

## Вариант № 4345976

1. Задание 1 № 314276. Вычислите:  $\frac{11}{4} - \frac{2}{5}$ .

**Решение.**

Приведём дроби к общему знаменателю:

$$\frac{11}{4} - \frac{2}{5} = \frac{11 \cdot 5 - 4 \cdot 2}{4 \cdot 5} = \frac{47}{20} = 2,35.$$

Ответ: 2,35.

2. Задание 2 № 341699. Какое из следующих чисел заключено между числами  $\frac{13}{15}$  и  $\frac{18}{19}$ ?

- 1) 0,9                      2) 1                      3) 1,1                      4) 1,2

**Решение.**

Заметим, что  $\frac{13}{15} = 0,866\dots$ , а  $\frac{18}{19} = 0,947\dots$ . Из предложенных вариантов ответа только число 0,9 лежит между ними.

Ответ: 1.

3. Задание 3 № 314438. Сравните числа  $\sqrt{23} + \sqrt{27}$  и 10.  
В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1)  $\sqrt{23} + \sqrt{27} < 10$   
2)  $\sqrt{23} + \sqrt{27} = 10$   
3)  $\sqrt{23} + \sqrt{27} > 10$

**Решение.**

В силу цепочки неравенств

$$\sqrt{23} + \sqrt{27} < 10 \Leftrightarrow (\sqrt{23} + \sqrt{27})^2 < 10^2 \Leftrightarrow 23 + 2\sqrt{23 \cdot 27} + 27 < 100 \Leftrightarrow \sqrt{23 \cdot 27} < 25 \Leftrightarrow 621 < 625,$$

первое число меньше второго.

Правильный ответ указан под номером 1.

4. Задание 4 № 311360. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x - y = 1, \\ 3x + 2y = 12. \end{cases}$$

В ответе запишите сумму решений системы.

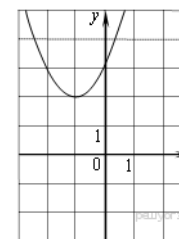
**Решение.**

Решим систему методом подстановки:

$$\begin{cases} 2x - y = 1, \\ 3x + 2y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1, \\ 3x + 2y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1, \\ 3x + 4x - 2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1, \\ 7x = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3, \\ x = 2. \end{cases}$$

Ответ: 5.

5. Задание 5 № 193091. Найдите значение  $c$  по графику функции  $y = ax^2 + bx + c$ , изображенному на рисунке.



- 1) -3                      2) 1                      3) 2                      4) 3

**Решение.**

Значение  $c$  — это значение графика при ордината графика при  $x = 0$ . Значит,  $c = 3$ . Такой ответ указан под номером 4.

Ответ: 4.

**6. Задание 6 № 314423.** Какое наименьшее число последовательных натуральных чисел, начиная с 1, нужно сложить, чтобы получившаяся сумма была больше 465?

**Решение.**

Для ответа на вопрос задачи требуется найти такое наименьшее  $n$ , что  $1 + 2 + 3 + \dots + n > 465$ . Рассмотрим арифметическую прогрессию с первым членом  $a_1 = 1$  и разностью  $d = 1$ . Сумма  $n$  первых членов арифметической прогрессии вычисляется по формуле:

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2}n,$$

в нашем случае

$$S_n = \frac{2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 1}{2}n = \frac{n+1}{2}n.$$

Найдем наименьшее натуральное решение неравенства  $S_n > 465$ . Для этого найдём корни уравнения

$$\frac{1}{2}(n+1)n = 465 \Leftrightarrow n^2 + n - 930 = 0.$$

Вычислим дискриминант:

$$D = b^2 - 4ac = 1 + 4 \cdot 930 = 3721 = 61^2,$$

откуда получаем:

$$\begin{cases} n = \frac{-1+61}{2}, \\ n = \frac{-1-61}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 30, \\ n = -31. \end{cases}$$

Таким образом, при  $n = 30$  сумма 30 слагаемых равна 465. Следовательно, наименьшее натуральное число, для которого сумма будет больше 465, равно 31.

Ответ: 31.

**Примечание.**

Можно заметить, что  $n(n+1) = 930 \Leftrightarrow n(n+1) = 30 \cdot 31$ , откуда сразу же получаем:  $n = 30$  или  $n = -31$ .

