найдём, что время, за которое он проплыл туда и обратно, составляет $\frac{S}{6-3} + \frac{S}{6+3}$ ч. Учитывая, что он был на стоянке 2 часа и вернулся через 6 часов после отплытия можно составить уравнение:

$$\frac{S}{3} + \frac{S}{9} + 2 = 6.$$

Отсюда $S = 9$ км.

Ответ: 9 км.

23. Задание 23 № 333346. Постройте график функции

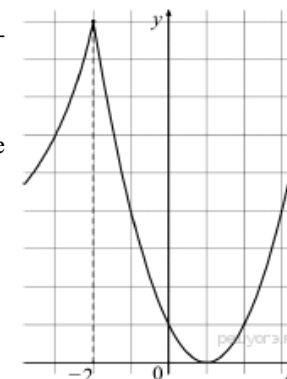
$$y = \begin{cases} x^2 - 2x + 1, & \text{если } x \geq -2, \\ -\frac{18}{x}, & \text{если } x < -2, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = -\frac{18}{x}$ при $x < -2$ и график функции $y = x^2 - 2x + 1$ при $x \geq -2$.

Прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки при $m = 0$ и при $m \geq 9$.

Ответ: $\{0\} \cup [9; \infty)$.

24. Задание 24 № 340968. Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB = 18$, $DC = 54$, $AC = 48$.

Решение.

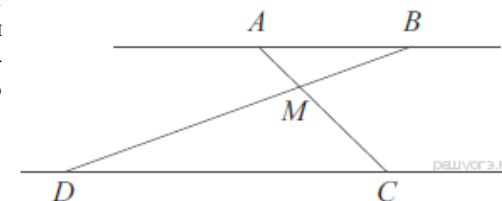
Углы DCM и BAM равны как накрест лежащие, углы DMC и BMA равны как вертикальные, следовательно, треугольники DMC и BMA подобны по двум углам. Значит,

$$\frac{AM}{MC} = \frac{AB}{CD} = \frac{18}{54} = \frac{1}{3}.$$

Следовательно,

$$AC = AM + MC = \frac{1}{3}MC + MC = \frac{4}{3}MC, \text{ откуда } MC = \frac{3AC}{4} = 36.$$

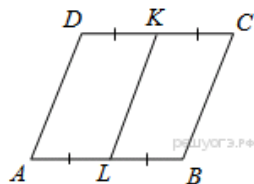
Ответ: 36.



25. Задание 25 № 311667. Три стороны параллелограмма равны. Докажите, что отрезок с концами в серединах противоположных сторон параллелограмма равен четверти его периметра.

Решение.

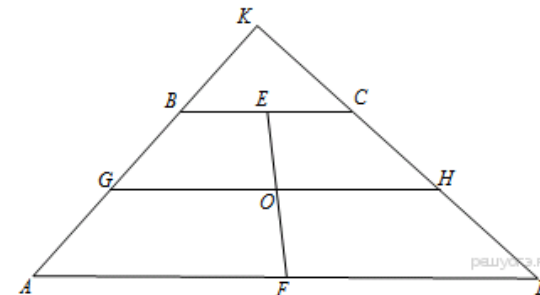
В параллелограмме противоположные стороны равны, поэтому если равны три стороны, то все стороны этого параллелограмма равны, значит, это ромб. Отрезки AL и DK равны и параллельны, следовательно, $ADKL$ — параллелограмм, значит, длина KL равна длине стороны AD и, следовательно, равна четверти периметра параллелограмма.



26. Задание 26 № 339730. Углы при одном из оснований трапеции равны 77° и 13° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 11 и 10. Найдите основания трапеции.

Решение.

Продлим стороны AB и CD до пересечения в точке K . В треугольнике AKD сумма углов KAD и KDA равна 90° , следовательно, величина



$\angle AKD = 180^\circ - \angle KAD - \angle KDA = 90^\circ$. Значит, треугольник AKD — прямоугольный. Рассмотрим треугольник AKD , он прямоугольный, следовательно, центр описанной окружности — середина гипотенузы, то есть точка F . Значит, $AF = KF = FD = R = \frac{AD}{2}$.

Рассмотрим треугольники AKF и GKF , угол AKF — общий, углы KGO и KAF равны как соответственные углы при параллельных прямых, следовательно, эти треугольники подобны по двум углам, коэффициент подобия равен $\frac{OK}{KF} = k$. Аналогично, подобны треугольники FKD и OKH , их коэффициент подобия равен $\frac{OK}{KF} = k$. Покажем, что отрезки GO и OH равны: $GO = kAF$, $OH = kFD = kAF = GO$. Рассмотрим треугольник GKH , он прямоугольный, аналогично треугольнику AKF точка O — центр описанной окружности треугольника GKH , откуда $GO = KO = OH = \frac{GH}{2}$. Аналогично, в треугольнике BKC — $BE = KE = EC = \frac{BC}{2}$.

Получаем: $OH = KO = KE + EO = EC + \frac{EF}{2}$, откуда $EC = OH - \frac{EF}{2} = \frac{GH - EF}{2}$. Значит, $BC = 2EC = GH - EF = 1$.

Отрезок GH — средняя линия трапеции, следовательно, $GH = \frac{AD + BC}{2}$, откуда $AD = 2GH - BC = 2 \cdot 11 - 1 = GH + EF = 21$.

Ответ: 1; 21.

Ключ

№ п/п	№ задания	Ответ
1	341375	0,3
2	316336	2
3	338084	3
4	314583	-4;0
5	193096	3
6	341198	-2
7	62	8
8	341520	1
9	339515	36
10	311331	71
11	311332	13
12	314837	40
13	341047	1
14	311292	2
15	315200	215
16	137257	27,6
17	44	500
18	333124	23
19	325491	0,25
20	46	2,25