

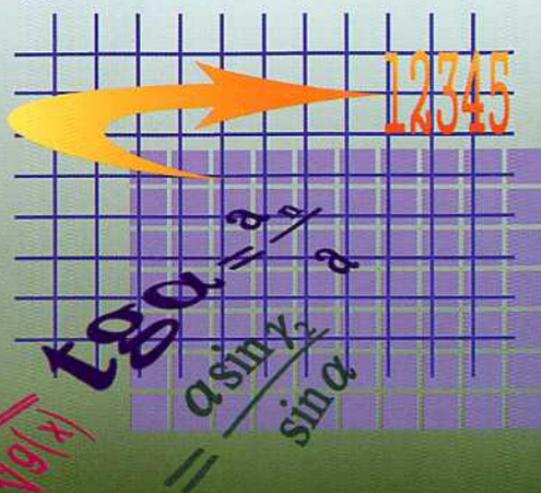
# АЛГЕБРА

ВСЕ  
ДОМАШНИЕ  
РАБОТЫ

8  
КЛАСС

К дидактическим материалам

Жохова В.И., Макарычева Ю.Н.,  
Миндюк Н.Г.



$$\frac{\sqrt{f(x)}}{\sqrt{g(x)}} = \frac{\sqrt{f(x)}}{\sqrt{g(x)}}$$

$C_2$

**В.К. Ерин**

**Все  
домашние работы  
к дидактическим материалам  
АЛГЕБРА 8 КЛАСС  
В.И. Жохова,  
Ю.Н. Макарычева,  
Н.Г. Миндюк**



**Стандарт  
Москва  
2014**

УДК 882 (075)  
ББК 812 Р-7  
Е25

Серия  
«Домашний репетитор.  
Решебники для родителей»  
(учебно-методическое издание  
для взрослых)

**Ерин В. К.**

Все домашние работы к дидактическим материалам В.И. Жохова, Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюк. Алгебра 8 класс. Издательство «Просвещение» (2013–2014). М.: ООО «Стандарт», 2014. – 288 с.

ISBN 978-5-91336-204-9

Наш «Решебник» содержит ответы ко всем заданиям и упражнениям из «Дидактических материалов по алгебре 8 класс»; подробно разобраны методы и способы их решения. «Решебник» адресован исключительно родителям учащихся, для проверки домашних заданий и помощи в решении задач.

За короткое время родители смогут стать вполне эффективными домашними репетиторами.

© Издательство ООО «Стандарт», 2014  
© Издательство «ЛадКом», 2013

## Введение

Настоящее учебное пособие содержит решение всех упражнений, самостоятельных работ, которое носит обучающий характер, а также ответы на контрольные работы и задания, разработанные для проведения школьных математических олимпиад.

Таким образом, данный «Решebник» включает выполнение абсолютно всех заданий, содержащихся в «Дидактических материалах по алгебре 8 класс» В.И. Жохова, Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюк.

Комплекс дидактических материалов, решению которых посвящено наше пособие, предназначен для организации самостоятельной работы учащихся, а также для осуществления контроля за полученными ими математическими знаниями, приёмами и навыками.

Работы, включенные в «Дидактические материалы по алгебре 8 класс», делятся на четыре группы:

- Самостоятельные работы;
- Контрольные работы;
- Итоговое повторение;
- Задания для проведения школьных математических олимпиад.

«Решebник» структурирован аналогично. Его главное преимущество состоит в том, что он позволяет контролировать правильность выполнения различных по сложности заданий по алгебре. С помощью «Решebника» учащиеся смогут добиться хороших результатов на уроках и эффективно подготовиться к ЕГЭ.

# Самостоятельные работы.

## Вариант 1.

### С-1. Преобразование целого выражения в многочлен (повторение).

**1.** 1) а)  $(3a - 7) + (4 - a) = 3a - 7 + 4 - a = 2a - 3.$

б)  $(8b + 12) - (2 - 5b) = 8b + 12 - 2 + 5b = 13b + 10.$

2) а)  $(6x^2 - 1) + (2 - 3x - x^2) = 6x^2 - 1 + 2 - 3x - x^2 = 5x^2 - 3x + 1.$

б)  $(10 - 12y^2) - (y^3 - y^2 + 6) = 10 - 12y^2 - y^3 + y^2 - 6 = 4 - 11y^2 - y^3.$

**2.** 1) а)  $7c^2(2c - 9) = 14c^3 - 63c^2.$

б)  $-0,5a(4 - 2a) = a^2 - 2a.$

в)  $3x(x^2 - 7x + 2) = 3x^3 - 21x^2 + 6x.$

2) а)  $(b + 3)(b - 5) = b^2 - 5b + 3b - 15 = b^2 - 2b - 15.$

б)  $(4a - 3)(2a + 1) = 8a^2 + 4a - 6a - 3 = 8a^2 - 2a - 3.$

в)  $(c - 2)(c^2 - 3c - 1) = c^3 - 3c^2 - c - 2c^2 + 6c + 2 = c^3 - 5c^2 + 5c + 2.$

**3.** 1) а)  $5(2x - 3) + 2(7 - 3x) = 10x - 15 + 14 - 6x = 4x - 1.$

б)  $6y(y^2 - 3y) - 3y(y^2 - 6y) = 6y^3 - 18y^2 - 3y^3 + 18y^2 = 3y^3.$

2) а)  $(3a - 1)(2a + 5) - 6a^2 = 6a^2 + 15a - 2a - 5 - 6a^2 = 13a - 5.$

б)  $12b^3 - (4b^2 - 1)(3b - 2) = 12b^3 - (12b^3 - 8b^2 - 3b + 2) = 12b^3 - 12b^3 + 8b^2 + 3b - 2 = 8b^2 + 3b - 2.$

**4.** 1) а)  $(x - 8)(x + 8) = x^2 - 8^2 = x^2 - 64.$

б)  $(6 + y)(y - 6) = y^2 - 6^2 = y^2 - 36.$

в)  $(3z^2 - 5)(5 + 3z^2) = 3^2z^4 - 5^2 = 9z^4 - 25.$

2) а)  $(y + 3)^2 = y^2 + 6y + 9.$

б)  $(a - 5)^2 = a^2 - 10a + 25$ .

в)  $(2b^2 - 1)^2 = 4b^4 - 4b^2 + 1$ .

г)  $(5 + 3c^2)^2 = 25 + 30c^2 + 9c^4$ .

3) а)  $(c + 2)(c^2 - 2c + 4) = c^3 + 8$ .

б)  $(y - 3)(y^2 + 3y + 9) = y^3 - 27$ .

**5.**  $(a - 4)(a + 8) - 4(a - 9) = a^2 - 4a + 8a - 32 - 4a + 36 = a^2 + 4 > 0$ .

**6.**  $32y + (y - 8)^2 - y(y - 16) = 32y + y^2 - 16y + 64 - y^2 + 16y = 32y + 64 = 32(y + 2)$  - кратно 32.

**7.**  $(x^2 + 2x - 3)(x - b) = x^3 - bx^2 + 2x^2 - 2bx - 3x + 3b = x^3 + (2 - b)x^2 - (2b + 3)x + 3b$ ;  $2 - b = 0$ ;  $b = 2$ .

Ответ: при  $b=2$ .

## **С-2. Разложение на множители (повторение).**

**1.** 1) а)  $12b - 48 = 12(b - 4)$ .

б)  $x^2 - 2x = x(x - 2)$ .

в)  $3y^3 + 15y = 3y(y^2 + 5)$ .

г)  $6z^3 - 2z^5 = 2z^3(3 - z^2)$ .

2) а)  $ax - 3a + bx - 3b = a(x - 3) + b(x - 3) = (a + b)(x - 3)$ .

б)  $x^2 - ax + bx - ab = x(x - a) + b(x - a) = (x + b)(x - a)$ .

**2.** 1) а)  $y^2 - 9 = (y - 3)(y + 3)$ .

б)  $25c^2 - 1 = (5c - 1)(5c + 1)$ .

в)  $0,49 - a^2x^4 = (0,7 - ax^2)(0,7 + ax^2)$ .

2) а)  $n^2 - 2n + 1 = (n - 1)^2$ .

б)  $4m^2 + 12m + 9 = (2m + 3)^2$ .

в)  $4 + 0,25x^2 - 2x = (0,5x - 2)^2$ .

3) а)  $p^3 + 1 = (p + 1)(p^2 - p + 1)$ .

б)  $a^3 - 8 = (a - 2)(a^2 + 2a + 4)$ .

в)  $8q^3 + 27 = (2q + 3)(4q^2 - 6q + 9)$ .

г)  $0,001x^6 - 1000y^3 = (0,1x^2 - 10y)(0,01x^4 + x^2y + 100y^2)$ .

$$\boxed{3.} \quad 1) \text{ а) } 3x^2 - 3y^2 = 3(x^2 - y^2) = 3(x - y)(x + y).$$

$$\text{б) } y^3 - y = y(y^2 - 1) = y(y - 1)(y + 1).$$

$$\text{в) } a^5 - a = a(a^4 - 1) = a(a^2 - 1)(a^2 + 1) = a(a - 1)(a + 1)(a^2 + 1).$$

$$2) \text{ а) } b^3 - 12b^2 + 36b = b(b^2 - 12b + 36) = b(b - 6)^2.$$

$$\text{б) } 20a^3 - 60a^2 + 45a = 5a(4a^2 - 12a + 9) = 5a(2a - 3)^2.$$

$$3) \text{ а) } x^2 - y^2 + x + y = (x - y)(x + y) + (x + y) = (x + y)(x - y + 1).$$

$$\text{б) } c^2 - 4c + 4 - 9x^2 = (c^2 - 4c + 4) - (3x)^2 = (c - 2)^2 - (3x)^2 = (c - 2 - 3x)(c - 2 + 3x).$$

$$\boxed{4.} \quad a^2 + 4ab + 5b^2 + 2b + 1 = (a^2 + 4ab + 4b^2) + (b^2 + 2b + 1) = (a + 2b)^2 + (b + 1)^2 \geq 0.$$

$$\boxed{5.} \quad a^3 - b^3 + 3a^2b - 3ab^2 = (a^3 - b^3) + (3a^2b - 3ab^2) = (a - b)(a^2 + ab + b^2) + 3ab(a - b) = (a - b)(a^2 + ab + b^2 + 3ab) = (a - b)(a^2 + 4ab + b^2).$$

$$\boxed{6.} \quad x^2 - 8x + 12 = (x^2 - 8x + 16) - 4 = (x - 4)^2 - 2^2 = (x - 4 - 2)(x - 4 + 2) = (x - 6)(x - 2).$$

### С-3. Целые и дробные выражения.

$$\boxed{1.} \quad \text{а) При } x=0,4; \frac{2x+7}{3} = \frac{2 \cdot 0,4+7}{3} = \frac{0,8+7}{3} = \frac{7,8}{3} = 2,6.$$

$$\text{б) При } y=1,5; \frac{y^2-7y+5}{5} = \frac{1,5^2-7 \cdot 1,5+5}{5} = \frac{2,25-10,5+5}{5} = \frac{-3,25}{5} = -0,65.$$

2.	m	-4	-2	0.5	1	2.5	4
	$\frac{m-2}{m}$	1.5	2	-3	-1	0.2	0.5

$$\boxed{3.} \quad \text{а) } \frac{a+b}{a-b}.$$

$$\text{б) } \frac{xy}{x^2+y^2}.$$

4. Велосипедист на всю дорогу затратил  $\frac{a}{18} + \frac{b}{18-6} = \frac{a}{18} + \frac{b}{12}$  (ч). При  $a=27$ ;  $b=3$ ;  $\frac{a}{18} + \frac{b}{12} = \frac{27}{18} + \frac{3}{12} = 1,5 + 0,25 = 1,75$ (ч).

5. 1) а)  $x$  – любое число.

б)  $x \neq 2$ .

в)  $x \neq -3$ .

2) а)  $y \neq \pm 2$ .

б)  $y$  – любое число.

в)  $y \neq 5$  и  $y \neq 0$ .

6. а)  $\frac{a-5}{8} = 0$ ;  $a - 5 = 0$ ;  $a = 5$ .

б)  $\frac{a-5}{8} = 1$ ;  $a - 5 = 8$ ;  $a = 8 + 5$ ;  $a = 13$ .

в)  $\frac{a-5}{8} > 1$ ;  $a - 5 > 8$ ;  $a > 8 + 5$ ;  $a > 13$ .

г)  $\frac{a-5}{8} < 1$ ;  $a - 5 < 8$ ;  $a < 13$ .

7. а)  $x \neq \pm 4$ .

б)  $x \neq \pm 2$ .

в)  $x \neq 1$  и  $x \neq -2$ .

г)  $x \neq 5$ .

8. а)  $\frac{y+5}{y-8}$ .

б)  $\frac{y^2+5y-1}{y(y-7)}$ .

#### С-4. Основное свойство дроби. Сокращение дробей.

1. 1) а)  $\frac{5a}{15b} = \frac{a}{3b}$ .

б)  $\frac{3c}{8c} = \frac{3}{8}$ .

в)  $\frac{b}{12b} = \frac{1}{12}$ .

г)  $\frac{-6}{18x} = -\frac{1}{3x}$ .

д)  $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$ .

е)  $\frac{xy}{2y} = \frac{x}{2}$ .

2) а)  $\frac{3x^2}{7x} = \frac{3x}{7}$ .

б)  $\frac{8y^3}{15y^4} = \frac{8}{15y}$ .

$$\text{В)} \frac{4z^2}{-8z^3} = -\frac{1}{2z}.$$

$$\text{Г)} \frac{2a^5}{a^4} = 2a.$$

$$\text{Д)} \frac{-14b^2}{21b^4} = -\frac{2}{3b^2}.$$

$$\text{е)} \frac{27c^6}{45c} = \frac{3c^5}{5}.$$

$$\text{3) а)} \frac{a^2b^5}{ab^7} = \frac{a}{b^2}.$$

$$\text{б)} \frac{-63xy^5}{81xy^4} = -\frac{7y}{9}.$$

$$\text{В)} \frac{30a^2c^3}{48a^3c^2} = \frac{5c}{8a}.$$

$$\text{Г)} \frac{111p^6q^6}{37p^4q^4} = 3p^2q^2.$$

$$\boxed{2.} \text{ 1) а)} \frac{b}{a^2} = \frac{a^2b}{a^4}.$$

$$\text{б)} \frac{x}{2y} = \frac{2xy^2}{4y^3}.$$

$$\text{2) а)} \frac{5}{3a^2b} = \frac{35ab}{21a^3b^2}.$$

$$\text{б)} \frac{3c}{7y^5} = \frac{6cxy}{14xy^6}.$$

$$\boxed{3.} \text{ 1) а)} \frac{2^4}{2^7} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}.$$

$$\text{б)} \frac{3^5}{3^3} = 3^2 = 9.$$

$$\text{В)} \frac{5^2}{125} = \frac{5^2}{5^3} = \frac{1}{5}.$$

$$\text{Г)} \frac{64}{2^5} = \frac{2^6}{2^5} = 2.$$

$$\text{2) а)} \frac{16^2}{8^3} = \frac{(2^4)^2}{(2^3)^3} = \frac{2^8}{2^9} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{б)} \frac{25^3}{125^2} = \frac{(5^2)^3}{(5^3)^2} = \frac{5^6}{5^6} = 1.$$

$$\text{В)} \frac{27^5}{81^4} = \frac{(3^3)^5}{(3^4)^4} = \frac{3^{15}}{3^{16}} = \frac{1}{3}.$$

$$\boxed{4.} \text{ а)} \frac{5^5 \cdot 22^7}{110^6} = \frac{5^5 \cdot 22^7}{(22 \cdot 5)^6} = \frac{5^5 \cdot 22^7}{22^6 \cdot 5^6} = \frac{22}{5} = 4\frac{2}{5}.$$

$$\text{б)} \frac{21^5 \cdot 15^6}{3^{10} \cdot 35^5} = \frac{(3 \cdot 7)^5 \cdot (3 \cdot 5)^6}{3^{10} \cdot (7 \cdot 5)^5} = \frac{3^5 \cdot 7^5 \cdot 3^6 \cdot 5^6}{3^{10} \cdot 7^5 \cdot 5^5} = \frac{3^{11} \cdot 7^5 \cdot 5^6}{3^{10} \cdot 7^5 \cdot 5^5} = 3 \cdot 5 = 15.$$

$$\boxed{5.} \frac{-3(a^7)^4(b^{13})^3}{2(a^9)^3(b^8)^5} = -\frac{3a^{28}b^{39}}{2a^{27}b^{40}} = -\frac{3a}{2b}; \text{ при } a = 1, 8;$$

$$b = 0, 27; \quad -\frac{3a}{2b} = -\frac{3 \cdot 1,8}{2 \cdot 0,27} = -\frac{5,4}{0,54} = -10.$$

## С-5. Сокращение дробей (продолжение).

1. 1) а)  $\frac{x(a+3)}{y(a+3)} = \frac{x}{y}$ .
- б)  $\frac{3(x+5)^2}{(x+5)^3} = \frac{3}{x+5}$ .
- в)  $\frac{3a(b-2)}{6(b-2)^2} = \frac{a}{2(b-2)}$ .
- г)  $\frac{x^2(x-8)^3}{x^4(x-8)^2} = \frac{x-8}{x^2}$ .
- 2) а)  $\frac{3a+3b}{5(a+b)} = \frac{3(a+b)}{5(a+b)} = \frac{3}{5}$ .
- б)  $\frac{7x-14y}{3x-6y} = \frac{7(x-2y)}{3(x-2y)} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$ .
- в)  $\frac{5a-20c}{15ac} = \frac{5(a-4c)}{15ac} = \frac{a-4c}{3ac}$ .
- г)  $\frac{x-2b}{x^2-2bx} = \frac{x-2b}{x(x-2b)} = \frac{1}{x}$ .
- 3) а)  $\frac{2(x-y)}{x(y-x)} = \frac{-2(y-x)}{x(y-x)} = -\frac{2}{x}$ .
- б)  $\frac{3c-9d}{6d-2c} = \frac{3(c-3d)}{-2(c-3d)} = -\frac{3}{2} = -1\frac{1}{2}$ .
- в)  $\frac{a^2-2ab}{6b-3a} = \frac{a(a-2b)}{-3(a-2b)} = -\frac{a}{3}$ .
- г)  $\frac{m^3-5m^2n}{5n^3-mn^2} = \frac{m^2(m-5n)}{-n^2(m-5n)} = -\frac{m^2}{n^2}$ .
- 4) а)  $\frac{5x-10}{x^2-4} = \frac{5(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{5}{x+2}$ .
- б)  $\frac{a^2-9}{15+5a} = \frac{(a-3)(a+3)}{5(3+a)} = \frac{a-3}{5}$ .
- в)  $\frac{x^2-4x+4}{3x-6} = \frac{(x-2)^2}{3(x-2)} = \frac{x-2}{3}$ .
- г)  $\frac{b^2+6b+9}{b^2-9} = \frac{(b+3)^2}{(b+3)(b-3)} = \frac{b+3}{b-3}$ .
- 5) а)  $\frac{y^2-16}{4y^2-y^3} = \frac{(y-4)(y+4)}{y^2(4-y)} = -\frac{y+4}{y^2}$ .
- б)  $\frac{a^2-2a+1}{1-a^2} = \frac{(1-a)^2}{(1-a)(1+a)} = \frac{1-a}{1+a}$ .
- в)  $\frac{m^3+8}{m^2-2m+4} = \frac{(m+2)(m^2-2m+4)}{m^2-2m+4} = m+2$ .
- г)  $\frac{3+3n+3n^2}{n^3-1} = \frac{3(1+n+n^2)}{(n-1)(n^2+n+1)} = \frac{3}{n-1}$ .