**7. Задание 7 № 311450.** Упростите выражение  $(a+2)^2 - a(4-7a)$  и найдите его значение при  $a = -\frac{1}{2}$ . В ответе запишите найденное значение.

**Решение.**

Упростим выражение:

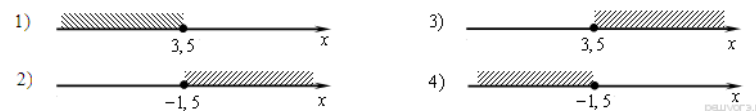
$$(a+2)^2 - a(4-7a) = a^2 + 4a + 4 - 4a + 7a^2 = 8a^2 + 4$$

Найдем его значение при  $a = -\frac{1}{2}$ :

$$8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 4 = 2 + 4 = 6.$$

Ответ: 6.

**8. Задание 8 № 107.** Решите неравенство  $4x + 5 \geq 6x - 2$  и определите, на каком рисунке изображено множество его решений. В ответе укажите номер правильного варианта.



**Решение.**

Решим неравенство:

$$4x + 5 \geq 6x - 2 \Leftrightarrow -2x \geq -7 \Leftrightarrow x \leq 3,5.$$

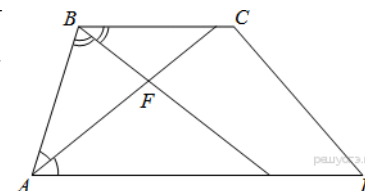
Решение неравенства изображено на рис. 1.

Правильный ответ указан под номером 1.

**9. Задание 9 № 339415.** Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  при боковой стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $F$ . Найдите  $AB$ , если  $AF = 24$ ,  $BF = 32$ .

**Решение.**

Введём обозначения как показано на рисунке. Сумма смежных углов трапеции, прилежащих к боковой стороне равна  $180^\circ$ , следовательно:



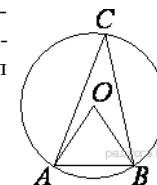
$$2\angle BAF + 2\angle ABF = 180^\circ \Leftrightarrow \angle BAF + \angle ABF = 90^\circ.$$

Рассмотрим треугольник  $ABF$ , сумма углов треугольника равна  $180^\circ$ , поэтому  $\angle AFB = 180^\circ - \angle BAF - \angle ABF = 90^\circ$ , то есть треугольник  $ABF$  — прямоугольный. Найдём  $AB$  по теореме Пифагора:

$$AB = \sqrt{AF^2 + BF^2} = \sqrt{24^2 + 32^2} = \sqrt{8^2(3^2 + 4^2)} = 8 \cdot \sqrt{25} = 40.$$

Ответ: 40.

**10. Задание 10 № 340390.** Треугольник  $ABC$  вписан в окружность с центром в точке  $O$ . Найдите градусную меру угла  $C$  треугольника  $ABC$ , если угол  $AOB$  равен  $27^\circ$ .

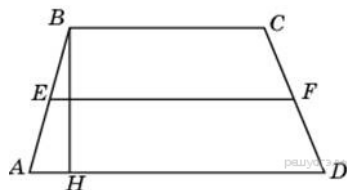


**Решение.**

Угол  $AOB$  является центральным углом,  $ACB$  — вписанным. Оба угла опираются на одну и ту же дугу, следовательно, угол  $ACB$  в два раза меньше угла  $AOB$ . Тем самым, он равен  $13,5^\circ$ .

Ответ: 13,5.

11. Задание 11 № 311480. Средняя линия трапеции равна 11, а меньшее основание равно 5. Найдите большее основание трапеции.



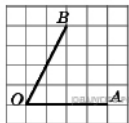
**Решение.**

Средняя линия трапеции равна полусумме оснований. Имеем:

$$\frac{1}{2}(5 + AD) = 11 \Leftrightarrow AD = 17.$$

Ответ: 17.

12. Задание 12 № 40. Найдите тангенс угла  $AOB$ , изображенного на рисунке.



**Решение.**

Опустим перпендикуляр из точки  $B$  на прямую  $AO$  для получения прямоугольного треугольника. Тангенс угла в прямоугольном треугольнике — отношение противолежащего катета к прилежащему:  $\operatorname{tg} AOB = \frac{4}{2} = 2$ .

Ответ: 2.

13. Задание 13 № 311959. Укажите номера верных утверждений.

- 1) В любую равнобедренную трапецию можно вписать окружность.
- 2) Диагональ параллелограмма делит его углы пополам.
- 3) Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

Если утверждений несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

**Решение.**

Проверим каждое из утверждений.

- 1) «В любую равнобедренную трапецию можно вписать окружность.» — неверно, не в любую равнобедренную трапецию можно вписать окружность.
- 2) «Диагональ параллелограмма делит его углы пополам.» — неверно, диагональ параллелограмма делит его углы пополам только в том случае, когда параллелограмм является ромбом.
- 3) «Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.» — верно, это теорема планиметрии.

Ответ: 3.

**14. Задание 14 № 311294.** Бабушка, живущая в Краснодаре, отправила 1 сентября четыре посылки своим внукам, живущим в разных городах России. В таблице дано контрольное время в сутках, установленное для пересылки посылок наземным транспортом (без учёта дня приёма) между некоторыми городами России.

| Пункт отправки | Пункт назначения |           |         |          |           |
|----------------|------------------|-----------|---------|----------|-----------|
|                | Архангельск      | Астрахань | Барнаул | Белгород | Краснодар |
| Архангельск    |                  | 9         | 12      | 7        | 10        |
| Астрахань      | 9                |           | 11      | 8        | 8         |
| Барнаул        | 12               | 11        |         | 11       | 12        |
| Белгород       | 8                | 8         | 13      |          | 9         |
| Краснодар      | 10               | 9         | 14      | 9        |           |

Какая из данных посылок не была доставлена вовремя?  
В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) пункт назначения — Белгород, посылка доставлена 10 сентября
- 2) пункт назначения — Астрахань, посылка доставлена 12 сентября
- 3) пункт назначения — Барнаул, посылка доставлена 15 сентября
- 4) пункт назначения — Архангельск, посылка доставлена 11 сентября

**Решение.**

Определим по таблице контрольное время для пересылки всех четырех посылок и сравним его с временем, которое посылка шла фактически:

- 1) Из Краснодара в Белгород: контрольное время 9 дней, шла 9 дней — доставлена вовремя;
- 2) Из Краснодара в Астрахань: контрольное время 9 дней, шла 11 дней — доставлена не вовремя;
- 3) Из Краснодара в Барнаул: контрольное время 14 дней, шла 14 дней — доставлена вовремя;
- 4) Из Краснодара в Архангельск: контрольное время 10 дней, шла 10 дней — доставлена вовремя.

Правильный ответ указан под номером 2.

**15. Задание 15 № 206197.** Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя — чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в Омах), на оси ординат — сила тока в Амперах. Ток в цепи электродвигателя уменьшился с 8 до 6 Ампер. На сколько Ом при этом увеличилось сопротивление цепи?

**Решение.**

Из графика видно, что при уменьшении тока с 8 до 6 Ампер, сопротивление увеличилось на  $1 - 0,5 = 0,5$  Ом.

Ответ: 0,5.

**16. Задание 16 № 137252.** В начале года число абонентов телефонной компании «Север» составляло 200 тыс. чел., а в конце года их стало 210 тыс. чел. На сколько процентов увеличилось за год число абонентов этой компании?

**Решение.**

За год добавилось  $210 - 200 = 10$  тыс. абонентов, что составляет  $10 : 200 = 0,05$  или 5 %.

Ответ: 5.

**17. Задание 17 № 325002.** Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки часов в 4 ч?

**Решение.**

Часовыми делениями циферблат разбит на 12 круговых секторов. Угол каждого из них равен  $360^\circ : 12 = 30^\circ$ . Между минутной и часовой стрелкой четыре часовых деления. Они образуют угол  $120^\circ$ .

Ответ: 120.

**18. Задание 18 № 340928.** На диаграмме показан возрастной состав населения Бангладеш. Определите по диаграмме, какая из возрастных категорий самая малочисленная.