2. а)  $\frac{7}{a-2} = \frac{7 \cdot 5}{(a-2) \cdot 5} = \frac{35}{5a-10}$ .
- б)  $\frac{7}{a-2} = \frac{-7}{2-a} = \frac{-7 \cdot 3}{(2-a) \cdot 3} = \frac{-21}{6-3a}$ .
- в)  $\frac{7}{a-2} = \frac{7a}{a(a-2)} = \frac{7a}{a^2-2a}$ .

$$\Gamma) \frac{7}{a-2} = \frac{7(a+2)}{(a-2)(a+2)} = \frac{7a+14}{a^2-4}.$$

$$\boxed{3.} \text{ а) } \frac{6a^2-3ab}{8ab-4b^2} = \frac{3a(2a-b)}{4b(2b-b)} = \frac{3a}{4b}; \text{ при } a = \frac{1}{2}; \quad b = \frac{1}{4};$$

$$\frac{3a}{4b} = \frac{3 \cdot \frac{1}{2}}{4 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

$$\text{б) } \frac{x^5+1}{x^8+x^3} = \frac{x^5+1}{x^3(x^5+1)} = \frac{1}{x^3};$$

$$\text{при } x=0, 1; \quad \frac{1}{x^3} = \frac{1}{0,1^3} = \frac{1}{0,001} = 1000; \text{ при } x = -\frac{1}{3};$$

$$\frac{1}{x^3} = \frac{1}{(-\frac{1}{3})^3} = -3^3 = -27.$$

$$\boxed{4.} \text{ а) } \frac{y^6+y^3}{y^6-1} = \frac{y^3(y^3+1)}{(y^3+1)(y^3-1)} = \frac{y^3}{y^3-1}.$$

$$\text{б) } \frac{(a+1)^2+(a-1)^2}{3a^2+3} = \frac{a^2+2a+1+a^2-2a+1}{3a^2+3} = \frac{2a^2+2}{3a^2+3} = \frac{2}{3}.$$

$$\boxed{5.} \quad \frac{x^3-2x^2+x-2}{x^2+1} = \frac{x^2(x-2)+(x-2)}{x^2+1} = \frac{(x^2+1)(x-2)}{x^2+1} = x-2$$

линейная функция.

$$\boxed{6.} \quad \frac{4,5a^2+0,5ab}{40,5a^2-0,5b^2} = \frac{0,5(9a^2+ab)}{0,5(81a^2-b^2)} = \frac{a(9a+b)}{(9a-b)(9a+b)} = \frac{a}{9a-b}.$$

$$\boxed{7.} \quad \frac{2x-6y}{0,25x^2-2,25y^2} = \frac{2(x-3y)}{0,25(x^2-9y^2)} = \frac{8(x-3y)}{(x-3y)(x+3y)} = \frac{8}{x+3y};$$

$$x+3y=8, \quad \frac{8}{x+3y} = \frac{8}{8} = 1.$$

$$\boxed{8.} \quad 5a - 10b = 18;$$

$$\text{а) } \frac{7,2}{a-2b} = \frac{7,2 \cdot 5}{5a-10b} = \frac{36}{5a-10b} = \frac{36}{18} = 2.$$

$$\text{б) } \frac{4b-2a}{3} = -\frac{2(a-2b)}{3} = -\frac{2(5a-10b)}{15} = -\frac{2 \cdot 18}{15} = -\frac{36}{15} = -2,4.$$

$$\text{в) } \frac{a^2-4b^2}{0,9a+1,8b} = \frac{(a-2b)(a+2b)}{0,9(a+2b)} = \frac{a-2b}{0,9} = \frac{5a-10b}{0,9 \cdot 5} = \frac{5a-10b}{4,5} = \frac{18}{4,5} = 4.$$

### С-6. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями.

$$\boxed{1.} \text{ 1) а) } \frac{x}{7} + \frac{y}{7} = \frac{x+y}{7}.$$

$$\text{б) } \frac{m}{2} - \frac{n}{2} = \frac{m-n}{2}.$$

$$\text{в) } \frac{a}{b} + \frac{2a}{b} = \frac{a+2a}{b} = \frac{3a}{b}.$$

$$\text{г) } \frac{3x}{y} - \frac{x}{y} = \frac{3x-x}{y} = \frac{2x}{y}.$$

$$д) \frac{a+5b}{15} + \frac{2a+4b}{15} = \frac{a+5b+2a+4b}{15} = \frac{3a+9b}{15}.$$

$$е) \frac{b+c}{3a} - \frac{b-2c}{3a} = \frac{b+c-b+2c}{3a} = \frac{3c}{3a} = \frac{c}{a}.$$

$$ж) -\frac{3x+2y}{xy} + \frac{2y-5x}{xy} = \frac{2y-5x-3x-2y}{xy} = -\frac{8x}{xy} = -\frac{8}{y}.$$

$$2) а) \frac{5x-7}{6x} - \frac{x-3}{6x} + \frac{2x-8}{6x} = \frac{5x-7-x+3+2x-8}{6x} = \frac{6x-12}{6x} = \frac{x-2}{x}.$$

$$б) \frac{8y-5}{7y} - \frac{2y-1}{7y} - \frac{10-y}{7y} = \frac{8y-5-2y+1-10+y}{7y} = \frac{7y-14}{7y} = \frac{y-2}{y}.$$

$$в) \frac{x-5}{x^2-49} + \frac{12}{x^2-49} = \frac{x-5+12}{x^2-49} = \frac{x+7}{(x-7)(x+7)} = \frac{1}{x-7}.$$

$$г) \frac{y^2+2y}{y^2-4y+4} - \frac{4y}{y^2-4y+4} = \frac{y^2+2y-4y}{y^2-4y+4} = \frac{y^2-2y}{(y-2)^2} = \frac{y}{y-2}.$$

$$д) \frac{3z}{z^2-2z} - \frac{8-z}{z^2-2z} = \frac{3z-8+z}{z(z-2)} = \frac{4z-8}{z(z-2)} = \frac{4}{z}.$$

$$3) а) \frac{a+3}{a-1} - \frac{a}{1-a} = \frac{a+3}{a-1} + \frac{a}{a-1} = \frac{a+3+a}{a-1} = \frac{2a+3}{a-1}.$$

$$б) \frac{3x+2y}{2x-3y} - \frac{x-8y}{3y-2x} = \frac{3x+2y}{2x-3y} + \frac{x-8y}{2x-3y} = \frac{3x+2y+x-8y}{2x-3y} = \frac{4x-6y}{2x-3y} = \frac{2(2x-3y)}{2x-3y} = 2.$$

$$в) \frac{b^2}{2b-10} + \frac{25}{10-2b} = \frac{b^2-25}{2b-10} = \frac{(b-5)(b+5)}{2(b-5)} = \frac{b+5}{2}.$$

$$4) а) \frac{9y+1}{y^2-4} - \frac{y-8}{4-y^2} + \frac{1-7y}{y^2-4} = \frac{9y+1}{y^2-4} + \frac{y-8}{y^2-4} + \frac{1-7y}{y^2-4} =$$

$$= \frac{9y+1+y-8+1-7y}{y^2-4} = \frac{3y-6}{y^2-4} = \frac{3(y-2)}{(y-2)(y+2)} = \frac{3}{y+2}.$$

$$б) \frac{3x}{x^3-1} - \frac{4x-1}{1-x^3} - \frac{x^2}{1-x^3} = \frac{3x}{x^3-1} + \frac{4x-1}{x^3-1} + \frac{x^2}{x^3-1} = \frac{3x+4x-1+x^2}{x^3-1} = \frac{x^2+7x-1}{x^3-1}.$$

$$\boxed{2.} 1) \frac{2y-7}{y^2-9} - \frac{y-10}{y^2-9} = \frac{2y-7-y+10}{y^2-9} = \frac{y+3}{(y-3)(y+3)} = \frac{1}{y-3};$$

$$\text{при } y = 3, 1, \frac{1}{y-3} = \frac{1}{3,1-3} = \frac{1}{0,1} = 10;$$

$$\text{при } y = -2, \frac{1}{y-3} = \frac{1}{-2-3} = -\frac{1}{5}.$$

$$2) -\frac{3c-5}{4-c^2} + \frac{3-2c}{c^2-4} = \frac{3c-5}{c^2-4} + \frac{3-2c}{c^2-4} = \frac{3c-5+3-2c}{c^2-4} = \frac{c-2}{(c-2)(c+2)} =$$

$$= \frac{1}{c+2}; \text{ при } c = 3, \frac{1}{c+2} = \frac{1}{3+2} = \frac{1}{5}; \text{ при } c = -3,$$

$$\frac{1}{c+2} = \frac{1}{-3+2} = -1.$$

$$\boxed{3.} а) \frac{16-7x}{(x-3)^2} - \frac{13-6x}{(3-x)^2} = \frac{16-7x}{(x-3)^2} - \frac{13-6x}{(x-3)^2} = \frac{16-7x-13+6x}{(x-3)^2} =$$

$$= \frac{3-x}{(3-x)^2} = \frac{1}{3-x}.$$

$$б) \frac{3(c^2+4)}{(c-2)^3} + \frac{12c}{(2-c)^3} = \frac{3c^2+12}{(c-2)^3} - \frac{12c}{(c-2)^3} = \frac{3c^2-12c+12}{(c-2)^3} =$$

$$= \frac{3(c^2-4c+4)}{(c-2)^3} = \frac{3(c-2)^2}{(c-2)^3} = \frac{3}{c-2}.$$

$$\text{B)} \frac{a^2-6b}{(a-2)(b-3)} - \frac{2(a-3b)}{(2-a)(3-b)} = \frac{a^2-6b}{(a-2)(b-3)} - \frac{2a-6b}{(a-2)(b-3)} =$$

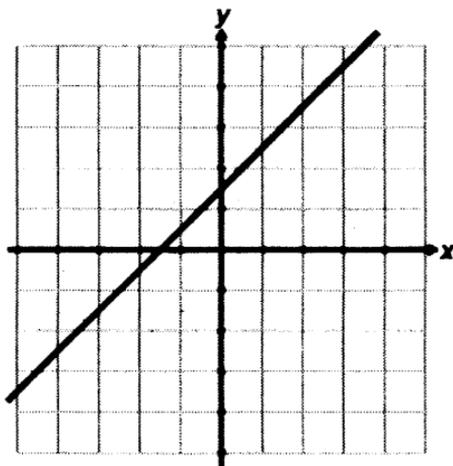
$$= \frac{a^2-6b-2a+6b}{(a-2)(b-3)} = \frac{a^2-2a}{(a-2)(b-3)} = \frac{a(a-2)}{(a-2)(b-3)} = \frac{a}{b-3}.$$

$$\boxed{4.} \frac{a^2-3}{(a-2)^4} - \frac{5a-1}{(a-2)^4} + \frac{a+6}{(a-2)^4} = \frac{a^2-3-5a+1+a+6}{(a-2)^4} = \frac{a^2-4a+4}{(a-2)^4} =$$

$$= \frac{(a-2)^2}{(a-2)^4} = \frac{1}{(a-2)^2} > 0.$$

$$\boxed{5.} y = \frac{x^2}{x-3} + \frac{9}{3-x};$$

$$\frac{x^2}{x-3} + \frac{9}{3-x} = \frac{x^2}{x-3} - \frac{9}{x-3} = \frac{x^2-9}{x-3} = \frac{(x-3)(x+3)}{x-3} = x+3.$$



$$\boxed{6.} \text{ a) } \frac{x^3+8}{x} = \frac{x^3}{x} + \frac{8}{x} = x^2 + \frac{8}{x}.$$

$$\text{б) } \frac{y^2+6y-1}{y+6} = \frac{y^2+6y}{y+6} - \frac{1}{y+6} = \frac{y(y+6)}{y+6} - \frac{1}{y+6} = y - \frac{1}{y+6}.$$

$$\text{в) } \frac{p^2+4p+5}{p+2} = \frac{p^2+4p+4}{p+2} + \frac{1}{p+2} = \frac{(p+2)^2}{p+2} + \frac{1}{p+2} = p+2 + \frac{1}{p+2}.$$

### С-7. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями.

$$\boxed{1.} \text{ 1) a) } \frac{x}{3} + \frac{x-2}{5} = \frac{5x}{15} + \frac{3(x-2)}{15} = \frac{5x+3x-6}{15} = \frac{8x-6}{15}.$$

$$\text{б) } \frac{3y-2}{6} - \frac{y+1}{4} = \frac{2(3y-2)}{12} - \frac{3(y+1)}{12} = \frac{6y-4-3y-3}{12} = \frac{3y-7}{12}.$$

$$\text{в) } -\frac{b-c}{7} + \frac{3b-c}{14} = -\frac{2b-2c}{14} + \frac{3b-c}{14} = \frac{3b-c-2b+2c}{14} = \frac{b+c}{14}.$$

$$\begin{aligned}
\Gamma) \quad & \frac{1}{a^2} + \frac{a-2}{a} = \frac{1}{a^2} + \frac{a(a-2)}{a^2} = \frac{a^2-2a+1}{a^2} = \frac{(a-1)^2}{a^2}. \\
\Delta) \quad & \frac{3x-5}{x} - \frac{3y-2}{y} = \frac{y(3x-5)}{xy} - \frac{x(3y-2)}{xy} = \frac{3xy-5y-3xy+2x}{xy} = \frac{2x-5y}{xy}. \\
\text{e)} \quad & \frac{b-a}{ab} - \frac{a-b}{b^2} = \frac{b(b-a)}{ab^2} - \frac{a(a-b)}{ab^2} = \frac{b^2-ab-a^2+ab}{ab^2} = \frac{b^2-a^2}{ab^2}. \\
2) \text{ a)} \quad & \frac{(x+y)^2}{6y} + \frac{(x-y)^2}{12y} - \frac{x^2-y^2}{4y} = \\
& = \frac{2(x^2+2xy+y^2)+x^2-2xy+y^2-3(x^2-y^2)}{12y} = \\
& = \frac{2x^2+4xy+2y^2+x^2-2xy+y^2-3x^2+3y^2}{12y} = \frac{6y^2+2xy}{12y} = \frac{2y(3y+x)}{12y} = \\
& = \frac{3y+x}{6}. \\
\text{б)} \quad & \frac{3a+1}{7a} - \frac{7a+b}{14ab} - \frac{b-1}{2b} = \frac{2b(3a+1)-7a-b-7a(b-1)}{14ab} = \\
& = \frac{6ab+2b-7a-b-7ab+7a}{14ab} = \frac{b-ab}{14ab} = \frac{b(1-a)}{14ab} = \frac{1-a}{14a}. \\
3) \text{ a)} \quad & \frac{a-1}{2(a-4)} + \frac{a}{a-4} = \frac{a-1}{2(a-4)} + \frac{2a}{2(a-4)} = \frac{a-1+2a}{2(a-4)} = \frac{3a-1}{2(a-4)}. \\
\text{б)} \quad & \frac{x-1}{3x-12} - \frac{x-3}{2x-8} = \frac{x-1}{3(x-4)} - \frac{x-3}{2(x-4)} = \frac{2(x-1)}{6(x-4)} - \frac{3(x-3)}{6(x-4)} = \\
& = \frac{2x-2-3x+9}{6(x-4)} = \frac{7-x}{6(x-4)}. \\
\text{в)} \quad & \frac{3y}{4y-4} + \frac{2y}{5-5y} = \frac{3y}{4(y-1)} - \frac{2y}{5(y-1)} = \frac{15y-8y}{20(y-1)} = \frac{7y}{20(y-1)}. \\
4) \text{ a)} \quad & \frac{a+1}{a^2-ab} - \frac{1-b}{b^2-ab} = \frac{a+1}{a(a-b)} + \frac{1-b}{b(a-b)} = \frac{ab+b+a-ab}{ab(a-b)} = \frac{a+b}{ab(a-b)}. \\
\text{б)} \quad & \frac{3x^2-8y^2}{x^2-2xy} - \frac{3xy-x^2}{xy-2y^2} = \frac{3x^2-8y^2}{x(x-2y)} - \frac{3xy-x^2}{y(x-2y)} = \frac{3x^2y-8y^3-3x^2y+x^3}{xy(x-2y)} = \\
& = \frac{x^3-8y^3}{xy(x-2y)} = \frac{(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)}{xy(x-2y)} = \frac{x^2+2xy+4y^2}{xy}. \\
\text{в)} \quad & \frac{2}{y^2-4} - \frac{1}{y^2+2y} = \frac{2}{(y-2)(y+2)} - \frac{1}{y(y+2)} = \frac{2y-(y-2)}{y(y^2-4)} = \frac{2y-y+2}{y(y^2-4)} = \\
& = \frac{y+2}{y(y^2-4)} = \frac{1}{y(y-2)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\boxed{2.} \text{ 1) a)} \quad & 5x + \frac{1}{x} = \frac{5x^2}{x} + \frac{1}{x} = \frac{5x^2+1}{x}. \\
\text{б)} \quad & \frac{6}{y} - 2y = \frac{6}{y} - \frac{2y^2}{y} = \frac{6-2y^2}{y}. \\
\text{в)} \quad & 4a - \frac{8a^2}{2a-3} = \frac{4a(2a-3)}{2a-3} - \frac{8a^2}{2a-3} = \frac{8a^2-12a-8a^2}{2a-3} = \frac{-12a}{2a-3}. \\
\Gamma) \quad & \frac{6b}{3-b} - 2b = \frac{6b}{3-b} - \frac{2b(3-b)}{3-b} = \frac{6b-6b+2b^2}{3-b} = \frac{2b^2}{3-b}. \\
2) \text{ a)} \quad & \frac{8b^2}{4b-5} - 2b - 1 = \frac{8b^2}{4b-5} - \frac{2b(4b-5)}{4b-5} - \frac{4b-5}{4b-5} = \\
& = \frac{8b^2-8b^2+10b-4b+5}{4b-5} = \frac{6b+5}{4b-5}. \\
\text{б)} \quad & 3x + \frac{3+4x-4x^2}{2x-3} + 1 = \frac{3x(2x-3)}{2x-3} + \frac{3+4x-4x^2}{2x-3} + \frac{2x-3}{2x-3} = \\
& = \frac{6x^2-9x+3+4x-4x^2+2x-3}{2x-3} = \frac{2x^2-3x}{2x-3} = \frac{x(2x-3)}{2x-3} = x.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3. } & \frac{(x-3)(x-7)}{12} - \frac{(x-7)(x-1)}{8} + \frac{(x-1)(x-3)}{24} = \frac{2(x^2-7x-3x+21)}{24} - \\ & - \frac{3(x^2-7x-x+7)}{24} + \frac{x^2-x-3x+3}{24} = \\ & = \frac{2x^2-20x+42-(3x^2-24x+21)+x^2-4x+3}{24} = \\ & = \frac{2x^2-3x^2+x^2-20x+24x-4x+42-21+3}{24} = \frac{24}{24} = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4. } & \frac{3y+4}{5y-10} - \frac{y+4}{3y-6} = \frac{3y+4}{5(y-2)} - \frac{y+4}{3(y-2)} = \frac{9y+12-(5y+20)}{15(y-2)} = \\ & = \frac{9y-5y+12-20}{15(y-2)} = \frac{4y-8}{15(y-2)} = \frac{4(y-2)}{15(y-2)} = \frac{4}{15}. \end{aligned}$$

$$\text{5. } \frac{a}{b} = 10; \quad \frac{b}{a} = \frac{1}{10} = 0,1.$$

$$\text{a) } \frac{a+b}{b} = 1 + \frac{b}{a} = 1 + 0,1 = 1,1.$$

$$\text{б) } \frac{2a-3b}{b} = 2 \cdot \frac{a}{b} - 3 = 2 \cdot 10 - 3 = 20 - 3 = 17.$$

$$\text{в) } \frac{(a-b)^2}{ab} = \frac{a^2-2ab+b^2}{ab} = \frac{a}{b} - 2 + \frac{b}{a} = 10 - 2 + 0,1 = 8,1.$$

$$\begin{aligned} \text{6. } & 3 + \frac{a}{x+5} = \frac{3x}{x+5}; \quad \frac{3x}{x+5} - \frac{a}{x+5} = 3; \quad 3x - a = 3(x+5); \\ & 3x - a = 3x + 15; \quad a = -15. \end{aligned}$$