- 1) 0–14 лет
- 2) 15–50 лет

- 3) 51–64 лет  
4) 65 лет и более

**Решение.**

Из диаграммы видно, что самой малочисленной возрастной группой является группа «65 лет и более».

Ответ: 4.

**19. Задание 19 № 201.** В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из Норвегии или Швеции.

**Решение.**

Всего благоприятных случаев  $2 + 5 = 7$ , а количество всех случаев  $13 + 2 + 5 = 20$ .

Поэтому вероятность равна  $\frac{7}{20} = 0,35$

Ответ: 0,35.

**20. Задание 20 № 311541.** Объём пирамиды вычисляют по формуле  $V = \frac{1}{3}Sh$ , где  $S$  — площадь основания пирамиды,  $h$  — её высота. Объём пирамиды равен 40, площадь основания 15. Чему равна высота пирамиды?

**Решение.**

Выразим высоту пирамиды из формулы для её объема:

$$h = \frac{3V}{S}.$$

Подставляя, получаем:

$$h = \frac{3V}{S} = \frac{120}{15} = 8.$$

Ответ: 8.

**21. Задание 21 № 338650.** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 - 2x = y, \\ 3x - 2 = y. \end{cases}$$

**Решение.**

Последовательно получаем:

$$\begin{cases} 3x^2 - 2x = y, \\ 3x - 2 = y. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 2x = 3x - 2, \\ 3x - 2 = y. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 5x + 2 = 0, \\ y = 3x - 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1, \\ y = 1. \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = \frac{2}{3}, \\ y = 0. \end{cases}$$

Ответ:  $(1; 1); \left(\frac{2}{3}; 0\right)$ .

**22. Задание 22 № 338995.** Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от А до В пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

**Решение.**

Пусть  $x$  — скорость реки, тогда  $4x$  — скорость катера в стоячей воде,  $S_1$  — расстояние от А до места встречи,  $S_2$  — расстояние, которое пройдет плот от места встречи до момента возвращения катера в В. Примем расстояние между А и В за единицу. К

месту встречи плот и катер прибыли одновременно, откуда  $\frac{S_1}{x} = \frac{1 - S_1}{4x - x}$ . За то время,

пока катер преодолет расстояние  $1 - S_1$  плот преодолет расстояние  $S_2$ , откуда  $\frac{1 - S_1}{5x} = \frac{S_2}{x}$ . Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{S_1}{x} = \frac{1 - S_1}{3x}, \\ \frac{1 - S_1}{5x} = \frac{S_2}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3S_1 = 1 - S_1, \\ 1 - S_1 = 5S_2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S_1 = \frac{1}{4}, \\ 1 - \frac{1}{4} = 5S_2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S_1 = \frac{1}{4}, \\ S_2 = \frac{3}{20}. \end{cases}$$

Плот за всё время движения прошёл расстояние  $S_1 + S_2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{20} = \frac{8}{20} = 0,4$ . Поскольку всё расстояние между А и В мы приняли равным единице, плот пройдет 0,4 пути из А в В к моменту возвращения катера в пункт В.

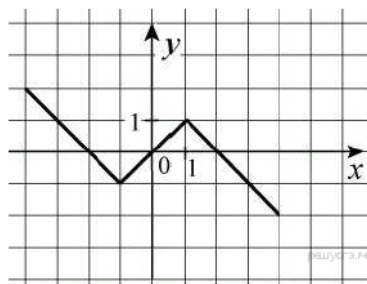
**23. Задание 23 № 316332.** Постройте график функции  $y = |x+1| - |x-1| - x$  и найдите все значения  $k$ , при которых прямая  $y = kx$  имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

**Решение.**

Раскрывая модули, получаем, что

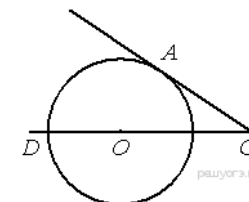
$$y = \begin{cases} 2-x, & x \geq 1, \\ x, & -1 < x < 1, \\ -x-2, & x \leq -1. \end{cases}$$

График изображён на рисунке.



Прямая  $y = kx$  имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку при  $k \in (-\infty; -1] \cup (1; +\infty)$ .