### С-8. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями (продолжение).

$$\begin{aligned} \text{1. } & \text{1) а) } \frac{2b^2-3b+4}{(b-1)^2} - \frac{b-2}{b-1} = \frac{2b^2-3b+4}{(b-1)^2} - \frac{(b-2)(b-1)}{(b-1)^2} = \\ & = \frac{2b^2-3b+4-(b^2-3b+2)}{(b-1)^2} = \frac{2b^2-3b+4-b^2+3b-2}{(b-1)^2} = \\ & = \frac{b^2+2}{(b-1)^2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \frac{1-2c}{c^3-1} - \frac{c-1}{c^2+c+1} = \frac{1-2c-(c-1)(c-1)}{(c-1)(c^2+c+1)} = \\ & = \frac{1-2c-(c^2-2c+1)}{(c-1)(c^2+c+1)} = \frac{1-2c-c^2+2c-1}{c^3-1} = \frac{-c^2}{c^3-1}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2) а) } & \frac{2x-1}{6-3x} + \frac{2x+1}{2x-4} - \frac{x+3}{6x-12} = \frac{2x-1}{3(2-x)} + \frac{2x+1}{2(x-2)} - \frac{x+3}{6(x-2)} = \frac{4x-2}{6(2-x)} - \\ & - \frac{6x+3}{6(2-x)} + \frac{x+3}{6(2-x)} = \frac{4x-2-6x-3+x+3}{6(2-x)} = \frac{-x-2}{6(2-x)} = \frac{x+2}{6(x-2)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \frac{2a}{a-5} - \frac{5}{a+5} + \frac{2a^2}{25-a^2} = \frac{2a^2+10a}{(a-5)(a+5)} - \frac{5a-25}{(a-5)(a+5)} - \frac{2a^2}{a^2-25} = \\ & = \frac{2a^2+10a-5a+25-2a^2}{a^2-25} = \frac{5a+25}{a^2-25} = \frac{5(a+5)}{(a-5)(a+5)} = \frac{5}{a-5}. \end{aligned}$$

$$\text{3) а) } \frac{3}{2y+6} + \frac{y^2-y-3}{y^2-9} - 1 = \frac{3}{2(y+3)} + \frac{y^2-y-3}{(y-3)(y+3)} - 1 =$$

$$= \frac{3y-9+2(y^2-y-3)-2y^2+18}{2(y-3)(y+3)} = \frac{3y-9+2y^2-2y-6-2y^2+18}{2(y^2-9)} =$$

$$= \frac{y+3}{2(y-3)(y+3)} = \frac{1}{2y-6}.$$

$$6) 1 - \frac{2b+1}{b^3+1} - \frac{b}{b+1} = \frac{b^3+1}{b^3+1} - \frac{2b+1}{b^3+1} - \frac{b^3-b^2+b}{(b+1)(b^2-b+1)} =$$

$$= \frac{b^3+1-2b-1-b^3+b^2-b}{b^3+1} = \frac{b^2-3b}{b^3+1}.$$

$$2. a) b - \frac{b^3-24b-5}{b^2-25} = \frac{b^3-25b}{b^2-25} - \frac{b^3-24b-5}{b^2-25} = \frac{b^3-25b-b^3+24b+5}{b^2-25} =$$

$$= \frac{-b+5}{b^2-25} = -\frac{1}{b+5}; \text{ при } b = -5, 5; -\frac{1}{b+5} = -\frac{1}{-5,5+5} = -$$

$$-\frac{1}{-0,5} = 2.$$

$$6) \frac{2x^2+7x+9}{x^3-1} + \frac{4x+3}{x^2+x+1} - \frac{5}{x-1} = \frac{2x^2+7x+9}{(x-1)(x^2+x+1)} + \frac{(4x+3)(x-1)}{(x-1)(x^2+x+1)} -$$

$$-\frac{5(x^2+x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} =$$

$$= \frac{2x^2+7x+9+4x^2-4x+3x-3-5x^2-5x-5}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{x^2+x+1}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{1}{x-1};$$

$$\text{при } x = 1, 1; \frac{1}{x-1} = \frac{1}{1,1-1} = \frac{1}{0,1} = 10.$$

$$3. a) \frac{0,7}{0,5p-1,5} - \frac{0,4p-1,2}{p^2-6p+9} = \frac{0,7}{0,5(p-3)} - \frac{0,4p-1,2}{(p-3)^2} = \frac{1,4}{(p-3)} -$$

$$-\frac{0,4p-1,2}{(p-3)^2} = \frac{1,4p-4,2}{(p-3)^2} - \frac{0,4p-1,2}{(p-3)^2} = \frac{1,4p-4,2-0,4p+1,2}{(p-3)^2} = \frac{p-3}{(p-3)^2} =$$

$$= \frac{1}{p-3}.$$

$$6) \frac{3x+0,5y}{9x^2-1,5xy} - \frac{12x}{9x^2-0,25y^2} - \frac{3x-0,5y}{9x^2+1,5xy} =$$

$$= \frac{3x+0,5y}{3x(3x-0,5y)} - \frac{12x}{(3x-0,5y)(3x+0,5y)} - \frac{3x-0,5y}{3x(3x+0,5y)} =$$

$$= \frac{(3x+0,5y)^2-36x^2-(3x-0,5y)^2}{3x(3x-0,5y)(3x+0,5y)} =$$

$$= \frac{9x^2+3xy+0,25y^2-36x^2-9x^2+3xy-0,25y^2}{3x(3x-0,5y)(3x+0,5y)} = \frac{6xy-36x^2}{3x(9x^2-0,25y^2)} =$$

$$= \frac{12x(0,5y-3x)}{3x(3x-0,5y)(3x+0,5y)} = -\frac{4}{3x+0,5y}.$$

$$4. a) \frac{n+9}{n} = 1 + \frac{9}{n}.$$

$$6) \frac{n^2-7n+4}{n} = n - 7 + \frac{4}{n}.$$

$$5. \frac{a+2b}{b} = 7; \frac{a}{b} + 2 = 7; \frac{a}{b} = 5; \frac{b}{a} = 0, 2.$$

$$a) \frac{a}{b} = 5.$$

$$6) \frac{2a-b}{b} = 2\frac{a}{b} - 1 = 2 \cdot 5 - 1 = 9.$$

$$в) \frac{3a+4b}{a} = 3 + 4\frac{b}{a} = 3 + 4 \cdot 0, 2 = 3, 8.$$

## С-9. Умножение дробей.

$$\boxed{1.} \quad 1) \quad \text{а)} \quad \frac{3a}{b} \cdot \frac{b}{6a} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{б)} \quad -\frac{2x}{3y} \cdot \frac{y}{6x} = -\frac{1}{9}.$$

$$\text{в)} \quad \frac{a^2b}{12c} \cdot \frac{4c}{ab^2} = \frac{a}{3b}.$$

$$\text{г)} \quad \frac{18m^3}{5n^2} \cdot \frac{25n}{12m^2} = \frac{3 \cdot 5 \cdot m}{2n} = \frac{15m}{2n}.$$

$$\text{д)} \quad 6x \cdot \frac{a}{3x^2} = \frac{2a}{x}.$$

$$\text{е)} \quad \frac{7y^3}{z^2} \cdot z^3 = 7y^3z.$$

$$2) \quad \text{а)} \quad \frac{3}{x^2-2x} \cdot \frac{2x-4}{x} = \frac{3 \cdot 2 \cdot (x-2)}{x \cdot (x-2) \cdot x} = \frac{6}{x^2}.$$

$$\text{б)} \quad \frac{a-2b}{12c} \cdot \frac{18c^2}{2b-a} = -\frac{3c}{2}.$$

$$\text{в)} \quad \frac{x^2-16}{8x^3} \cdot \frac{4x}{x+4} = \frac{(x-4)(x+4)}{2x^2(x+4)} = \frac{x-4}{2x^2}.$$

$$\text{г)} \quad \frac{5-y}{2y} \cdot \frac{3y^2}{y^2-25} = -\frac{3y(y-5)}{(y-5)(y+5)} = -\frac{3y}{y+5}.$$

$$\text{д)} \quad \frac{c^2+4c+4}{2c-6} \cdot \frac{c^2-9}{5c+10} = \frac{(c+2)^2 \cdot (c-3)(c+3)}{2(c-3) \cdot 5(c+2)} = \frac{(c+2)(c+3)}{10} = \frac{c^2+5c+6}{10}.$$

$$\text{е)} \quad (3a-6b) \cdot \frac{a+2}{a^2-4b} = \frac{3(a-2b) \cdot (a+2)}{(a-2b)(a+2b)} = \frac{3(a+2)}{a+2b}.$$

$$3) \quad \text{а)} \quad \frac{x^2-6x+9}{x^2-3x+9} \cdot \frac{x^3+27}{3x-9} = \frac{(x-3)^2 \cdot (x+3)(x^2-3x+9)}{3(x-3)(x^2-3x+9)} = \frac{(x-3) \cdot (x+3)}{3} = \frac{x^2-9}{3}.$$

$$\text{б)} \quad \frac{1}{5a^2+10ab+20b^2} \cdot (a^3-8b^3) = \frac{(a-2b)(a^2+2ab+4b^2)}{5(a^2+2ab+4b^2)} = \frac{a-2b}{5}.$$

$$\text{в)} \quad \frac{x^2-ax+bx-ab}{x^2+ax-bx-ab} \cdot \frac{x^2+2ax+a^2}{x^2-2bx+b^2} = \frac{x(x-a)+b(x-a)}{x(x+a)-b(x+a)} \cdot \frac{(x+a)^2}{(x-b)^2} = \frac{(x+b)(x-a) \cdot (x+a)^2}{(x-b)(x+a)(x-b)^2} = \frac{(x+b)(x-a)(x+a)}{(x-b)^3} = \frac{(x+b)(x^2-a^2)}{(x-b)^3} = \frac{x^3-a^2x+bx^2-a^2b}{(a-b)^3}.$$

$$\boxed{2.} \quad 1) \quad \text{а)} \quad \left(\frac{x}{y^2}\right)^2 = \frac{x^2}{y^4}.$$

$$\text{б)} \quad \left(-\frac{2a^2}{c^2}\right)^3 = -\frac{8a^6}{c^6}.$$

$$\text{в)} \quad \left(\frac{c^2}{b}\right)^3 \cdot \left(\frac{b^2}{c^4}\right)^2 = \frac{c^6}{b^3} \cdot \frac{b^4}{c^8} = \frac{b}{c^2}.$$

$$2) \quad \text{а)} \quad \left(-\frac{16x^2}{27y^3}\right)^2 \cdot \left(\frac{9y^2}{8x^2}\right)^3 = \frac{256x^4}{729y^6} \cdot \frac{729y^6}{512x^6} = \frac{1}{2x^2}.$$

$$\text{б)} \quad \left(\frac{a-b}{a+b}\right)^3 \cdot \frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-2ab+b^2} = \frac{(a-b)^3}{(a+b)^3} \cdot \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} = \frac{a-b}{a+b}.$$

$$\boxed{3.} \text{ а) } \frac{45xy}{7z^2} \cdot \frac{14xz^3}{81y^2} \cdot \frac{27y^3}{5xz} = \frac{5 \cdot 9 \cdot 14 \cdot 27}{7 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 5} \cdot \frac{x^2 y^4 z^3}{xy^2 z^3} = 6xy^2.$$

$$\text{б) } \frac{74a^3b}{c^4} \cdot \frac{b^3}{111a^5} \cdot 3ac^3 = \frac{2 \cdot 37 \cdot 3}{3 \cdot 37} \cdot \frac{a^4 b^4 c^3}{a^5 c^4} = \frac{2b^4c}{a}.$$

$$\boxed{4.} \frac{8-0,5y^4}{4+0,5y^3} \cdot \frac{0,5y^2-y+2}{0,5y^2+2} \cdot \frac{1}{2-y} = \frac{0,5(16-y^4)}{0,5(8+y^3)} \cdot \frac{0,5(y^2-2y+4)}{0,5(y^2+4)} \cdot \frac{1}{2-y} =$$

$$= \frac{(4-y^2)(4+y^2)}{(2+y)(y^2-2y+4)} \cdot \frac{y^2-2y+4}{(y^2+4)(2-y)} = \frac{4-y^2}{(2+y)(2-y)} = \frac{4-y^2}{4-y^2} = 1.$$

### С-10. Деление дробей.

$$\boxed{1.} \text{ 1) а) } \frac{2x^2}{y} : \frac{x}{y^2} = \frac{2x^2}{y} \cdot \frac{y^2}{x} = 2xy.$$

$$\text{б) } -\frac{3a}{b^2} : \frac{12a^2}{b^3} = -\frac{3a}{b^2} \cdot \frac{b^3}{12a^2} = -\frac{b}{4a}.$$

$$\text{в) } \frac{4a}{5b} : \frac{2a^2}{15b^2} = \frac{4a}{5b} \cdot \frac{15b^2}{2a^2} = \frac{6b}{a}.$$

$$\text{г) } 10a^2 : \frac{5a}{b} = \frac{10a^2b}{5a} = 2ab.$$

$$\text{д) } \frac{7x^3}{y^2} : (14x^2) = \frac{7x^3}{y^2 \cdot 14x^2} = \frac{x}{2y^2}.$$

$$\text{2) а) } \frac{a^2-b^2}{a+3b} : \frac{ab+b^2}{2a+6b} = \frac{(a-b)(a+b)}{a+3b} \cdot \frac{2(a+3b)}{b(a+b)} = \frac{2(a-b)}{b}.$$

$$\text{б) } \frac{5x-25}{3y+5} : \frac{x^2-25}{6y+10} = \frac{5(x-5)}{3y+5} \cdot \frac{2(3y+5)}{(x-5)(x+5)} = \frac{10}{x+5}.$$

$$\text{в) } \frac{k+4}{k-4} : \frac{k^2-8k+16}{k^2-16} = \frac{k+4}{k-4} \cdot \frac{(k-4)(k+4)}{(k-4)^2} = \frac{(k+4)^2}{(k-4)^2}.$$

$$\text{г) } \frac{c+d}{3-2c} : \frac{c^2+2cd+d^2}{2c^2-3c} = -\frac{c+d}{2c-3} \cdot \frac{c(2c-3)}{(c+d)^2} = -\frac{c}{c+d}.$$

$$\text{3) а) } \frac{9+6y+4y^2}{2y-1} : \frac{27-8y^2}{4y^2-1} = \frac{4y^2+6y+9}{2y-1} \cdot \frac{(2y-1)(2y+1)}{(3-2y)(4y^2+6y+9)} = \frac{2y+1}{3-2y}.$$

$$\text{б) } \frac{8+p^3}{16-p^4} : \frac{p^2-2p+4}{p^2+4} = \frac{(2+p)(p^2-2p+4)}{(4-p^2)(4+p^2)} \cdot \frac{p^2+4}{p^2-2p+4} = \frac{2+p}{4-p^2} =$$

$$= \frac{2+p}{(2-p)(2+p)} = \frac{1}{2-p}.$$

$$\boxed{2.} \text{ а) } \left(\frac{x}{4}\right)^2 : \left(\frac{x}{2}\right)^3 = \frac{x^2}{16} \cdot \frac{8}{x^3} = \frac{1}{2x}.$$

$$\text{б) } \frac{(a-2b)^3}{(2a-b)^3} : \frac{a^2-4ab+4b^2}{4a^2-4ab+b^2} = \frac{(a-2b)^3}{(2a-b)^3} \cdot \frac{(2a-b)^2}{(a-2b)^2} = \frac{a-2b}{2a-b}.$$

$$\boxed{3.} \text{ а) } \frac{3x^2}{2y^2z^2} \cdot \frac{6y^3}{7z^8} : \frac{9xy}{14z^2} = \frac{3 \cdot 6x^2y^3}{2 \cdot 7y^2z^8} \cdot \frac{14z^2}{9xy} = \frac{2x}{z^6}.$$

$$\text{б) } \frac{216a^6}{343b^3} : \frac{18a^8}{49b^4} \cdot \frac{7a^3}{4b^2} = \frac{216a^6}{343b^3} \cdot \frac{49b^4}{18a^8} \cdot \frac{7a^3}{4b^2} = \frac{3a}{b}.$$

$$\boxed{4.} \left(\frac{x^2-10x+25}{x^2-25}\right)^3 : \left(\frac{x-5}{x+5}\right)^3 = \left(\frac{(x-5)^2}{(x-5)(x+5)}\right)^3 \cdot \frac{(x+5)^3}{(x-5)^3} = \left(\frac{x-5}{x+5}\right)^3.$$

$$\frac{(x+5)^3}{(x-5)^3} = 1.$$

**5.**  $(n-2)^2 : n^2 = \left(\frac{n-2}{n}\right)^2 = \left(1 - \frac{2}{n}\right)^2$ . Значение выражения  $(n-2)^2 : n^2$  является целым числом при  $n = \pm 1; \pm 2$ .

$$\begin{aligned} \text{6. } \frac{0,2y+1,6}{0,2y^2+y+5} : \frac{0,5y^2-32}{0,5y^3-62,5} &= \frac{0,2(y+8)}{0,2(y^2+5y+25)} \cdot \frac{0,5(y^3-125)}{0,5(y^2-64)} = \\ &= \frac{y+8}{y^2+5y+25} \cdot \frac{(y-5)(y^2+5y+25)}{(y-8)(y+8)} = \frac{y-5}{y-8}. \end{aligned}$$

### С-11. Все действия с дробями.

$$\text{1. 1) а) } \left(\frac{2a}{b^2} - \frac{1}{2a}\right) : \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{2a}\right) = \left(\frac{4a^2-b^2}{2ab^2}\right) : \left(\frac{2a+b}{2ab}\right) = \\ = \frac{(2a-b)(2a+b)}{2ab^2} \cdot \frac{2ab}{2a+b} = \frac{2a-b}{b}.$$

$$\text{б) } \left(\frac{2m}{2m-1} + 1\right) \cdot \frac{6m-3}{4m^2-m} = \left(\frac{2m+2m-1}{2m-1}\right) \cdot \frac{3(2m-1)}{m(4m-1)} = \frac{3 \cdot (4m-1)}{m(4m-1)} = \\ = \frac{3}{m}.$$

$$\text{в) } \frac{y-3}{y+3} \cdot \left(y + \frac{y^2}{3-y}\right) = \frac{y-3}{y+3} \cdot \left(\frac{3y-y^2+y^2}{3-y}\right) = \frac{y-3}{y+3} \cdot \frac{3y}{3-y} = -\frac{3y}{y+3}.$$

$$\text{г) } \left(x - \frac{5x}{x+2}\right) : \frac{x-3}{x+2} = \frac{x^2+2x-5x}{x+2} \cdot \frac{x+2}{x-3} = \frac{x^2-3x}{x-3} = x.$$

$$\text{д) } \frac{6x+y}{3x} - \frac{5y^2}{x^2} \cdot \frac{x}{15y} = \frac{6x+y}{3x} - \frac{y}{3x} = \frac{6x}{3x} = 2.$$

$$\text{2) а) } \frac{a^2-x^2}{b^2-16} \cdot \frac{b+4}{a-x} + \frac{x}{4-b} = \frac{(a-x)(a+x)}{(b-4)(b+4)} \cdot \frac{b+4}{a-x} + \frac{x}{4-b} = \frac{a+x}{b-4} + \\ + \frac{x}{4-b} = \frac{a+x}{b-4} - \frac{x}{b-4} = \frac{a}{b-4}.$$

$$\text{б) } \frac{x-y}{2x+y} + \frac{1}{x-y} \cdot \frac{x^2-y^2}{2x+y} = \frac{x-y}{2x+y} + \frac{1}{x-y} \cdot \frac{(x-y)(x+y)}{2x+y} = \frac{x-y}{2x+y} + \\ + \frac{x+y}{2x+y} = \frac{2x}{2x+y}.$$

$$\text{в) } \left(\frac{2a^2-a}{a^2-a+1} - 2\right) : \left(\frac{1}{a+1} - \frac{a-1}{a^2-a+1}\right) = \frac{2a^2-a-2(a^2-a+1)}{a^2-a+1} : \\ : \frac{a^2-a+1-(a-1)(a+1)}{(a+1)(a^2-a+1)} = \frac{2a^2-a-2a^2+2a-2}{a^2-a+1} \cdot \frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1-(a^2-1)} = \\ = \frac{(a-2)(a+1)}{a^2-a+1-a^2+1} = \frac{(a-2)(a+1)}{-a+2} = -a-1.$$

$$\text{2. а) } \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}\right) : \frac{xy}{x^2-y^2} = \frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{(x-y)(x+y)} \cdot \frac{x^2-y^2}{xy} = \\ = \frac{x^2+2xy+y^2-x^2+2xy-y^2}{xy} = 4.$$

$$\text{б) } \left(\frac{a}{a-5} - \frac{a}{a+5} - \frac{a+5}{25-a^2}\right) \cdot \frac{a-5}{a^2+10a+25} = \frac{a(a+5)-a(a-5)+a+25}{a^2-25}.$$

$$\frac{a-5}{(a+5)^2} = \frac{a^2+5a-a^2+5a+a+25}{(a-5)(a+5)} \cdot \frac{a-5}{(a+5)^2} = \frac{11a+25}{(a+5)^3}.$$

$$\begin{aligned} \text{3. } & \left( \frac{2a-0,5b}{4a^2+ab+0,25b^2} + \frac{24ab}{64a^3-b^3} + \frac{1}{2a-0,5b} \right) \cdot \frac{4a-b}{4} = \\ & = \left( \frac{0,5(4a-b)}{0,25(16a^2+4ab+b^2)} + \frac{24ab}{(4a-b)(16a^2+4ab+b^2)} + \frac{1}{0,5(4a-b)} \right) \cdot \frac{4a-b}{4} = \\ & = \left( \frac{(4a-b)^2+0,5 \cdot 24ab+16a^2+4ab+b^2}{0,5(64a^3-b^3)} \right) \cdot \frac{4a-b}{4} = \\ & = \frac{16a^2-8ab+b^2+12ab+16a^2+4ab+b^2}{0,5 \cdot 4 \cdot (16a^2+4ab+b^2)} = \frac{24a^2+8ab+2b^2}{2(16a^2+4ab+b^2)} = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4. } & \frac{\frac{3x-y}{y}+1}{\frac{3x+y}{y}-1} + \frac{3-\frac{y}{x}}{\frac{3x}{y}-1} = \left( \frac{3x-y}{y} + 1 \right) : \left( \frac{3x+y}{y} - 1 \right) + \left( 3 - \frac{y}{x} \right) : \\ & : \left( \frac{3x}{y} - 1 \right) = \frac{3x-y+y}{y} : \frac{3x+y-y}{y} + \frac{3x-y}{x} : \frac{3x-y}{y} = \frac{3x}{y} \cdot \frac{y}{3x} + \\ & + \frac{3x-y}{x} \cdot \frac{y}{3x-y} = 1 + \frac{y}{x}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{5. } & \left( \frac{1}{(a-x)(x-1)} - \frac{1}{(a-x)(a-1)} - \frac{1}{(a-1)(x-1)} \right) \cdot \frac{a^3-8x^3}{a^4+b^4} = \\ & = \frac{a-1-(x-1)-(a-x)}{(a-x)(x-1)(a-1)} \cdot \frac{a^3-8x^3}{a^4+b^4} = \frac{a-1-x+1-a+x}{(a-x)(x-1)(a-1)} \cdot \frac{a^3-8x^3}{a^4+b^4} = 0. \end{aligned}$$

## С-12. Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график.

1.	$x$	-16	-8	-4	4	6	12	16	96
	$y$	-3	-6	-12	12	8	4	3	0,5

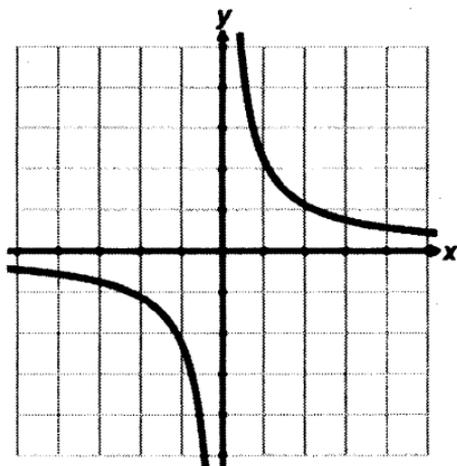
$$\text{2. } y = \frac{9}{x}.$$

а) При  $x = -5$ ;  $y = -1,8$ ; при  $x = -2$ ;

$y = -4,5$ ; при  $x = 2$ ;  $y = 4,5$ ; при  $x = 5$ ;  $y = 1,8$ .

б) При  $y = -9$ ;  $x = -1$ ; при  $y = -2,3$ ;  $x = \frac{9}{2,3} = \frac{90}{23} = 3\frac{21}{23}$ ; при  $y = 2,3$ ;  $x = 3\frac{21}{23}$ ; при  $y = 9$ ;  $x = 1$ .

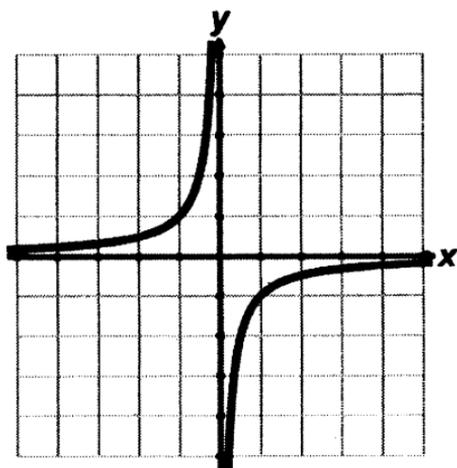
в) При  $x > 0$   $y > 0$ ; при  $x < 0$   $y < 0$ .



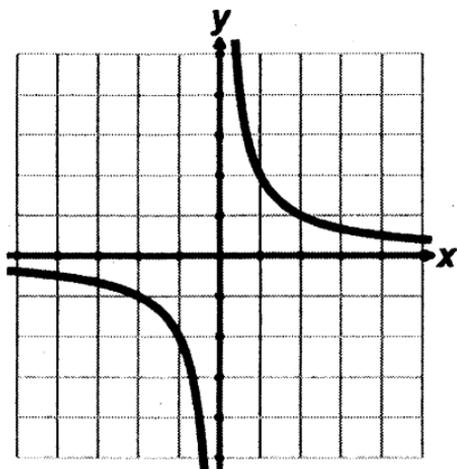
**3.** Точки  $A(-4; 32)$ ;  $B(8; -16)$  принадлежат графику функции  $y = -\frac{128}{x}$ , а точки  $C(2; 64)$ ;  $D(0; -128)$  не принадлежат.

**4.**  $x = \frac{49}{x}$ ;  $x^2 = 49$ ;  $x = \pm 7$ . Ответ:  $(7; 7)$  и  $(-7; -7)$ .

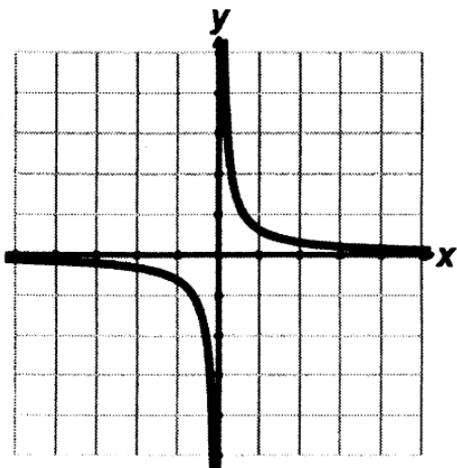
**5.** а)  $y = \frac{64}{(x-4)^2 - (x+4)^2} = \frac{64}{x^2 - 8x + 16 - x^2 - 8x - 16} = \frac{64}{-16x} = -\frac{4}{x}$ .



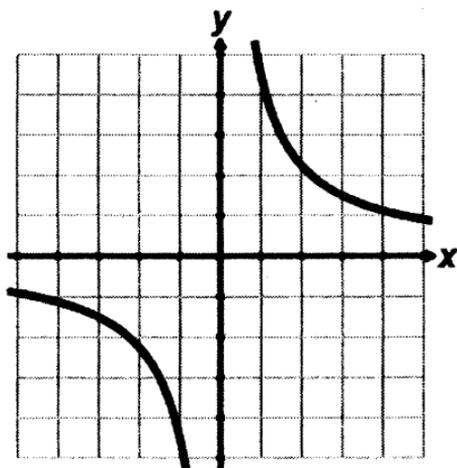
$$6) y = \frac{8}{|x|}.$$



$$B) y = \frac{5}{2|x|}.$$



$$6. \quad ab = 18; \quad b = \frac{18}{a}.$$



### С-13. Рациональные и иррациональные чи

- 1.** а) 7; 201.  
 б)  $-8$ ;  $-1$ .  
 в) 2, 1; 3, (6);  $2\frac{3}{19}$ .  
 г) 0, 2020020002...;  $-\pi$ .

- 2.** 1) а)  $\frac{1}{9} = 0, (1)$ .  
 б)  $4 = 4, (0)$ .  
 в)  $-3, 25 = -3, 25 (0)$ .  
 г)  $1\frac{1}{3} = 1, (3)$ .  
 2) а)  $-\frac{1}{12} = -0, 08(3)$ .  
 б)  $\frac{1}{16} = 0, 0625 (0)$ .  
 в)  $\frac{3}{11} = 0, (27)$ .  
 г)  $-\frac{5}{24} = -0, 208 (3)$ .

- 3.** 1) а)  $0, 121 > 0, 038$ .  
 б)  $0, 3 > -68$ .  
 в)  $-2, 45 > -2, 54$ .  
 2) а)  $\frac{1}{15} > 0$ .  
 б)  $\frac{4}{9} = \frac{44}{99}$ ;  $\frac{5}{11} = \frac{45}{99}$ ;  $\frac{44}{99} < \frac{45}{99}$ ;  $\frac{4}{9} < \frac{5}{11}$ .  
 в)  $2\frac{5}{6} = 2, 8(3) > 2, 8$ ;  $2, 8 < 2\frac{5}{6}$ .

3) а)  $-1,5353\cdots < -1,3535\cdots$

б)  $5,73 < 5,(73)$ .

в)  $1\frac{5}{13} = 1,3846\cdots < 1,(39)$ ;  $1\frac{5}{13} < 1,39$ .

**4.** а) Не верно. Пример:  $5 - 7 = -2$ .

б) Не верно. Пример:  $\frac{7}{3} \cdot \frac{3}{7} = 1$ .

в) Не верно. Пример:  $(\frac{2}{3})^3 + (\frac{7}{3})^3 = \frac{8}{27} + \frac{343}{27} = \frac{351}{27} = 13$ .

**5.** а)  $0,(6) = \frac{2}{3}$ .

б)  $0,05 = \frac{5}{90}$ .

в)  $0,0(45) = \frac{5}{110}$ .

**6.** Если  $a$  нечетное число, то  $a^2$  нечетное число, а  $2a^2$  четное число. Разность четного и нечетного числа есть число нечетное, значит  $2a^2 - b$  — нечётное число.

### С-14. Арифметический квадратный корень.

**1.** 1) а)  $\sqrt{16} = 4$ .

б)  $\sqrt{100} = 10$ .

в)  $\sqrt{49} = 7$ .

г)  $\sqrt{81} = 9$ .

2) а)  $\sqrt{0,25} = 0,5$ .

б)  $\sqrt{3600} = 60$ .

в)  $\sqrt{0,09} = 0,3$ .

г)  $\sqrt{400} = 20$ .

3) а)  $\sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{1}{8}$ .

б)  $\sqrt{5\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$ .

в)  $\sqrt{3\frac{6}{25}} = \sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$ .

г)  $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$ .

**2.** а) Верно.

б) Не верно.

- в) Верно.  
 г) Не верно.  
 д) Верно.  
 е) Не верно.

**3.** а)  $\sqrt{25} = 5$  (дм).

б)  $\sqrt{64} = 8$  (см).

в)  $\sqrt{0,49} = 0,7$  (м).

г)  $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$  (м).

**4.** а)  $\sqrt{9} = 3$ .

б)  $\sqrt{100} = 10$ .

в)  $\sqrt{0} = 0$ .

г)  $\sqrt{0,64} = 0,8$ .

д)  $\sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$ .

е)  $\sqrt{0,01} = 0,1$ .

ж)  $(1\frac{2}{3})^2 = (\frac{5}{3})^2 = \frac{25}{9}$ ;

$\sqrt{\frac{25}{9}} = 1\frac{2}{3}$ .

з)  $1,1^2 = 1,21$ .  $\sqrt{1,21} = 1,1$ .

**5.** 1) а)  $\sqrt{25} - \sqrt{49} = 5 - 7 = -2$ .

б)  $\sqrt{16} \cdot \sqrt{9} = 4 \cdot 3 = 12$ .

в)  $3\sqrt{4} - \sqrt{36} = 3 \cdot 2 - 6 = 6 - 6 = 0$ .

г)  $\sqrt{64} : \sqrt{900} = 8 : 30 = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$ .

2) а)  $\sqrt{0,36} + \sqrt{0,01} = 0,6 + 0,1 = 0,7$ .

б)  $\frac{1}{8}\sqrt{0,64} - 1 = \frac{1}{8} \cdot 0,8 - 1 = 0,1 - 1 = -0,9$ .

в)  $-3\sqrt{0,49} + 2,6 = -3 \cdot 0,7 + 2,6 = -2,1 + 2,6 = 0,5$ .

г)  $0,4 \cdot \sqrt{0,04} = 0,4 \cdot 0,2 = 0,08$ .

3) а)  $(\sqrt{4})^2 - 1,5 = 2^2 - 1,5 = 4 - 1,5 = 2,5$ .

б)  $7 \cdot \left(\sqrt{\frac{2}{7}}\right)^2 = 7 \cdot \frac{2}{7} = 2$ .

в)  $(\sqrt{0,9})^2 - 0,3 = 0,9 - 0,3 = 0,6$ .

г)  $\frac{1}{6} \cdot (\sqrt{12})^2 = \frac{1}{6} \cdot 12 = 2$ .

$$4) \text{ а) } \sqrt{4^2 + 33} = \sqrt{16 + 33} = \sqrt{49} = 7.$$

$$\text{б) } \sqrt{4 \cdot 5^2 - 6^2} = \sqrt{4 \cdot 25 - 36} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8.$$

$$\text{в) } \sqrt{3(0,4^2 + 0,11)} = \sqrt{3(0,16 + 0,11)} = \sqrt{3 \cdot 0,27} = \sqrt{0,81} = 0,9.$$

$$\text{г) } \sqrt{0,5^2 - 0,3^2} = \sqrt{0,25 - 0,09} = \sqrt{0,16} = 0,4.$$

$$\boxed{6.} \text{ 1) а) } \sqrt{169} = 13.$$

$$\text{б) } \sqrt{324} = 18.$$

$$\text{в) } \sqrt{441} = 21.$$

$$\text{г) } \sqrt{676} = 26.$$

$$2) \text{ а) } \sqrt{2,25} = 1,5.$$

$$\text{б) } \sqrt{3,61} = 1,9.$$

$$\text{в) } \sqrt{5,76} = 2,4.$$

$$\text{г) } \sqrt{7,84} = 2,8.$$

$$3) \text{ а) } \sqrt{11,56} = 3,4.$$

$$\text{б) } \sqrt{48400} = 220.$$

$$\text{в) } \sqrt{68,89} = 8,3.$$

$$\text{г) } \sqrt{72900} = 270.$$

$$\boxed{7.} \text{ а) При } c = 12, \sqrt{37 + c} = \sqrt{37 + 12} = \sqrt{49} = 7.$$

$$\text{При } c = -1, \sqrt{37 + c} = \sqrt{37 - 1} = \sqrt{36} = 6. \text{ При } c =$$

$$= 27, \sqrt{37 + 27} = \sqrt{64} = 8. \text{ При } c = -28, \sqrt{37 + c} =$$

$$= \sqrt{37 - 28} = \sqrt{9} = 3. \text{ При } c = 63, \sqrt{37 + c} = \sqrt{37 + 63} =$$

$$= \sqrt{100} = 10.$$

$$\text{б) При } a = 70, b = 6, \sqrt{a - b} = \sqrt{70 - 6} = \sqrt{64} = 8.$$

$$\text{При } a = 38, b = -43, \sqrt{a - b} = \sqrt{38 + 43} = \sqrt{81} = 9.$$

$$\text{При } a = \frac{3}{4}, b = \frac{1}{18}, \sqrt{a - b} = \sqrt{\frac{3}{4} - \frac{1}{18}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 9}{36} - \frac{2}{36}} =$$

$$= \sqrt{\frac{27 - 2}{36}} = \sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6}. \text{ При } a = 0,93, b = 0,57, \sqrt{a - b} =$$

$$= \sqrt{0,93 - 0,57} = \sqrt{0,36} = 0,6. \text{ При } a = -0,29, b = -$$

$$-0,78, \sqrt{a - b} =$$

$$= \sqrt{-0,29 + 0,78} = \sqrt{0,49} = 0,7.$$

$$\text{в) При } x = 0, 2\sqrt{x} - x = 2\sqrt{0} - 0 = 0 - 0 = 0. \text{ При}$$

$$x = 0,01, 2\sqrt{x} - x = 2\sqrt{0,01} - 0,01 = 2 \cdot 0,1 - 0,01 =$$

$$= 0,2 - 0,01 = 0,19. \text{ При } x = 900, 2\sqrt{x} - x = 2 \cdot \sqrt{900} -$$

$$-900 = 2 \cdot 30 - 900 = 60 - 900 = -840.$$

**8.** 1) а)  $\sqrt{x} = 1$ ;  $x = 1^2$ ;  $x = 1$ .

б)  $\sqrt{x} = 9$ ;  $x = 9^2$ ;  $x = 81$ .

в)  $5\sqrt{x} = 0$ ;  $x = 0^2$ ;  $x = 0$ .

г)  $\sqrt{x} = 0,2$ ;  $x = 0,2^2 = 0,04$ .

2) а)  $\sqrt{x} = 20$ ;  $x = 20^2$ ;  $x = 400$ .

б)  $\sqrt{x} - 6 = 0$ ;  $\sqrt{x} = 6$ ;  $x = 6^2$ ;  $x = 36$ .

в)  $\sqrt{x} = -4$ ; нет корней.

г)  $6\sqrt{|x|} - 3 = 0$ ;  $6\sqrt{|x|} = 3$ ;  $\sqrt{|x|} = 0,5$ ;

$|x| = 0,5^2$ ;  $|x| = 0,25$ ;  $x = \pm 0,25$ .

3) а)  $7\sqrt{x} = 1$ ;  $\sqrt{x} = \frac{1}{7}$ ;  $x = (\frac{1}{7})^2$ ;  $x = \frac{1}{49}$ .

б)  $3\sqrt{x} + 20 = 0$ ;  $3\sqrt{x} = -20$ ;  $\sqrt{x} = -\frac{20}{3}$ ; нет корней.

в)  $4 - 3\sqrt{x} = 0$ ;  $3\sqrt{x} = 4$ ;  $\sqrt{x} = \frac{4}{3}$ ;  $x = (\frac{4}{3})^2$ ;

$x = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}$ .

г)  $7 + 2\sqrt{x} = 0$ ;  $2\sqrt{x} = -7$ ;  $\sqrt{x} = -\frac{7}{2}$ ;

нет корней.

**9.** 1) а)  $\sqrt{1369} - \sqrt{1681} = 37 - 41 = -4$ .

б)  $2\sqrt{0,1156} - \sqrt{0,4761} = 2 \cdot 0,34 - 0,69 = 0,68 - 0,69 = -0,01$ .

в)  $0,4\sqrt{441} + \sqrt{2,56} = 0,4 \cdot 21 + 1,6 = 8,4 + 1,6 = 10$ .

2) а)  $\frac{5}{\sqrt{4225}} - \sqrt{\frac{25}{169}} = \frac{5}{65} - \frac{5}{13} = \frac{5}{65} - \frac{5 \cdot 5}{65} = \frac{5-25}{65} = -\frac{20}{65} = -\frac{4}{13}$ .

б)  $\frac{1}{\sqrt{361}} + \sqrt{6,25} = \frac{1}{19} + 2,5 = \frac{1}{19} + 2\frac{1}{2} = 2 + \frac{2}{38} + \frac{19}{38} = 2\frac{21}{38}$ .

в)  $\sqrt{1369 - 2 \cdot 37 \cdot 29 + 841} = \sqrt{1369 - 2146 + 841} = \sqrt{-777 + 841} = \sqrt{64} = 8$ .

**10.** 1) а)  $6\sqrt{x} = 5$ ;  $\sqrt{x} = \frac{5}{6}$ ;  $x = (\frac{5}{6})^2$ ;  $x = \frac{25}{36}$ .

б)  $\sqrt{7x} = 1$ ;  $7x = 1$ ;  $x = \frac{1}{7}$ .

в)  $\frac{1}{3\sqrt{x}} = 3$ ;  $9\sqrt{x} = 1$ ;  $\sqrt{x} = \frac{1}{9}$ ;  $x = (\frac{1}{9})^2$ ;  $x = \frac{1}{81}$ .

г)  $(\sqrt{x})^2 = 9$ ;  $\sqrt{x} = \sqrt{9}$ ;  $\sqrt{x} = 3$ ;  $x = 3^2$ ;  $x = 9$ .

2) а)  $\sqrt{x+1} = 2$ ;  $x+1 = 2^2$ ;  $x+1 = 4$ ;  $x = 3$ .

б)  $\frac{3}{\sqrt{x-5}} = 4$ ;  $4\sqrt{x-5} = 3$ ;  $\sqrt{x-5} = \frac{3}{4}$ ;  $x-5 =$

$$= \left(\frac{3}{4}\right)^2; \quad x - 5 = \frac{9}{16}; \quad x = 5\frac{9}{16}.$$

$$\text{в) } \frac{15}{\sqrt{x}-3} = 3; \quad 3\sqrt{x} - 9 = 15; \quad 3\sqrt{x} = 15 + 9; \quad 3\sqrt{x} =$$
$$= 24; \quad \sqrt{x} = 8; \quad x = 8^2; \quad x = 64.$$

$$\text{г) } \sqrt{2 + \sqrt{3 + \sqrt{x}}} = 2; \quad 2 + \sqrt{3 + \sqrt{x}} = 4; \quad \sqrt{3 + \sqrt{x}} =$$
$$= 2; \quad 3 + \sqrt{x} = 4; \quad \sqrt{x} = 4 - 3; \quad \sqrt{x} = 1; \quad x = 1.$$

$$\boxed{11.} \quad 1) \text{ а) } x \geq 0.$$

$$\text{б) } x \leq 0.$$

$$\text{в) } x \text{ любое число.}$$

$$\text{г) } x \leq 0.$$

$$2) \text{ а) } x > 0.$$

$$\text{б) } x < 0.$$

$$\text{в) } x \geq 0 \text{ и } x \neq 4.$$

$$\text{г) } x = 0.$$

### C-15. Решение уравнений вида $x^2 = a$ .

$$\boxed{1.} \quad \text{а) Да, } x = \pm 4.$$

$$\text{б) Да, } x = 0.$$

$$\text{в) Да, } x = \pm\sqrt{26}.$$

$$\text{г) Нет.}$$

$$\boxed{2.} \quad \text{а) } x \approx 1, 6.$$

$$\text{б) } x \approx 2, 4.$$

$$\text{в) } x \approx 2, 8.$$

$$\boxed{3.} \quad 1) \text{ а) } x^2 = 25; \quad x = \pm\sqrt{25}; \quad x = \pm 5.$$

$$\text{б) } x^2 = 0, 36; \quad x = \pm\sqrt{0, 36}; \quad x = \pm 0, 6.$$

$$\text{в) } x^2 = 169; \quad x = \pm\sqrt{169}; \quad x = \pm 13.$$

$$\text{г) } x^2 = \frac{9}{49}; \quad x = \pm\sqrt{\frac{9}{49}}; \quad x = \pm\frac{3}{7}.$$

$$2) \text{ а) } x^2 = 3; \quad x = \pm\sqrt{3}.$$

$$\text{б) } x^2 = 12; \quad x = \pm\sqrt{12}.$$

$$\text{в) } x^2 = 3, 6; \quad x = \pm\sqrt{3, 6}.$$

$$\text{г) } x^2 = 8, 1; \quad x = \pm\sqrt{8, 1}.$$

3) а)  $x^2 - 0,1 = 0,06$ ;  $x^2 = 0,16$ ;  $x = \pm\sqrt{0,16}$ ;  
 $x = \pm 0,4$ .