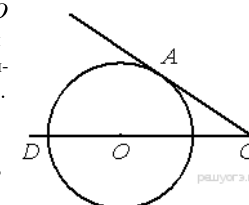
**24. Задание 24 № 315056.** Найдите угол  $ACO$ , если его сторона  $CA$  касается окружности,  $O$  — центр окружности, а дуга  $AD$  окружности, заключённая внутри этого угла, равна  $140^\circ$ .



**Решение.**

Проведём радиус  $AO$  в точку касания. Так как  $AO$  — радиус, а  $AC$  — касательная, то  $AO \perp AC$ . Угол  $AOD$  — центральный, следовательно он равен величине дуги, на которую опирается,  $\angle AOD = 140^\circ$ . Угол  $DOC$  — развёрнутый, следовательно  $\angle AOC = 180^\circ - \angle AOD = 40^\circ$ .

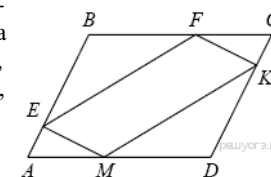
Из треугольника  $AOC$ ,



$$\angle ACO = 180^\circ - 90^\circ - \angle AOC = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ.$$

Ответ:  $50^\circ$ .

**25. Задание 25 № 155.** В параллелограмме  $ABCD$  точки  $E, F, K$  и  $M$  лежат на его сторонах, как показано на рисунке, причём  $AE = CK$ ,  $BF = DM$ . Докажите, что  $EFKM$  — параллелограмм.



**Решение.**

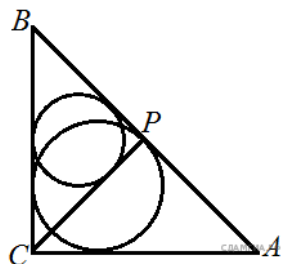
Так как в параллелограмме противоположные стороны равны и по условию известно, что  $AE = CK$ ,  $BF = DM$ , то  $BE = KD$ ,  $CF = AM$ . В параллелограмме противоположные углы равны, то треугольники  $EBF$  и  $KDM$ ,  $FCK$  и  $MAE$  равны по двум сторонам и углу между ними. Из равенства треугольников следует, что  $EF = MK$ ,  $EM = FK$ . Так как противоположные стороны четырёхугольника  $EFKM$  равны, то по признаку параллелограмма это четырёхугольник — параллелограмм.

**26. Задание 26 № 315130.** Из вершины прямого угла  $C$  треугольника  $ABC$  проведена высота  $CP$ . Радиус окружности, вписанной в треугольник  $BSP$ , равен 5 см, тангенс угла  $ABC$  равен 2,4. Найдите радиус вписанной окружности треугольника  $ABC$ .

**Решение.**

Рассмотрим треугольники  $BSP$  и  $ABC$ , они прямоугольные. Углы  $PAC$  и  $BSP$  равны, как углы с взаимно перпендикулярными сторонами, следовательно, треугольники  $BSP$  и  $ABC$  подобны по двум углам, их коэффициент подобия

$k = \frac{BC}{AB} = \cos \angle ABC$ . Найдём косинус угла  $ABC$ :



$$\cos \angle ABC = \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \angle ABC}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{12}{5}\right)^2}} = \frac{5}{13}.$$

В подобных треугольниках соответственные элементы пропорциональны, следовательно,  $r_{ABC} = \frac{r_{BSP}}{k} = 5 \cdot \frac{13}{5} = 13$ .

Ответ: 13.

### Ключ

| № п/п | № задания | Ответ |
|-------|-----------|-------|
| 1     | 314276    | 2,35  |
| 2     | 341699    | 1     |
| 3     | 314438    | 1     |
| 4     | 311360    | 5     |
| 5     | 193091    | 4     |
| 6     | 314423    | 31    |
| 7     | 311450    | 6     |
| 8     | 107       | 1     |
| 9     | 339415    | 40    |
| 10    | 340390    | 13,5  |
| 11    | 311480    | 17    |
| 12    | 40        | 2     |
| 13    | 311959    | 3     |
| 14    | 311294    | 2     |
| 15    | 206197    | 0,5   |
| 16    | 137252    | 5     |
| 17    | 325002    | 120   |
| 18    | 340928    | 4     |
| 19    | 201       | 0,35  |
| 20    | 311541    | 8     |