б)  $30 + x^2 = 31$ ;  $x^2 = 31 - 30$ ;  $x^2 = 1$ ;  $x = \pm\sqrt{1}$ ;  
 $x = \pm 1$ .

в)  $49 + y^2 = 0$ ;  $y^2 = -49$ ; нет корней.

г)  $\frac{1}{6}a^2 = 5$ ;  $a^2 = 5 \cdot 6$ ;  $a^2 = 30$ ;  $a = \pm\sqrt{30}$ .

4) а)  $(x - 1)^2 = 36$ ;  $x - 1 = \pm\sqrt{36}$ ;  $x - 1 = \pm 6$ ;

1)  $x - 1 = 6$ ;  $x = 7$  или 2)  $x - 1 = -6$ ;  $x = -5$ .

б)  $(y + 5)^2 = 4$ ;  $y + 5 = \pm\sqrt{4}$ ;  $y + 5 = \pm 2$ ; 1)  $y + 5 = 2$ ;  
 $y = 2 - 5$ ;  $y = -3$  или 2)  $y + 5 = -2$ ;  $y = -7$ .

в)  $(x + 7)^2 = 5$ ;  $x + 7 = \pm\sqrt{5}$ ;  $x = \pm\sqrt{5} - 7$ .

г)  $(y - \frac{1}{9})^2 = \frac{4}{81}$ ;  $y - \frac{1}{9} = \pm\sqrt{\frac{4}{81}}$ ;  $y - \frac{1}{9} = \pm\frac{2}{9}$ ;

1)  $y = \frac{1}{9} + \frac{2}{9}$ ;  $y = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$  или 2)  $y = \frac{1}{9} - \frac{2}{9}$ ;  $y = -\frac{1}{9}$ .

**4.** 1)  $x^2 = 0$ .

2)  $x^2 = -5$ .

3)  $x^2 = \pi$ .

4)  $x^2 = \frac{4}{9}$ ;

$x = \pm\frac{2}{3}$ .

**5.** а)  $x > 0$ ,  $y \geq 0$ ; или  $x < 0$ ,  $y \leq 0$ ; или  $y = 0$ ,  $x$ .

б)  $x \geq 0$ ,  $y$  - любое число; или  $y = 0$ ,  $x$  - любое число.

в)  $x > 0$ ,  $y \leq 0$ ; или  $x < 0$ ,  $y \geq 0$ ; или  $y = 0$ ,  $x$  - любое число.

г)  $x > 0$ ,  $y > 0$ ; или  $y < 0$ ,  $x < 0$ ; или  $y = 0$ ,  $x$  - любое число; или  $x = 0$ ,  $y$  - любое число.

**6.** а)  $y^2 = (\sqrt{11} + \sqrt{2})(\sqrt{11} - \sqrt{2})$ ;  $y^2 = \sqrt{11}^2 - \sqrt{2}^2$ ;  
 $y^2 = 11 - 2$ ;  $y^2 = 9$ ;  $y = \pm\sqrt{9}$ ;  $y = \pm 3$ .

б)  $(\sqrt{7}y)^2 = 14$ ;  $7y^2 = 14$ ;  $y^2 = 2$ ;  $y = \pm\sqrt{2}$ .

**7.** Если  $m \in N$  то  $10m - 3$  всегда оканчивается цифрой 7. Не существует натурального числа квадрат, которого заканчивается цифрой 7.

### С-16. Нахождение приближенных значений квадратного корня.

**1.** 1) а)  $3 < \sqrt{15} < 4$ .

б)  $6 < \sqrt{38} < 7$ .

в)  $10 < \sqrt{110} < 11$ .

г)  $2 < \sqrt{5} < 3$ .

2) а)  $0 < \sqrt{0,86} < 1$ .

б)  $1 < \sqrt{1,3} < 2$ .

в)  $-3 < -\sqrt{7,3} < -2$ .

г)  $-5 < -\sqrt{18} < -4$ .

**2.** 1) а)  $\sqrt{3} \approx 1,7$ .

б)  $\sqrt{6} \approx 2,4$ .

в)  $\sqrt{8} \approx 2,8$ .

2) а)  $\sqrt{3,5} \approx 1,9$ .

б)  $-\sqrt{7} \approx -2,6$ .

в)  $-\sqrt{10,5} \approx -3,2$ .

**3.** 1) а)  $\sqrt{7} \approx 2,65$ .

б)  $\sqrt{28} \approx 5,29$ .

в)  $\sqrt{0,9} \approx 0,95$ .

г)  $-\sqrt{7,5} \approx -2,74$ .

д)  $\sqrt{0,4981} \approx 0,71$ .

е)  $\sqrt{487} \approx 22,07$ .

2) а)  $3 + \sqrt{5} \approx 3 + 2,24 = 5,24$ .

б)  $\sqrt{18} - \sqrt{12} \approx 4,24 - 3,46 = 0,78$ .

в)  $\sqrt{2,7 \cdot 10,1} = \sqrt{27,27} \approx 5,22$ .

г)  $3,8 + 5\sqrt{8,5} \approx 3,8 + 14,58 = 18,38$ .

3) а)  $\sqrt{5 + \sqrt{7}} \approx \sqrt{5 + 2,65} = \sqrt{7,65} \approx 2,77$ .

б)  $\sqrt{\sqrt{5}} \approx \sqrt{2,24} \approx 1,50$ .

в)  $\sqrt{\sqrt{6} - \sqrt{2}} \approx \sqrt{2,45 - 1,41} \approx \sqrt{1,04} \approx 1,02$ .

4) При  $a = 3,5$ ,  $\sqrt{a-3} = \sqrt{3,5-3} = \sqrt{0,5} \approx 0,71$ .

При  $a = 5,2$ ,  $\sqrt{a-3} = \sqrt{5,2-3} = \sqrt{2,2} \approx 1,48$ .

При  $a = 26,8$ ,  $\sqrt{a-3} = \sqrt{26,8-3} \approx \sqrt{23,8} \approx 4,88$ .

При  $a = 588,6$ ,  $\sqrt{a-3} = \sqrt{588,6-3} = \sqrt{585,6} \approx 24,20$ .

**4.** а)  $c = \sqrt{5,6^2 + 7,3^2} = \sqrt{31,36 + 53,29} = \sqrt{84,65} \approx 9,2$ .

б)  $c = \sqrt{14,7^2 + 25,4^2} = \sqrt{216,09 + 645,16} = \sqrt{861,25} \approx 29,3$ .

### С-17. Функция $y = \sqrt{x}$ .

**1.** 1) При  $x = 0$ ,  $\sqrt{x} = \sqrt{0} = 0$ . При  $x = 4$ ,  $\sqrt{x} = \sqrt{4} = 2$ . При  $x = 6$ ,  $\sqrt{x} = \sqrt{6} \approx 2,4$ . При  $x = 10$ ,  $\sqrt{x} = \sqrt{10} \approx 3,2$ .

2) При  $x = 2$ ,  $\sqrt{x} = \sqrt{2} \approx 1,4$ . При  $x = 3,5$ ,  $\sqrt{x} = \sqrt{3,5} \approx 1,9$ . При  $x = 5,2$ ,  $\sqrt{x} = \sqrt{5,2} \approx 2,3$ . При  $x = 8,5$ ,  $\sqrt{x} = \sqrt{8,5} \approx 2,9$ .

3) При  $\sqrt{x} = 1$ ,  $x = 1$ . При  $\sqrt{x} = 2$ ,  $x = 4$ . При  $\sqrt{x} = 2,5$ ,  $x = 6,25$ . При  $\sqrt{x} = 3,2$ ,  $x \approx 10,2$ .

4) При  $\sqrt{x} = 0,8$ ,  $x \approx 0,6$ . При  $\sqrt{x} = 1,6$ ,  $x \approx 2,6$ . При  $\sqrt{x} = 2,3$ ,  $x \approx 5,3$ . При  $\sqrt{x} = 2,9$ ,  $x \approx 8,4$ .

**2.** а)  $\sqrt{0,7} < 1$ .

б)  $3 > \sqrt{7,5}$ .

в)  $\sqrt{3,6} < \sqrt{6,5}$ .

г)  $\sqrt{9,3} > \sqrt{7,5}$ .

**3.** а) Да.

б) Да.

в) Да.

г) Нет.

**4.** 1) Точки  $B(25;5)$ ,  $C(81;9)$ ,  $P(1;1)$  принадлежат графику функции  $y = \sqrt{x}$ , а точки  $N(-16;4)$  и  $E(3;9)$  не принадлежат.

2) Точки  $A(169;13)$ ,  $D(2500;50)$ ,  $P(0,36;0,6)$  принадлежат графику функции  $y = \sqrt{x}$ , а точки  $K(0,8;0,64)$  и

$H(100; -10)$  не принадлежат.

5. 1) а)  $\sqrt{43} < \sqrt{45}$ .

б)  $\sqrt{2,6} > \sqrt{2,1}$ .

в)  $\sqrt{48} < 7$ .

г)  $\sqrt{30} < 6$ .

2) а)  $\sqrt{\frac{1}{10}} > \sqrt{\frac{1}{12}}$ .

б)  $\sqrt{1,44} = 1,2$ .

в)  $2,3 < \sqrt{6,25}$ .

г)  $\frac{3}{4} = \sqrt{\frac{9}{16}} > \sqrt{\frac{7}{16}}$ .

6. а)  $\sqrt{40} > 6 > \sqrt{35,8} > 5 > \sqrt{21}$ .

б)  $\sqrt{0,5} > \sqrt{0,2} > \frac{1}{3} > 0,25$ .

7. а) Да, в точке  $(156, 25; ; 12, 5)$ .

б) Да, в точке  $(\frac{1}{9}; ; \frac{1}{3})$ .

в) Нет.

г) Да.

д) Да.

е) Нет.

8. а) 2; 3; 4.

б) 8.

в) Нет.

г) -1.

д) -3.

е) -3; -2; -1; 0; 1.

### С-18. Квадратный корень из произведения корней.

1. 1) а)  $\sqrt{9 \cdot 36} = 3 \cdot 6 = 18$ .

б)  $\sqrt{25 \cdot 81} = 5 \cdot 9 = 45$ .

в)  $\sqrt{16 \cdot 900} = 4 \cdot 30 = 120$ .

г)  $\sqrt{2500 \cdot 49} = 50 \cdot 7 = 350$ .

- 2) а)  $\sqrt{0,64 \cdot 25} = 0,8 \cdot 5 = 4$ .  
 б)  $\sqrt{0,49 \cdot 16} = 0,7 \cdot 4 = 2,8$ .  
 в)  $\sqrt{9 \cdot 1,21} = 3 \cdot 1,1 = 3,3$ .  
 г)  $\sqrt{400 \cdot 0,36} = 20 \cdot 0,6 = 12$ .  
 3) а)  $\sqrt{0,09 \cdot 0,25} = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15$ .  
 б)  $\sqrt{0,81 \cdot 0,04} = 0,9 \cdot 0,2 = 0,18$ .  
 в)  $\sqrt{6,25 \cdot 0,16} = 2,5 \cdot 0,4 = 1$ .  
 г)  $\sqrt{0,36 \cdot 1,44} = 0,6 \cdot 1,2 = 0,72$ .  
 4) а)  $\sqrt{25 \cdot 16 \cdot 0,36} = 5 \cdot 4 \cdot 0,6 = 20 \cdot 0,6 = 12$ .  
 б)  $\sqrt{196 \cdot 2,25 \cdot 0,09} = 14 \cdot 1,5 \cdot 0,3 = 21 \cdot 0,3 = 6,3$ .  
 в)  $\sqrt{1,69 \cdot 0,04 \cdot 0,0001} = 1,3 \cdot 0,2 \cdot 0,01 = 0,26 \cdot 0,01 = 0,0026$ .

- 2.** 1) а)  $\sqrt{40 \cdot 490} = \sqrt{400 \cdot 49} = 20 \cdot 7 = 140$ .  
 б)  $\sqrt{10 \cdot 640} = \sqrt{100 \cdot 64} = 10 \cdot 8 = 80$ .  
 в)  $\sqrt{18 \cdot 32} = \sqrt{9 \cdot 64} = 3 \cdot 8 = 24$ .  
 г)  $\sqrt{8 \cdot 800} = \sqrt{8^2 \cdot 100} = 8 \cdot 10 = 80$ .  
 д)  $\sqrt{12 \cdot 27} = \sqrt{4 \cdot 81} = 2 \cdot 9 = 18$ .  
 2) а)  $\sqrt{2,5 \cdot 40} = \sqrt{25 \cdot 4} = 5 \cdot 2 = 10$ .  
 б)  $\sqrt{6,4 \cdot 90} = \sqrt{64 \cdot 9} = 8 \cdot 3 = 24$ .  
 в)  $\sqrt{4,9 \cdot 0,9} = \sqrt{49 \cdot 0,09} = 7 \cdot 0,3 = 2,1$ .  
 г)  $\sqrt{12,1 \cdot 0,4} = \sqrt{121 \cdot 0,04} = 11 \cdot 0,2 = 2,2$ .  
 д)  $\sqrt{5 \cdot 45} = \sqrt{25 \cdot 9} = 5 \cdot 3 = 15$ .

- 3.** 1) а)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 18} = \sqrt{4 \cdot 9} = 2 \cdot 3 = 6$ .  
 б)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{48} = \sqrt{3 \cdot 48} = \sqrt{9 \cdot 16} = 3 \cdot 4 = 12$ .  
 в)  $\sqrt{13} \cdot \sqrt{52} = \sqrt{13 \cdot 52} = \sqrt{13^2 \cdot 4} = 13 \cdot 2 = 26$ .  
 г)  $\sqrt{12} \cdot \sqrt{75} = \sqrt{12 \cdot 75} = \sqrt{36 \cdot 25} = 6 \cdot 5 = 30$ .  
 2) а)  $\sqrt{4,5} \cdot \sqrt{72} = \sqrt{4,5 \cdot 72} = \sqrt{9 \cdot 36} = 3 \cdot 6 = 18$ .  
 б)  $\sqrt{12,5} \cdot \sqrt{98} = \sqrt{12,5 \cdot 98} = \sqrt{25 \cdot 49} = 5 \cdot 7 = 35$ .  
 в)  $\sqrt{0,4} \cdot \sqrt{3,6} = \sqrt{0,4 \cdot 3,6} = \sqrt{0,04 \cdot 36} = 0,2 \cdot 6 = 1,2$ .  
 г)  $\sqrt{200} \cdot \sqrt{0,18} = \sqrt{200 \cdot 0,18} = \sqrt{400 \cdot 0,09} = 20 \cdot 0,3 = 6$ .  
 3) а)  $\sqrt{17} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{34} = \sqrt{17 \cdot 2 \cdot 34} = \sqrt{17^2 \cdot 2^2} = 17 \cdot 2 = 34$ .  
 б)  $\sqrt{\frac{1}{11}} \cdot \sqrt{\frac{11}{13}} \cdot \sqrt{\frac{13}{25}} = \sqrt{\frac{1}{11} \cdot \frac{11}{13} \cdot \frac{13}{25}} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}$ .

$$b) \sqrt{\frac{3}{7}} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{7}} = \sqrt{\frac{3}{7} \cdot 3 \cdot \frac{1}{7}} = \sqrt{\frac{3^2}{7^2}} = \frac{3}{7}.$$

$$4. a) \sqrt{33} = \sqrt{3 \cdot 11} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{11}.$$

$$б) \sqrt{51} = \sqrt{3 \cdot 17} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{17}.$$

$$в) \sqrt{13y} = \sqrt{13} \cdot \sqrt{y}.$$

$$г) \sqrt{21b} = \sqrt{21} \cdot \sqrt{b}.$$

$$5. a) \sqrt{72900} = \sqrt{729 \cdot 100} = 27 \cdot 10 = 270.$$

$$б) \sqrt{547600} = \sqrt{5476 \cdot 100} = 74 \cdot 10 = 740.$$

$$в) \sqrt{2890000} = \sqrt{289 \cdot 10000} = 17 \cdot 100 = 1700.$$

$$6. a) \sqrt{11^2 + 60^2} = \sqrt{121 + 3600} = \sqrt{3721} = 61.$$

$$б) \sqrt{85^2 - 84^2} = \sqrt{(85 - 84)(85 + 84)} = \sqrt{169} = 13.$$

$$в) \sqrt{2,5^2 - 2,4^2} = \sqrt{(2,5 - 2,4)(2,5 + 2,4)} = \sqrt{0,1 \cdot 4,9} = \sqrt{0,49} = 0,7.$$

$$7. a) \sqrt{6000} = \sqrt{60} \cdot \sqrt{100} \approx 7,75 \cdot 10 = 77,5.$$

$$б) \sqrt{0,6} = \sqrt{60 \cdot 0,01} \approx 7,75 \cdot 0,1 = 0,775.$$

$$в) \sqrt{240} = \sqrt{4 \cdot 60} \approx 2 \cdot 7,75 = 15,5.$$

$$г) \sqrt{960} = \sqrt{16 \cdot 60} \approx 4 \cdot 7,75 = 31.$$

### С-19. Квадратный корень из дроби. Частное корней.

$$1. 1) a) \sqrt{\frac{49}{64}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{64}} = \frac{7}{8}.$$

$$б) \sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{100}} = \frac{9}{10}.$$

$$в) \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}.$$

$$г) \sqrt{\frac{36}{121}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{121}} = \frac{6}{11}.$$

$$2) a) \sqrt{3\frac{6}{25}} = \sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}.$$

$$б) \sqrt{2\frac{46}{49}} = \sqrt{\frac{144}{49}} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}.$$

$$в) \sqrt{11\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{100}{9}} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}.$$

$$г) \sqrt{3\frac{13}{36}} = \sqrt{\frac{121}{36}} = \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}.$$

$$\boxed{2.} \text{ а) } \sqrt{\frac{7}{19}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{19}}.$$

$$\text{б) } \sqrt{\frac{6}{13}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{13}}.$$

$$\text{в) } \sqrt{\frac{b}{10}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{10}}.$$

$$\text{г) } \sqrt{\frac{8}{y}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{y}}.$$

$$\boxed{3.} \text{ 1) а) } \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{50}} = \sqrt{\frac{8}{50}} = \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}.$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{99}}{\sqrt{11}} = \sqrt{\frac{99}{11}} = \sqrt{9} = 3.$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{112}} = \sqrt{\frac{7}{112}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{г) } \frac{\sqrt{72000}}{\sqrt{2000}} = \sqrt{\frac{72000}{2000}} = \sqrt{36} = 6.$$

$$\text{2) а) } \frac{\sqrt{4,8}}{\sqrt{0,3}} = \sqrt{\frac{4,8}{0,3}} = \sqrt{16} = 4.$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{1,5}} = \sqrt{\frac{54}{1,5}} = \sqrt{36} = 6.$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{4,5}}{\sqrt{128}} = \sqrt{\frac{4,5}{128}} = \sqrt{\frac{9}{256}} = \frac{3}{16}.$$

$$\text{г) } \frac{\sqrt{2,7}}{\sqrt{7,5}} = \sqrt{\frac{2,7}{7,5}} = \sqrt{0,36} = 0,6.$$

$$\boxed{4.} \text{ В } \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{36}{4}} = \sqrt{9} = 3 \text{ раза.}$$

$$\boxed{5.} \text{ а) При } a > 0, y > 0; \quad \sqrt{\frac{a}{y}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{y}}.$$

$$\text{б) При } a < 0, y < 0; \quad \sqrt{\frac{a}{y}} = \frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-y}}.$$

$\boxed{6.}$  Пусть радиус меньшего круга  $x > 0$  дм, тогда  $\frac{\pi x^2}{\pi 9^2} = \frac{1}{9}$ ;  $x^2 = \frac{9^2}{9}$ ;  $x^2 = 9$ ;  $x = 3$ . Ответ: 3 дм.

### **С-20. Квадратный корень из степени.**

$$\boxed{1.} \text{ 1) а) } \sqrt{(3,8)^2} = 3,8.$$

$$\text{б) } \sqrt{(-1,3)^2} = 1,3.$$

- в)  $\sqrt{(0,4)^2} = 0,4$ .  
 г)  $\sqrt{(-6,19)^2} = 6,19$ .  
 2) а)  $3\sqrt{(-17)^2} = 3 \cdot 17 = 51$ .  
 б)  $5\sqrt{(4,2)^2} = 5 \cdot 4,2 = 21$ .  
 в)  $0,1\sqrt{(-73)^2} = 0,1 \cdot 73 = 7,3$ .  
 г)  $-0,4\sqrt{22^2} = -0,4 \cdot 22 = -8,8$ .  
 3) а)  $\sqrt{10^4} = 10^2 = 100$ .  
 б)  $\sqrt{5^6} = 5^3 = 125$ .  
 в)  $\sqrt{3^8} = 3^4 = 81$ .  
 г)  $\sqrt{2^{10}} = 2^5 = 32$ .  
 4) а)  $\sqrt{(-6)^4} = 6^2 = 36$ .  
 б)  $\sqrt{(-3)^8} = 3^4 = 81$ .  
 в)  $\sqrt{(-10)^6} = 10^3 = 1000$ .  
 г)  $\sqrt{(-3)^{10}} = 3^5 = 243$ .  
 5) а)  $\sqrt{(1,2)^4} = 1,2^2 = 1,44$ .  
 б)  $\sqrt{(-0,2)^6} = 0,2^3 = 0,008$ .  
 в)  $\sqrt{3^4 \cdot 6^2} = 3^2 \cdot 6 = 9 \cdot 6 = 54$ .  
 г)  $\sqrt{2^8 \cdot 5^2} = 2^4 \cdot 5 = 16 \cdot 5 = 80$ .

- 2.** 1) а)  $\sqrt{b^2} = |b|$ .  
 б)  $\sqrt{m^2} = |m|$ .  
 в)  $2,3\sqrt{x^2} = 2,3|x|$ .  
 г)  $-0,5\sqrt{a^2} = -0,5|a|$ .  
 2) а)  $\sqrt{c^4} = c^2$ .  
 б)  $\sqrt{x^6} = |x^3|$ .  
 в)  $\sqrt{a^8} = a^4$ .  
 г)  $\sqrt{(p-2)^2} = |p-2|$ .

**3.** 1) а) При  $m > 0$ ,  $\sqrt{m^2} = m$ .

б) При  $c < 0$ ,  $\sqrt{c^2} = -c$ .

в) При  $x \geq 0$ ,  $\sqrt{0,81x^2} = 0,9x$ .

г) При  $a \leq 0$ ,  $\sqrt{0,49a^2} = -0,7a$ .

2) а) При  $n < 0$ ,  $-3\sqrt{\frac{1}{9}n^2} = -3 \cdot (-\frac{1}{3}n) = n$ .

б)  $\sqrt{x^4} = x^2$ .

в) При  $a \geq 0$ ,  $\sqrt{a^6} = a^3$ .

г) При  $c \leq 0$ ,  $\sqrt{c^{10}} = -c^5$ .

д)  $\sqrt{p^{16}} = p^8$ .

е) При  $m > 0$ ,  $\sqrt{m^{22}} = m^{11}$ .

3) а) При  $y < 0$ ,  $-\sqrt{0,64y^6} = -(-0,8y^3) = 0,8y^3$ .

б) При  $c > 0$ ,  $10\sqrt{0,09c^{14}} = 10 \cdot (0,3c^7) = 3c^7$ .

в)  $2,3\sqrt{100x^{12}} = 2,3 \cdot 10x^6 = 23x^6$ .

г) При  $a \leq 0$ ,  $-0,1\sqrt{16a^{18}} = -0,1 \cdot (-4a^9) = 0,4a^9$ .

**4.** а)  $\sqrt{38416} = \sqrt{16 \cdot 2401} = \sqrt{2^4 \cdot 7^4} = 2^2 \cdot 7^2 = 4 \cdot 49 = 196$ .

б)  $\sqrt{13689} = \sqrt{81 \cdot 169} = \sqrt{3^4 \cdot 13^2} = 3^2 \cdot 13 = 9 \cdot 13 = 117$ .

в)  $\sqrt{104976} = \sqrt{16 \cdot 6561} = \sqrt{2^4 \cdot 3^8} = 2^2 \cdot 3^4 = 4 \cdot 81 = 324$ .

**5.** 1) а) При  $c < 0$ ,  $\sqrt{\frac{a^8b^{12}}{c^2}} = \frac{a^4b^6}{c}$ .

б) При  $x < 0$ ,  $-x\sqrt{x^2y^{16}} = -x(-x)y^8 = x^2y^8$ .

в) При  $n > 0$ ,  $m^2\sqrt{m^4n^{26}} = m^2 \cdot m^2n^{13} = m^4n^{13}$ .

г) При  $p < 0$ ,  $-\frac{2}{9p^3}\sqrt{20,25p^6q^{20}} = -\frac{2}{9p^3}(-4,5p^3q^{10}) = \frac{9p^3q^{10}}{9p^3} = q^{10}$ .

2) а) При  $b > a$ ,  $\sqrt{(a-b)^2} = |a-b| = b-a$ .

б) При  $x \geq 3$ ,  $\sqrt{x^2-6x+9} = \sqrt{(x-3)^2} = |x-3| = x-3$ .

в)  $\sqrt{21+8\sqrt{5}} = \sqrt{16+8\sqrt{5}+5} = \sqrt{(4+\sqrt{5})^2} = 4+\sqrt{5}$ .

г)  $\sqrt{37-20\sqrt{3}} = \sqrt{25-2 \cdot 5 \cdot 2\sqrt{3}+12} = \sqrt{(5-2\sqrt{3})^2} = |5-2\sqrt{3}| = 5-2\sqrt{3}$ .

**С-21. Вынесение множителя из-под знака корня.  
Внесение множителя под знак корня.**

**1.** 1) а)  $\sqrt{28} = \sqrt{4 \cdot 7} = 2\sqrt{7}$ .

б)  $\sqrt{99} = \sqrt{9 \cdot 11} = 3\sqrt{11}$ .

в)  $\sqrt{160} = \sqrt{16 \cdot 10} = 4\sqrt{10}$ .

г)  $\sqrt{147} = \sqrt{49 \cdot 3} = 7\sqrt{3}$ .

2) а)  $0,2\sqrt{50} = 0,2\sqrt{25 \cdot 2} = 0,2 \cdot 5\sqrt{2} = \sqrt{2}$ .

б)  $-\frac{1}{2}\sqrt{8} = -\frac{1}{2}\sqrt{4 \cdot 2} = -\frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} = -\sqrt{2}$ .

в)  $\frac{3}{5}\sqrt{175} = \frac{3}{5}\sqrt{25 \cdot 7} = \frac{3}{5} \cdot 5\sqrt{7} = 3\sqrt{7}$ .

г)  $-0,01\sqrt{30000} = -0,01\sqrt{10000 \cdot 3} = -0,01 \cdot 100\sqrt{3} = -\sqrt{3}$ .

3) а)  $\sqrt{5^2 \cdot 3} = 5\sqrt{3}$ .

б)  $\sqrt{3^4 \cdot 5} = 3^2\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$ .

в)  $\sqrt{7^2 \cdot 3^3} = 7\sqrt{3^2 \cdot 3} = 7 \cdot 3\sqrt{3} = 21\sqrt{3}$ .

г)  $\sqrt{2^3 \cdot 3^5} = \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 3^4 \cdot 3} = 2 \cdot 3^2 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = 2 \cdot 9 \cdot \sqrt{6} = 18\sqrt{6}$ .

4) а) При  $a \geq 0$ ,  $\sqrt{11a^2} = |a| \cdot \sqrt{11} = \sqrt{11}a$ .

б)  $\sqrt{c^3} = \sqrt{c \cdot c^2} = c\sqrt{c}$ .

в)  $\sqrt{5x^4} = \sqrt{5x^2}$ .

г)  $\sqrt{3b^5} = \sqrt{b^4 \cdot 3b} = b^2\sqrt{3b}$ .

5) а)  $\sqrt{36a^7} = \sqrt{6^2 \cdot a^6 \cdot a} = 6a^3\sqrt{a}$ .

б) При  $x \leq 0$ ,  $\sqrt{45x^6} = \sqrt{9x^6 \cdot 5} = 3|x^3|\sqrt{5} = -3\sqrt{5}x^3$ .

в)  $\sqrt{300m^9} = \sqrt{100m^8 \cdot 3m} = 10m^4\sqrt{3m}$ .

г) При  $c > 0$ ,  $\sqrt{\frac{7c^{10}}{64}} = \frac{|c^5|}{8}\sqrt{7} = \frac{c^5}{8}\sqrt{7}$ .

**2.** 1) а)  $6\sqrt{2} = \sqrt{6^2 \cdot 2} = \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{72}$ .

б)  $5\sqrt{6} = \sqrt{5^2 \cdot 6} = \sqrt{25 \cdot 6} = \sqrt{150}$ .

в)  $-3\sqrt{2} = -\sqrt{3^2 \cdot 2} = -\sqrt{9 \cdot 2} = -\sqrt{18}$ .

г)  $-8\sqrt{10} = -\sqrt{8^2 \cdot 10} = -\sqrt{64 \cdot 10} = -\sqrt{640}$ .

2) а)  $2\sqrt{a} = \sqrt{2^2 \cdot a} = \sqrt{4a}$ .

б)  $\frac{1}{2}\sqrt{8x} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 8x} = \sqrt{8x} = \sqrt{2x}$ .

в)  $-10\sqrt{0,2p} = -\sqrt{10^2 \cdot 0,2p} = -\sqrt{20p}$ .

$$\text{г) } 6\sqrt{\frac{1}{6}m} = \sqrt{6^2 \cdot \frac{1}{6}m} = \sqrt{6m}.$$

$$\boxed{3.} \text{ 1) а) } 3\sqrt{2} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{18} < \sqrt{20}.$$

$$\text{б) } 2\sqrt{3} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12} < \sqrt{14}; \quad \sqrt{14} > 2\sqrt{3}.$$

$$\text{в) } 7\sqrt{3} = \sqrt{49 \cdot 3} = \sqrt{147};$$

$$3\sqrt{7} = \sqrt{9 \cdot 7} = \sqrt{63} \quad 7\sqrt{3} > 3\sqrt{7}.$$

$$\text{2) а) } \frac{2}{3}\sqrt{63} = \sqrt{\frac{4}{9} \cdot 63} = \sqrt{28};$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{104} = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot 104} = \sqrt{26}; \quad \frac{2}{3}\sqrt{63} > \frac{1}{2}\sqrt{104}.$$

$$\text{б) } \frac{3}{5}\sqrt{75} = \sqrt{\frac{9}{25} \cdot 75} = \sqrt{27};$$

$$10\sqrt{\frac{3}{5}} = \sqrt{100 \cdot \frac{3}{5}} = \sqrt{60}; \quad \frac{3}{5}\sqrt{75} < 10\sqrt{\frac{3}{5}}.$$

$$\text{в) } 0,7\sqrt{1\frac{3}{7}} = \sqrt{\frac{7^2}{10^2} \cdot \frac{10}{7}} = \sqrt{0,7};$$

$$0,9\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{81}{100} \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{0,54};$$

$$0,7\sqrt{1\frac{3}{7}} > 0,9\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

$$\text{3) а) } 3\sqrt{7} = \sqrt{9 \cdot 7} = \sqrt{63} > \sqrt{28}.$$

$$\text{б) } 2\sqrt{75} = \sqrt{4 \cdot 75} = \sqrt{300}; \quad 3\sqrt{48} = \sqrt{9 \cdot 48} = \sqrt{432};$$

$$2\sqrt{75} < 3\sqrt{48}.$$

$$\text{в) } 10\sqrt{54} = 10\sqrt{9 \cdot 6} = 30\sqrt{6}; \quad 3\sqrt{96} = 3\sqrt{16 \cdot 6} = 12\sqrt{6};$$

$$10\sqrt{54} > 3\sqrt{96}.$$

$$\boxed{4.} \text{ а) При } x < 0, \quad \sqrt{25x^2y^5} = 5|x|y^2\sqrt{y} = -5xy^2\sqrt{y}.$$

$$\text{б) При } b \leq 0, \quad \sqrt{32a^3b^{10}} = \sqrt{16a^2b^{10} \cdot 2a} = 4a|b^5|\sqrt{2a} = -4ab^2\sqrt{2a}.$$

$$\text{в) } c \leq 0; \quad \sqrt{-8c^7} = 2|c^3|\sqrt{-2c} = -2c^3\sqrt{-2c}.$$

$$\text{г) } \sqrt{27(a-b)^5} = \sqrt{9(a-b)^4 \cdot 3(a-b)} = 3(a-b)^2\sqrt{3(a-b)}.$$

$$\boxed{5.} \text{ а) При } x < 0, \quad x\sqrt{5} = -\sqrt{(-x)^2 \cdot 5} = -\sqrt{5x^2}.$$

$$\text{б) При } a \leq 0, \quad a^3\sqrt{2} = -\sqrt{2(-a)^6} = -\sqrt{2a^6}$$

$$\text{в) } x\sqrt{x} = \sqrt{x^3}.$$

$$\text{г) } y \leq 0; \quad y\sqrt{-y} = -\sqrt{-y^3}.$$

$$\text{д) } a - b \geq 0; \quad (a - b)\sqrt{a - b} = \sqrt{(a - b)^3}.$$

$$\text{е) } y - x \geq 0, \quad x - y \leq 0; \quad (x - y)\sqrt{y - x} = -\sqrt{(y - x)^2}.$$

$$\boxed{6.} \text{ а) При } a > -2; \quad (a + 2)\sqrt{\frac{2}{a^2 + 4a + 4}} = (a + 2)\sqrt{\frac{2}{(a + 2)^2}} = \frac{a + 2}{a + 2}\sqrt{2} = \sqrt{2}.$$

$$\text{б) При } a - b < 0; \quad (a - b)\sqrt{\frac{1}{a^2 - 2ab + b^2}} = (a - b)\sqrt{\frac{1}{(a - b)^2}} = \frac{a - b}{|a - b|} = \frac{a - b}{b - a} = -1.$$

### С-22. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни.

$$\boxed{1.} \text{ 1) а) } 3\sqrt{c} + 8\sqrt{c} - 9\sqrt{c} = 2\sqrt{c}.$$

$$\text{б) } 5\sqrt{a} - 2\sqrt{b} + \sqrt{a} = 6\sqrt{a} - 2\sqrt{b}.$$

$$\text{в) } \sqrt{4x} + \sqrt{64x} - \sqrt{81x} = 2\sqrt{x} + 8\sqrt{x} - 9\sqrt{x} = \sqrt{x}.$$

$$\text{г) } \sqrt{27} - \sqrt{48} + \sqrt{75} = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 4\sqrt{3}.$$

$$\text{2) а) } \sqrt{12y} - 0,5\sqrt{48y} + 2\sqrt{108y} = 2\sqrt{3y} - 0,5 \cdot 4\sqrt{3y} + 2 \cdot 6\sqrt{3y} = 2\sqrt{3y} - 2\sqrt{3y} + 12\sqrt{3y} = 12\sqrt{3y}.$$

$$\text{б) } 2\sqrt{8a+0} + 3\sqrt{45c-4\sqrt{18a+0}} + 0,01\sqrt{500c} = 4\sqrt{2a+0} + 0,9\sqrt{5c} - 12\sqrt{2a} + 0,1\sqrt{5c} = \sqrt{5c} - 8\sqrt{2a}.$$

$$\text{3) а) } \sqrt{3}(\sqrt{27} - \sqrt{48}) = \sqrt{27 \cdot 3} - \sqrt{48 \cdot 3} = \sqrt{81} - \sqrt{144} = 9 - 12 = -3.$$

$$\text{б) } (5\sqrt{7} - \sqrt{63} + \sqrt{14}) \cdot \sqrt{7} = (5\sqrt{7} - 3\sqrt{7} + \sqrt{2 \cdot 7}) \cdot \sqrt{7} = 2\sqrt{7} \cdot \sqrt{7} + \sqrt{7^2 \cdot 2} = 14 + 7\sqrt{2}.$$

$$\text{в) } 3\sqrt{2}(2 - 5\sqrt{32}) - 2\sqrt{18} = 6\sqrt{2} - 15\sqrt{64} - 6\sqrt{2} = -15 \cdot 8 = -120.$$

$$\text{г) } \sqrt{12} - (\sqrt{15} - 3\sqrt{5})\sqrt{5} = 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 15 = 15 - 3\sqrt{3}.$$

$$\boxed{2.} \text{ 1) а) } (2 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3}) = 2 - 2\sqrt{3} + \sqrt{3} - 3 = -1 - \sqrt{3}.$$

$$\text{б) } (\sqrt{2} - \sqrt{5})(2\sqrt{2} + \sqrt{5}) = 2\sqrt{4} + \sqrt{10} - 2\sqrt{10} - 5 = 4 - \sqrt{10} - 5 = -1 - \sqrt{10}.$$

$$\text{в) } (\sqrt{7} - \sqrt{12})(\sqrt{7} - 3\sqrt{3}) = (\sqrt{7} - 2\sqrt{3})(\sqrt{7} - 3\sqrt{3}) =$$

$$= 7 - 3\sqrt{21} - 2\sqrt{21} + 6 \cdot 3 = 7 - 5\sqrt{21} + 18 = 25 - 5\sqrt{21}.$$

$$\begin{aligned} \text{г) } & (2\sqrt{5} - \sqrt{18})(\sqrt{18} + \sqrt{5}) - \sqrt{90} = \\ & = (2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})(3\sqrt{2} + \sqrt{5}) - 3\sqrt{10} = 6\sqrt{10} + 2 \cdot 5 - 9 \cdot 2 - \\ & - 3\sqrt{10} - 3\sqrt{10} = 10 - 18 = -8. \end{aligned}$$

$$2) \text{ а) } (a + \sqrt{c})(a - \sqrt{c}) = a^2 - a\sqrt{c} + a\sqrt{c} - c = a^2 - c.$$

$$\text{б) } (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = x - y.$$

$$\text{в) } (\sqrt{14} - 2)(2 + \sqrt{14}) = 14 - 4 = 10.$$

$$\text{г) } (b + \sqrt{m})^2 = b^2 + 2b\sqrt{m} + m.$$

$$\text{д) } (\sqrt{k} - \sqrt{p})^2 = k - 2\sqrt{kp} + p.$$

$$\text{е) } (\sqrt{3} - \sqrt{6})^2 = 3 - 2\sqrt{3 \cdot 6} + 6 = 9 - 6\sqrt{2}.$$

$$3) \text{ а) } (1 + 3\sqrt{2})(3\sqrt{2} - 1) = 9 \cdot 2 - 1 = 18 - 1 = 17.$$

$$\text{б) } (5\sqrt{3} - \sqrt{11})(\sqrt{11} + 5\sqrt{3}) = 25 \cdot 3 - 11 = 75 - 11 = 64.$$

$$\text{в) } (1 - 2\sqrt{3})^2 = 1 - 4\sqrt{3} + 4 \cdot 3 = 13 - 4\sqrt{3}.$$

$$\text{г) } (3\sqrt{5} + 2\sqrt{10})^2 = 9 \cdot 5 + 12\sqrt{10 \cdot 5} + 4 \cdot 10 = 45 + 40 + \\ + 60\sqrt{2} = 85 + 60\sqrt{2}.$$

$$\boxed{3.} \text{ а) } c^2 - 2 = (c - \sqrt{2})(c + \sqrt{2}).$$

$$\text{б) } 11 - y^2 = (\sqrt{11} - y)(\sqrt{11} + y).$$

$$\text{в) } 9x^2 - 5 = (3x - \sqrt{5})(3x + \sqrt{5}).$$

$$\text{г) } 2a^2 - 3 = (\sqrt{2a} - \sqrt{3})(\sqrt{2a} + \sqrt{3}).$$

$$2) \text{ а) При } a \geq 0, \quad a - 9 = (\sqrt{a} - 3)(\sqrt{a} + 3).$$

$$\text{б) При } b \geq 0, \quad 5 - b = (\sqrt{5} - \sqrt{b})(\sqrt{5} + \sqrt{b}).$$

$$\text{в) При } x \geq 0 \text{ и } c \geq 0, \quad x - c = (\sqrt{x} - \sqrt{c})(\sqrt{x} + \sqrt{c}).$$

$$\text{г) При } a > 0 \text{ и } b > 0, \quad 4a - 25b = (2\sqrt{a} - 5\sqrt{b})(2\sqrt{a} + 5\sqrt{b}).$$

$$3) \text{ а) } 7 - \sqrt{7} = \sqrt{7}(\sqrt{7} - 1).$$

$$\text{б) } 13 + 3\sqrt{13} = \sqrt{13}(\sqrt{13} + 3).$$

$$\text{в) } \sqrt{y} + y = \sqrt{y}(1 + \sqrt{y}).$$

$$\text{г) } \sqrt{2a} - \sqrt{5a} = \sqrt{a}(\sqrt{2} - \sqrt{5}).$$

$$\boxed{4.} \text{ а) } \frac{a^2 - 3}{a + \sqrt{3}} = \frac{(a - \sqrt{3})(a + \sqrt{3})}{a + \sqrt{3}} = a - \sqrt{3}.$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{7} - y}{7 - y^2} = \frac{\sqrt{7} - y}{(\sqrt{7} - y)(\sqrt{7} + y)} = \frac{1}{\sqrt{7} + y}.$$

$$\text{в) } \frac{5 - \sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} - 1)}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 1.$$

$$\Gamma) \frac{\sqrt{b}-\sqrt{c}}{b-c} = \frac{\sqrt{b}-\sqrt{c}}{(\sqrt{b}-\sqrt{c})(\sqrt{b}+\sqrt{c})} = \frac{1}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}.$$

$$\boxed{5.} \quad 1) \quad \text{a)} \quad \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}a}{3}.$$

$$\text{б)} \quad \frac{2}{\sqrt{y}} = \frac{2\sqrt{y}}{y}.$$

$$\text{в)} \quad \frac{7}{3\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{3 \cdot 2} = \frac{7\sqrt{2}}{6}.$$

$$\Gamma) \quad \frac{6}{5\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{5 \cdot 3} = \frac{2\sqrt{3}}{5}.$$

$$\text{д)} \quad \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{е)} \quad \frac{7}{2\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$

$$2) \quad \text{a)} \quad \frac{3}{\sqrt{x}-a} = \frac{3(\sqrt{x}+a)}{(\sqrt{x}-a)(\sqrt{x}+a)} = \frac{3\sqrt{x}+3a}{x-a^2}.$$

$$\text{б)} \quad \frac{10}{\sqrt{6}+1} = \frac{10(\sqrt{6}-1)}{(\sqrt{6}+1)(\sqrt{6}-1)} = \frac{10(\sqrt{6}-1)}{6-1} = 2\sqrt{6} - 2.$$

$$\text{в)} \quad \frac{a}{\sqrt{x}+\sqrt{a}} = \frac{a(\sqrt{x}-\sqrt{a})}{(\sqrt{x}+\sqrt{a})(\sqrt{x}-\sqrt{a})} = \frac{a\sqrt{x}-a\sqrt{a}}{x-a}.$$

$$\Gamma) \quad \frac{b}{b-\sqrt{c}} = \frac{b(b+\sqrt{c})}{b^2-c} = \frac{b^2+b\sqrt{c}}{b^2-c}.$$

$$\text{д)} \quad \frac{3}{\sqrt{11}-\sqrt{2}} = \frac{3(\sqrt{11}+\sqrt{2})}{11-2} = \frac{\sqrt{11}+\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{е)} \quad \frac{9}{7+4\sqrt{3}} = \frac{9(7-4\sqrt{3})}{49+16 \cdot 3} = 63 - 36\sqrt{3}.$$

$$\boxed{6.} \quad \text{a)} \quad \sqrt{9-6\sqrt{2}} = \sqrt{6-2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2}+3} =$$

$$= \sqrt{(\sqrt{6}-\sqrt{3})^2} = \sqrt{6}-\sqrt{3}.$$

$$\text{б)} \quad \sqrt{27+10\sqrt{2}} = \sqrt{25+2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2}+2} =$$

$$= \sqrt{(5+\sqrt{2})^2} = \sqrt{2}+5.$$

$$\boxed{7.} \quad \text{a)} \quad \sqrt{3+3\sqrt{5}} \cdot \sqrt{3\sqrt{5}-3} = \sqrt{(3+3\sqrt{5})(3\sqrt{5}-3)} =$$

$$= \sqrt{9 \cdot 5 - 9} = \sqrt{45-9} = \sqrt{36} = 6.$$

$$\text{б)} \quad \sqrt{(\sqrt{3}+1)2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)} = \sqrt{4 \cdot 2(3-1)} = 4.$$

$$\boxed{8.} \quad \text{a)} \quad \frac{\sqrt{15}-5}{3-\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}}{3}.$$

$$\text{б)} \quad \frac{3\sqrt{3}-a\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3^3}-\sqrt{a^3}}{\sqrt{a}-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{a})(3+\sqrt{3a}+a)}{\sqrt{a}-\sqrt{3}} = -3-\sqrt{3a}-a.$$

$$\begin{aligned}
 \text{в) } \frac{x\sqrt{x+y}\sqrt{x-x\sqrt{y}}}{x\sqrt{x+y}\sqrt{y}} &= \frac{\sqrt{x}(x+y-\sqrt{xy})}{\sqrt{x^3+\sqrt{y^3}}} = \frac{\sqrt{x}(x+y-\sqrt{xy})}{(\sqrt{x+\sqrt{y}})(x+y-\sqrt{xy})} = \\
 &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{y}}}.
 \end{aligned}$$

### С-23. Уравнения и их корни.

1. а)  $2 \cdot 7,5 - 7 = 15 - 7 = 8$ ,  $a = 7,5$  - является корнем.

б)  $(-3)^3 - 2,5 = -27 - 2,5 = -29,5$ ,  $x = -3$  - является корнем.

в)  $5^2 - 5 - 20 = 25 - 25 = 0$ ,  $a = 5$  - является корнем.

г)  $2^4 - 2^3 + 2 \cdot 2 = 16 - 8 + 4 = 8 + 4 = 12$ ,  $x = 2$  - является корнем.

д)  $((2\sqrt{2})^3 + 12) ((2\sqrt{2})^2 - 8) = (8 \cdot 2\sqrt{2} + 12)(4 \cdot 2 - 8) = 0$ ,  $x = 2\sqrt{2}$  - является корнем.

2. а)  $(x - 3)(x + 12) = 0$ ;  $x = 3$  и  $x = -12$ .

б)  $(x + 1)(x + 7)(x - 9) = 0$ ;  $x = -1$ ,  $x = -7$  и  $x = 9$ .

в)  $(6x - 5)(x + 5) = 0$ ,  $x = \frac{5}{6}$  и  $x = -5$ .

г)  $(x + 8)(2x - 5)(x^2 + 25) = 0$ ;  $x = -8$  и  $x = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$ .

3. а)  $x^2 + 10 = 0$ ;  $x^2 = -10$  не имеет корней, так как  $x^2 \geq 0$  для любого  $x$ .

б)  $\sqrt{x} + 4 = 0$ ;  $\sqrt{x} = -4$  не имеет корней, так как  $\sqrt{x} \geq 0$  для любого  $x$ .

в)  $\frac{5x-1}{x-0,2} = \frac{5(x-0,2)}{x-0,2} = 5 \neq 0$ .

г)  $\frac{10x+7}{(x+6)(x+0,7)} = \frac{10(x+0,7)}{(x+6)(x+0,7)} = \frac{10}{x+6} \neq 0$ .

4. а)  $5x - 7 = 5(x - 1,4) = 0$  и  $1,4 - x = 0$  - равносильны.

б)  $(6x - 18)(\sqrt{x} - 11) = 0$  и  $(121 - x)(\sqrt{x} - 3) = 0$  - неравносильны.

в)  $x^2 + 7 = 0$  и  $\sqrt{x} + 49 = 0$  - равносильны.

## С-24. Определение квадратного уравнения. Неполные квадратные уравнения.

1. а)  $3x^2 + 7x - 6 = 0$ .

б)  $2x^2 - 5x + 1 = 0$ .

в)  $5x^2 - 1x + 9 = 0$ .

г)  $1x^2 + 7 - 4x = 0$ .

д)  $2x^2 - 11 = 0$ .

е)  $15x - 1x^2 = 0$ .

ж)  $7x^2 = 0$ .

з)  $3x - 1x^2 + 19 = 0$ .

2. Уравнения д), е), ж) – неполные.

3. а)  $3x^2 - 12 = 0$ ;  $3(x^2 - 4) = 0$ ;  $3(x - 2)(x + 2) = 0$ ;  $x = 2$  и  $x = -2$ .

б)  $2x^2 + 6x = 0$ ;  $2x(x + 3) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = -3$ .

в)  $1,8x^2 = 0$ ;  $x = 0$ .

г)  $x^2 + 9 = 0$ ;  $x^2 = -9$  – нет корней.

д)  $7x^2 - 14 = 0$ ;  $7(x - 2) = 0$ ;  $7(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$ ;  $x = \sqrt{2}$  и  $x = -\sqrt{2}$ .

е)  $x^2 - 3x = 0$ ;  $x(x - 3) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = 3$ .

ж)  $-\frac{2}{3}x^2 = 0$ ;  $x = 0$ .

з)  $6x^2 + 24 = 0$ ;  $6x^2 = -24$  – нет корней.

и)  $10x + 2x^2 = 0$ ;  $2x(5 + x) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = -5$ .

к)  $\frac{1}{7}x^2 + \frac{6}{7} = 0$ ;  $\frac{1}{7}x^2 = -\frac{6}{7}$  – нет корней.

л)  $15 - 5x^2 = 0$ ;  $5(3 - x^2) = 0$ ;  $x = \sqrt{3}$  и  $x = -\sqrt{3}$ .

м)  $4,9x^2 = 0$ ;  $x = 0$ .

4. а)  $9y^2 - 4 = 0$ ;  $(3y - 2)(3y + 2) = 0$ ;  $y = \pm\frac{2}{3}$ .

Проверка:  $9 \cdot (\pm\frac{2}{3})^2 - 4 = 9 \cdot \frac{4}{9} - 4 = 0$ .

б)  $-y^2 + 5 = 0$ ;  $y^2 = 5$ ;  $y = \pm\sqrt{5}$ . Проверка:  $-(\pm\sqrt{5})^2 + 5 = -5 + 5 = 0$ .

- в)  $1 - 4y^2 = 0$ ;  $4y^2 = 1$ ;  $y^2 = \frac{1}{4}$ ;  $y = \pm \frac{1}{2}$ . Проверка:  
 $1 - 4 \cdot (\pm \frac{1}{2})^2 = 1 - 1 = 0$ .
- г)  $8y^2 + y = 0$ ;  $y(8y + 1) = 0$ ;  $y = 0$  и  $y = -\frac{1}{8}$ .  
 Проверка:  $8 \cdot 0^2 + 0 = 0$ ;  $8 \cdot (-\frac{1}{8})^2 - \frac{1}{8} = \frac{1}{8} - \frac{1}{8} = 0$ .
- д)  $6y - y^2 = 0$ ;  $y(6 - y) = 0$ ;  $y = 0$  и  $y = 6$ . Проверка:  
 $6 \cdot 0 - 0^2 = 0$ ;  $6 \cdot 6 - 6^2 = 0$ .
- е)  $0,1y^2 - 0,5y = 0$ ;  $0,1y(y - 5) = 0$ ;  $y = 0$  и  $y = 5$ .  
 Проверка:  $0,1 \cdot 0^2 - 0,5 \cdot 0 = 0$ ;  $0,1 \cdot 5^2 - 0,5 \cdot 5 = 2,5 - 2,5 = 0$ .

- 5.** а)  $(x + 1)(x - 2) = 0$ ;  $x = -1$  и  $x = 2$ .  
 б)  $x(x + 0,5) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = -0,5$ .  
 в)  $x^2 - 2x = 0$ ;  $x(x - 2) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = 2$ .  
 г)  $x^2 - 16 = 0$ ;  $x^2 = 16$ ;  $x = \pm 4$ .  
 д)  $9x^2 - 1 = 0$ ;  $x^2 = \frac{1}{9}$ ;  $x = \pm \frac{1}{3}$ .  
 е)  $3x - 2x^2 = 0$ ;  $x(3 - 2x) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ .  
 ж)  $x^2 = 3x$ ;  $x^2 - 3x = 0$ ;  $x(x - 3) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = 3$ .  
 з)  $x^2 + 2x - 3 = 2x + 6$ ;  $x^2 + 2x - 2x = 6 + 3$ ;  $x^2 = 9$ ;  $x = \pm 3$ .  
 и)  $3x^2 + 7 = 12x + 7$ ;  $3x^2 - 12x = 0$ ;  $3x(x - 4) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = 4$ .

- 6.** а)  $(x - 0,3)(x + \frac{1}{7})(x + 2,1) = 0$ ;  $x = 0,3$ ,  $x = -\frac{1}{7}$  и  $x = -2,1$ .  
 б)  $3x(2x - 0,1) = 0$ ;  $6x(x - 0,05) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = 0,05$ .  
 в)  $0,2x^2 - 1,8x = 0$ ;  $0,2x(x - 9) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = 9$ .  
 г)  $\frac{1}{3}a^2 - \frac{4}{27} = 0$ ;  $a^2 = \frac{4}{9}$ ;  $a = \pm \frac{2}{3}$ .  
 д)  $1,2y^2 - 3,6 = 0$ ;  $1,2y^2 = 3,6$ ;  $y^2 = 3$ ;  $y = \pm \sqrt{3}$ .  
 е)  $6z - 0,3z^2 = 0$ ;  $0,3z(20 - 0,3z) = 0$ ;  $z = 0$  и  $z = 20$ .

**7.** а), б), в), г).

**8.** Пусть эти числа  $x$  и  $y$ , тогда  $xy = \frac{x+y}{2}$  и  $x - y = 1$ ;  $x = y + 1$ ;  $y(y + 1) = \frac{y+1+y}{2}$ ;  $2y^2 + 2y = 2y + 1$

$$+ 1; \quad 2y^2 - 1 = 0; \quad y^2 = \frac{1}{2}; \quad y = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}. \text{ Ответ: } \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ и } 1 + \sqrt{\frac{1}{2}}, \text{ или } -\sqrt{\frac{1}{2}} \text{ и } 1 - \sqrt{\frac{1}{2}}.$$

### С-25. Решение квадратных уравнений.

**1.** а)  $-1; 2$ .

б)  $0; -0,5$ .

в)  $-0,5; 2$ .

г)  $\frac{1}{3}; -1$ .

**2.** а)  $D = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25 - 24 = 1$ .

б)  $D = 4^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 16 - 16 = 0$ .

в)  $D = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3 = 4 + 12 = 16$ .

г)  $D = 3^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1) = 9 + 24 = 33$ .

**3.** а)  $3x^2 - 7x = 0; \quad x(3x - 7) = 0$ . Два корня.

б)  $x^2 - 2x + 1 = 0; \quad (x - 1)^2 = 0$ . Один корень.

в)  $2x^2 - 1 = 0; \quad 2x^2 = 1; \quad x^2 = \frac{1}{2}$ . Два корня.

г)  $x^2 + 3x + 3 = 0; \quad D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 9 - 12 = -3 < 0$ .

Не имеет корней.

**4.** а)  $(x - 1)(x - 3) = 0; \quad x^2 - 4x + 3 = 0$ .

б)  $(x + 2)(x - 0,5) = 0; \quad x^2 + 1,5x - 1 = 0$ .

в)  $x(x - 4) = 0; \quad x^2 - 4x = 0$ .

г)  $(x - \frac{1}{3})(x + \frac{1}{6}) = 0; \quad x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}x - \frac{1}{18} = 0; \quad x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{18} = 0$ .

д)  $(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0; \quad x^2 - 3 = 0$ .

е)  $(x - (1 - \sqrt{3}))(x - (1 + \sqrt{3})) = 0;$

$(x - 1 + \sqrt{3})(x - 1 - \sqrt{3}) = 0; \quad x^2 - x - \sqrt{3}x - x + 1 + \sqrt{3} + \sqrt{3}x - \sqrt{3} - 3 = 0; \quad x^2 - 2x - 2 = 0$ .

**5.** а)  $n = \pm 8$ .

б)  $n = -9$ .

в)  $n = 9$ .

г)  $\pm \frac{4}{7}$ .

**6.** а)  $x^2 + x = 0$ ;  $x(x+1) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = -1$ .

б)  $x^2 - 4x + 3 = 0$ ;  $D = 4^2 - 4 \cdot 3 = 16 - 12 = 4$ ;  $x = \frac{4 \pm 2}{2}$ ;  $x = 3$  и  $x = 1$ .

в)  $5x^2 + 14x - 3 = 0$ ;  $D = 14^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-3) = 196 + 60 = 256$ ;  $x = \frac{-14 \pm 16}{10}$ ;  $x = \frac{1}{5}$  и  $x = -3$ .

г)  $x^2 - 2x - 2 = 0$ ;  $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 4 + 8 = 12$ ;  $x = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$ ;  $x = 1 \pm \sqrt{3}$ .

д)  $5x = 3x^2$ ;  $3x^2 - 5x = 0$ ;  $x(3x - 5) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ .

е)  $x^2 - 5x + 4 = 0$ ;  $D = 5^2 - 4 \cdot 4 = 25 - 16 = 9$ ;  $x = \frac{5 \pm 3}{2}$ ;  $x = 4$  и  $x = 1$ .

ж)  $7x^2 - 4 = 0$ ;  $x^2 = \frac{4}{7}$ ;  $x = \pm \frac{2}{\sqrt{7}}$ .

з)  $3x^2 - x + 2 = 0$ ;  $D = 1 - 4 \cdot 3 \cdot 2 < 0$ , нет корней.

**7.** а)  $10x^2 + 5x - 0,6 = 0$ ;  $D = 5^2 - 4 \cdot 10 \cdot (-0,6) = 25 + 24 = 49$ ;  $x = \frac{-5 \pm 7}{20}$ ;  $x = \frac{1}{10}$  и  $x = -\frac{3}{5}$ .

б)  $7x^2 + 8x + 1 = 0$ ;  $D = 8^2 - 4 \cdot 7 = 64 - 28 = 36$ ;  $x = \frac{-8 \pm 6}{14}$ ;  $x = -\frac{1}{7}$  и  $x = -1$ .

в)  $2x^2 - 3x + 2 = 0$ ;  $D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 - 16 < 0$ , нет корней.

г)  $x^2 + 6 = 5x$ ;  $x^2 - 5x + 6 = 0$ ;  $D = 5^2 - 4 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$ ;  $x = \frac{5 \pm 1}{2}$ ;  $x = 3$  и  $x = 2$ .

д)  $5y^2 - 4y = 1$ ;  $5y^2 - 4y - 1 = 0$ ;  $D = 4^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-1) = 16 + 20 = 36$ ;  $y = \frac{4 \pm 6}{10}$ ;  $y = -\frac{1}{5}$  и  $y = 1$ .

е)  $2 - 3x = 5x^2$ ;  $5x^2 + 3x - 2 = 0$ ;  $D = 3^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2) = 9 + 40 = 49$ ;  $x = \frac{-3 \pm 7}{10}$ ;  $x = -1$  и  $x = \frac{2}{5}$ .

**8.** а)  $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$ .

б)  $4x^2 - \frac{9}{121} = (2x - \frac{3}{11})(2x + \frac{3}{11})$ .

в)  $x^2 + 5x + 6 = 0$ ;  $D = 5^2 - 4 \cdot 6 = 1$ ;  $x = \frac{-5 \pm 1}{2}$ ;  $x = -2$  и  $x = -3$ .  $x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$ .

г)  $x^2 + x - 2 = 0$ ;  $D = 1 - 4 \cdot (-2) = 9$ ;  $x = \frac{-1 \pm 3}{2}$ ;  $x = -2$  и  $x = 1$ .  $x^2 + x - 2 = (x + 2)(x - 1)$ .

$$д) 3y^2 - 5 = (\sqrt{3y} - \sqrt{5})(\sqrt{3y} + \sqrt{5}).$$

$$е) y^2 - 3y - 4 = 0; D = 3^2 - 4 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25; y = \frac{3 \pm 5}{2}; y = 4 \text{ и } y = -1. y^2 - 3y - 4 = (y + 1)(y - 4).$$

$$9. а) x^2 - ax + 9 = 0; D = a^2 - 4 \cdot 9 = 0; a^2 = 36; a = \pm 6.$$

$$б) x^2 + 3ax + a = 0; D = (3a)^2 - 4a = 0; 9a^2 - 4a = 0; a(9a - 4) = 0; a = 0 \text{ и } a = \frac{4}{9}.$$

$$10. 3(-2)^2 - m(-2) - 6 = 0; 12 + 2m - 6 = 0; 2m = -6; m = -3.$$

### С-26. Решение квадратных уравнений (продолжение).

$$1. 1) а) (x - 2)^2 = 3x - 8; x^2 - 4x + 4 = 3x - 8 \quad x^2 - 7x + 12 = 0; D = 7^2 - 4 \cdot 12 = 49 - 48 = 1; x = \frac{7 \pm 1}{2}; x = 4 \text{ и } x = 3.$$

$$б) (x - 1)^2 = 29 - 5x; x^2 - 2x + 1 = 29 - 5x; x^2 + 3x - 28 = 0; D = 3^2 - 4 \cdot (-28) = 9 + 112 = 121; x = \frac{-3 \pm 11}{2}; x = 4 \text{ и } x = -7.$$

$$в) 5(x + 2)^2 = -6x - 44; 5x^2 + 20x + 20 + 6x + 44 = 0; 5x^2 + 26x + 64 = 0; D = 26^2 - 4 \cdot 5 \cdot 64 = 676 - 1280 < 0 \text{ нет корней.}$$

$$г) (x + 3)^2 - 16 = (1 - 2x)^2; x^2 + 6x + 9 - 16 = 1 - 4x + 4x^2; 4x^2 - x^2 - 4x - 6x + 1 + 16 - 9 = 0; 3x^2 - 10x + 8 = 0; D = 100 - 4 \cdot 3 \cdot 8 = 100 - 96 = 4; x = \frac{10 \pm 2}{6}; x = 2 \text{ и } x = \frac{8}{6} = 1\frac{1}{3}.$$

$$2) а) (x - 2)(x + 2) = 7x - 14; x^2 - 4 - 7x + 14 = 0; x^2 - 7x + 10 = 0; D = 7^2 - 4 \cdot 10 = 9; x = \frac{7 \pm 3}{2}; x = 5 \text{ и } x = 2.$$

$$б) (-x - 1)(x - 4) = x(4x - 11); -x^2 + 4x - x + 4 = 4x^2 - 11x; 5x^2 - 14x - 4 = 0; D = 14^2 + 4 \cdot 5 \cdot 4 = 196 + 80 = 276; x = \frac{14 \pm 2\sqrt{69}}{10}; x = \frac{7 \pm \sqrt{69}}{5}.$$

$$в) -x\left(\frac{1}{3} - x\right) = (x - 1)(x + 1); -\frac{x}{3} + x^2 = x^2 - 1; -\frac{x}{3} = -1; x = 3.$$

$$г) 5(x - 2) = (3x + 2)(x - 2); 5x - 10 = 3x^2 - 6x + 2x -$$

$-4$ ;  $3x^2 - 9x + 6 = 0$ ;  $D = 9^2 - 4 \cdot 3 \cdot 6 = 81 - 72 = 9$ ;  $x = \frac{9 \pm 3}{6}$ ;  $x = 1$  и  $x = 2$ .

3) а)  $\frac{x^2-x}{3} = \frac{2x-4}{5}$ ;  $5x^2 - 5x = 6x - 12$ ;  $5x^2 - 11x + 12 = 0$ ;  $D = 121 - 4 \cdot 5 \cdot 12 = 121 - 240 = -199$  нет корней.

б)  $\frac{x^2-3}{2} - 6x = 5$ ;  $x^2 - 3 - 12x - 10 = 0$ ;  $x^2 - 12x - 13 = 0$ ;  $D = 144 + 4 \cdot 13 = 144 + 52 = 196$ ;  $x = \frac{12 \pm 14}{2}$ ;  $x = -1$  и  $x = 13$ .

в)  $\frac{x^2+2x}{2} = \frac{x^2+24}{7}$ ;  $7x^2 + 14x = 2x^2 + 48$ ;  $5x^2 + 14x - 48 = 0$ ;  $D = 14^2 + 4 \cdot 5 \cdot 48 = 196 + 960 = 1156$ ;  $x = \frac{-14 \pm 34}{10}$ ;  $x = 2$  и  $x = -4,8$ .

г)  $\frac{3x^2+x}{4} - \frac{2-7x}{5} = \frac{3x^2+17}{10}$ ;  $15x^2 + 5x - 8 + 28x = 6x^2 + 34$ ;  $9x^2 - 33x - 42 = 0$ ;  $3x^2 - 11x - 14 = 0$ ;  $D = 11^2 + 4 \cdot 3 \cdot 14 = 121 + 168 = 289$ ;  $x = \frac{-11 \pm 17}{6}$ ;  $x = -1$  и  $x = -\frac{14}{3} = -4\frac{2}{3}$ .

**2.** а)  $y^2 - 11y + 2,4 = 0$ ;  $5y^2 - 55y + 12 = 0$ ;  $D = 55^2 - 4 \cdot 5 \cdot 12 = 3025 - 240 = 2785$ ;  $y = \frac{55 \pm \sqrt{2785}}{10}$ .

б)  $1,5y^2 + 0,5 = 3y - 2,5y^2$ ;  $4y^2 - 3y + 0,5 = 0$ ;  $D = 3^2 - 4 \cdot 4 \cdot 0,5 = 9 - 8 = 1$ ;  $y = \frac{3 \pm 1}{8}$ ;  $y = \frac{1}{2}$  и  $y = \frac{1}{4}$ .

в)  $2 + y - 0,5y^2 = 2y^2 - 3y$ ;  $2,5y^2 - 4y - 2 = 0$ ;  $5y^2 - 8y - 4 = 0$ ;  $D = 8^2 + 4 \cdot 5 \cdot 4 = 64 + 80 = 144$ ;  $y = \frac{8 \pm 12}{10}$ ;  $y = 2$  и  $y = -0,4$ .

**3.** а)  $x^2 - 6x + 4 = 0$ ;  $D = 36 - 4 \cdot 4 = 20$ ;  $x = \frac{6 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 3 \pm \sqrt{5}$ ;  $x \approx 5,236$  и  $x \approx 0,764$ .

б)  $16y^2 - 8y - 31 = 0$ ;  $D = 64 + 4 \cdot 16 \cdot 31 = 2048$ ;  $y = \frac{8 \pm 32\sqrt{2}}{32}$ ;  $y = 1,294$

**4.**  $D = k^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = k^2 + 24 > 0$ , при любом  $k$ .

**5.**  $D = m^2 - 4 \cdot (m - 2) = m^2 - 4m + 8 = (m - 2)^2 + 4 > 0$ , при любом  $m$ .

**6.** а)  $\frac{x^3}{|x|} + x + 3 = 0$ ; при  $x > 0$ ,  $\frac{x^3}{|x|} + x + 3 = x^2 + x + 3 =$

$= 0$ ,  $D = 1 - 4 \cdot 3 < 0$  нет решений; при  $x < 0$ ,  $\frac{x^3}{|x|} + x + 3 =$   
 $= -x^2 + x + 3 = 0$ ;  $x^2 - x - 3 = 0$ ;  $D = 1 + 4 \cdot 3 = 13$ ;  $x =$   
 $= \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$ ;  $x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} > 0$  не подходит. Ответ:  $x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$ .  
 б)  $3x^2 + \frac{x^2}{|x|} - 4 = 0$ ; при  $x > 0$ ,  $3x^2 + \frac{x^2}{|x|} - 4 = 3x^2 + x -$   
 $- 4 = 0$ ;  $D = 1 + 4 \cdot 3 \cdot 4 = 49$ ;  $x = \frac{-1 \pm 7}{6}$ ;  $x = 1$ ; при  
 $x < 0$ ,  $3x^2 + \frac{x^2}{|x|} - 4 = 3x^2 - x - 4 = 0$ ;  $D = 1 + 4 \cdot 3 \cdot 4 =$   
 $= 49$ ;  $x = \frac{1 \pm 7}{6}$ ;  $x = -1$ . Ответ:  $x = 1$  и  $x = -1$ .

### С-27. Теорема Виета.

- 1.** 1) а)  $x_1 + x_2 = 16$ ;  $x_1 x_2 = 28$ .  
 б)  $x_1 + x_2 = 12$ ;  $x_1 x_2 = -45$ .  
 в)  $y_1 + y_2 = -17$ ;  $y_1 y_2 = 60$ .  
 г)  $y_1 + y_2 = -3$ ;  $y_1 y_2 = -40$ .  
 2) а)  $x_1 + x_2 = 27$ ;  $x_1 x_2 = 0$ .  
 б)  $y_1 + y_2 = 0$ ;  $y_1 y_2 = -12$ .  
 в)  $z_1 + z_2 = -60$ ;  $z_1 z_2 = 0$ .  
 г)  $y_1 + y_2 = 4, 5$ ;  $y_1 y_2 = 0$ .  
 3) а)  $x_1 + x_2 = 2$ ;  $x_1 x_2 = -\frac{7}{3} = -2\frac{1}{3}$ .  
 б)  $y_1 + y_2 = -\frac{1}{5}$ ;  $y_1 y_2 = -\frac{3}{5}$ .  
 в)  $x_1 + x_2 = 4$ ;  $x_1 x_2 = -\frac{3}{2} = -1\frac{1}{2}$ .  
 г)  $y_1 + y_2 = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$ ;  $y_1 y_2 = 0$ .

- 2.** а)  $(x - 2)(x - 5) = 0$ ;  $x^2 - 7x + 10 = 0$ .  
 б)  $(x + 1)(x - 3) = 0$ ;  $x^2 - 2x - 3 = 0$ .  
 в)  $(x - 0,4)(x - 2,5) = 0$ ;  $x^2 - 2,9x + 1 = 0$ .

- 3.** 1) а)  $x = 2$  и  $x = 3$ .  
 б)  $y = -3$  и  $y = -5$ .  
 2) а)  $x = -1$  и  $x = 9$ .  
 б)  $z = -2$  и  $z = 5$ .  
 3) а)  $x = 14$  и  $x = 3$ .  
 б)  $y = -5$  и  $y = 16$ .

4. а)  $x^2 + 17x - 38 = 0$ ;  $2 + x_2 = -17$ ;  $x_2 = -19$ .

б)  $7x^2 - 11x - 6 = 0$ ;  $2x_2 = -\frac{6}{7}$ ;  $x_2 = -\frac{3}{7}$ .

5. 1) а)  $x_1x_2 = 17$ , значит корни одного знака,  $x_1 + x_2 = -10$ , значит  $x_1 < 0$  и  $x_2 < 0$ .

б)  $y_1y_2 = -11$ , значит корни разных знаков,  $y_1 > 0$ , а  $y_2 < 0$ .

2) а)  $y_1y_2 = 7$ , значит корни одного знака,  $y_1 + y_2 = \frac{23}{3}$ , значит,  $y_1 > 0$  и  $y_2 > 0$ .

б)  $x_1x_2 = -\frac{93}{5}$ , значит корни разных знаков,  $x_1 > 0$ , а  $x_2 < 0$ .

3) а)  $D = 6 - 4 \cdot 8 < 0$  нет корней.

б)  $y_1y_2 = -\sqrt{2}$ , значит корни разных знаков,  $y_1 > 0$ , а  $y_2 < 0$ .

6. 1) а)  $-3 + x_2 = 5$ ;  $x_2 = 8$ ;  $k = x_1x_2 = -3 \cdot 8 = -24$ .

б)  $-3x_2 = 18$ ;  $x_2 = -6$ ;  $k = -(x_1 + x_2) = -(-3 - 6) = 9$ .

2) а)  $-3 + x_2 = -\frac{8}{3}$ ;  $x_2 = -2\frac{2}{3} + 3 = \frac{1}{3}$ ;  $\frac{k}{3} = x_1x_2 = -3 \cdot \frac{1}{3} = -1$ ;  $k = -3$ .

б)  $-3x_2 = -\frac{12}{5}$ ;  $x_2 = \frac{4}{5}$ ;  $\frac{k}{5} = -(-3 + \frac{4}{5})$ ;  $k = 15 - 4 = 11$ .

7.  $x^2 + 7x - 11 = 0$ ;  $x_1x_2 = -11$ ;  $x_1 + x_2 = -7$ .

1) а)  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1+x_2}{x_1x_2} = \frac{-7}{-11} = \frac{7}{11}$ .

б)  $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 49 + 22 = 71$ .

в)  $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 49 + 44 = 93$ .

г)  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2} = \frac{71}{-11} = -6\frac{5}{11}$ .

д)  $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2) = -7 \cdot (71 + 11) = -7 \cdot 82 = -574$ .

2)  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1+x_2}{x_1x_2} = \frac{-7}{-11} = \frac{7}{11}$ ;  $\frac{1}{x_1x_2} = -\frac{1}{11}$ ;

$x^2 - \frac{7}{11}x - \frac{1}{11} = 0$ ;  $11x^2 - 7x - 1 = 0$ .

**С-28. Решение задач с помощью квадратных уравнений.**

**1.**  $n_1 n_2 = 273$  и  $n_1 - n_2 = 8$ ;  $n_1 = 8 + n_2$ ,  $8n_2 + n_2^2 = 273$ ;  $n_2^2 + 8n_2 - 273 = 0$ ;  $D = 8^2 + 4 \cdot 273 = 64 + 1092 = 1156$ ;  $n_2 = \frac{-8 \pm 34}{2}$ ;  $n_2 = 13$ ;  $n_1 = 8 + 13 = 21$ .  
 Ответ: 13 и 21.

**2.**  $ab = 480$  и  $a + b = \frac{94}{2}$ ;  $a = 47 - b$ ,  $47b - b^2 = 480$ ;  $b^2 - 47b + 480 = 0$ ;  $D = 47^2 - 4 \cdot 480 = 2209 - 1920 = 289$ ;  $b = \frac{47 \pm 17}{2}$ ;  $b_1 = 32$ ,  $a_1 = 47 - 32 = 15$ , или  $b_2 = 15$ ,  $a_2 = 32$ . Ответ: 15 дм и 32 дм.

**3.**  $x + y = 46$  и  $x^2 + y^2 = 34^2$ ;  $x = 46 - y$ ;  $(46 - y)^2 + y^2 = 1156$ ;  $2116 - 92y + y^2 + y^2 = 1156$ ;  $2y^2 - 92y + 960 = 0$ ;  $y^2 - 46y + 480 = 0$ ;  $D = 46^2 - 4 \cdot 480 = 2116 - 1920 = 196$ ;  $y = \frac{46 \pm 14}{2}$ ;  $y_1 = 16$ ,  $x_1 = 46 - 16 = 30$ , или  $y_2 = 30$ ,  $x_2 = 46 - 30 = 16$ . Ответ: 30 см и 16 см.

**4.**  $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2) = 1603$  и  $x - y = 7$ ;  $x = y + 7$ ,  $7 \cdot ((y + 7)^2 + y^2 + 7y + y^2) = 1603$ ;  $y^2 + 14y + 49 + 2y^2 + 7y = 229$ ;  $3y^2 + 21y - 180 = 0$ ;  $D = 21^2 + 4 \cdot 3 \cdot 180 = 441 + 2160 = 2601$ ;  $y = \frac{-21 \pm 51}{6}$ ;  $y = 5$ ;  $x = 5 + 7 = 12$ . Ответ: 5 и 12.

**5.**  $240 = v_0 t - 5t^2$  и  $120 = v_0 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2$ ;  $120 = 2v_0 - 20$ ;  $2v_0 = 140$ ;  $v_0 = 70$ ;  $240 = 70t - 5t^2$ ;  $t^2 - 14t + 48 = 0$ ;  $D = 7^2 - 48 = 1$ ;  $t = 7 \pm 1$ ;  $t = 6$  и  $t = 8$ .  
 Ответ: 6 с и 8 с.

**С-29. Разложение квадратного трехчлена на множители. Биквадратные уравнения.**

**1.** 1) а)  $x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4)$ .

б)  $x^2 + 4x - 12 = (x - 2)(x + 6)$ .

в)  $x^2 + 8x + 15 = (x + 3)(x + 5)$ .

г)  $x^2 + 4x - 21 = (x - 3)(x + 7)$ .

2) а)  $5x^2 - 3x - 26 = 5(x + 2)(x - \frac{13}{5})$ .

- б)  $7x^2 - 8x + 1 = 7(x-1)\left(x - \frac{1}{7}\right)$ .  
 в)  $12x^2 - 7x + 1 = 12\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right)$ .  
 г)  $x^2 - 2x - 1 = (x-1-\sqrt{2})(x-1+\sqrt{2})$ .

**2.** 1) а)  $\frac{x^2+x-12}{x-3} = \frac{(x-3)(x+4)}{x-3} = x+4$ .

б)  $\frac{x+2}{x^2+7x+10} = \frac{x+2}{(x+2)(x+5)} = \frac{1}{x+5}$ .

2) а)  $\frac{6x^2+29x-5}{x+5} = \frac{6(x+5)(x-\frac{1}{6})}{x+5} = 6x-1$ .

б)  $\frac{x-4}{3x^2-14x+8} = \frac{x-4}{3(x-4)(x-\frac{2}{3})} = \frac{1}{3x-2}$ .

3) а)  $\frac{2x^2+5x-3}{x^2-9} = \frac{2(x+3)(x-\frac{1}{2})}{(x-3)(x+3)} = \frac{2x-1}{x-3}$ .

б)  $\frac{4x^2-1}{2x^2-7x-4} = \frac{(2x-1)(2x+1)}{2(x+\frac{1}{2})(x-4)} = \frac{2x-1}{x-4}$ .

**3.** 1) а)  $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$ ;  $(x^2 - 1)(x^2 - 25) = 0$ ;  $x^2 = 1$  и  $x^2 = 25$ ,  $x = \pm 1$  и  $x = \pm 5$ .

б)  $x^4 - 20x^2 + 64 = 0$ ;  $(x^2 - 4)(x^2 - 16) = 0$ ;  $x^2 = 4$  и  $x^2 = 16$ ;  $x = \pm 2$  и  $x = \pm 4$ . в)  $9x^4 - 37x^2 + 4 = 0$ ;  $9(x^2 - \frac{1}{9})(x^2 - 4) = 0$ ;  $x^2 = \frac{1}{9}$  и  $x^2 = 4$ ;  $x = \pm \frac{1}{3}$  и  $x = \pm 2$ . г)  $16x^4 - 25x^2 + 9 = 0$ ;  $16(x^2 - \frac{9}{16})(x^2 - 1) = 0$ ;  $x^2 = \frac{9}{16}$  и  $x^2 = 1$ ;  $x = \pm \frac{3}{4}$  и  $x = \pm 1$ .

2) а)  $x^4 + 15x^2 - 16 = 0$ ;  $(x^2 - 1)(x^2 + 16) = 0$ ;  $x^2 = 1$ ;  $x = \pm 1$ .

б)  $9x^4 - 32x^2 - 16 = 0$ ;  $9(x^2 + \frac{4}{9})(x^2 - 4) = 0$ ;  $x^2 = 4$ ;  $x = \pm 2$ .

3) а)  $x^4 - 10x^2 + 25 = 0$ ;  $(x^2 - 5)^2 = 0$ ;  $x^2 = 5$ ;  $x = \pm \sqrt{5}$ .

б)  $x^4 - 3x^2 + 9 = 0$ ;  $D = 3^2 - 4 \cdot 9 = 9 - 4 \cdot 9 < 0$ , нет решений.

**4.** 1) а)  $\frac{x^2-x-6}{x^2-3x-10} = \frac{(x-3)(x+2)}{(x-5)(x+2)} = \frac{x-3}{x-5}$ .

б)  $\frac{x^2-6x-7}{x^2-9x+14} = \frac{(x-7)(x+1)}{(x-7)(x-2)} = \frac{x+1}{x-2}$ .

в)  $\frac{4x^2-5x+1}{x^2+5x-6} = \frac{4(x-\frac{1}{4})(x-1)}{(x-1)(x+6)} = \frac{4x-1}{x+6}$ .

г)  $\frac{3x^2-7x+2}{2-3x^2-7x} = -\frac{3x^2-7x+2}{3x^2+7x-2} = \frac{4(x-\frac{1}{3})(x-2)}{2-3x^2-7x}$ ;

дробь не сокращается.  $D_1 = 7^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 49 - 48 = 1$ ;  $D_2 = 7^2 + 4 \cdot 3 \cdot 2 = 49 + 48 = 97$ .

$$2) \text{ а) } \frac{x^3+x^2-12x}{x^2-2x-3} = \frac{x(x^2+x-12)}{x^2-2x-3} = \frac{x(x-3)(x+4)}{(x-3)(x+1)} = \frac{x^2+4x}{x+1}.$$

$$6) \frac{3x^2-16x+5}{x^3-4x^2-5x} = \frac{3(x-5)(x-\frac{1}{3})}{x(x^2-4x-5)} = \frac{(x-5)(3x-1)}{x(x-5)(x+1)} = \frac{3x-1}{x^2+x}.$$

$$3) \text{ а) } \frac{x^4-5x^2+4}{x^2+3x+2} = \frac{(x^2-1)(x^2-4)}{(x+1)(x+2)} = (x-1)(x-2) = x^2-3x+2.$$

$$6) \frac{9x-x^3}{x^4-7x^2-18} = \frac{x(9-x^2)}{(x^2-9)(x^2+2)} = \frac{-x}{x^2+2}.$$

### С-30. Дробные рациональные уравнения.

**1.** 1) а)  $\frac{3x-x^2}{2} + \frac{2x^2-x}{6} = x$ ;  $3(3x-x^2) + 2x^2 - x = 6x$ ;  $9x-3x^2+2x^2-x=6x$ ;  $x^2-2x=0$ ;  $x(x-2)=0$ ;  $x=0$  и  $x=2$ .

6)  $\frac{3x+1}{4} - \frac{7x-x^2}{10} = \frac{x^2-1}{8}$ ;  $10(3x+1) - 4(7x-x^2) = 5(x^2-1)$ ;  $30x+10-28x+4x^2=5x^2-5$ ;  $x^2-2x-15=0$ ;  $D=4+4 \cdot 15=64$ ;  $x=\frac{2 \pm 8}{2}$ ;  $x=5$  и  $x=-3$ .

2) а)  $\frac{x^2}{2-x} = \frac{3x}{2-x}$ ;  $\begin{cases} x^2 = 3x \\ 2-x \neq 0 \end{cases}$ ;  $x=0$  и  $x=3$ .

6)  $\frac{x^2-2x}{x+4} = \frac{x-4}{x+4}$ ;  $\begin{cases} x^2-2x = x-4 \\ x+4 \neq 0 \end{cases}$ ;

$\begin{cases} x^2-3x+4=0 \\ x \neq 4 \end{cases}$ ;  $D=9-4 \cdot 4 < 0$ . Нет решений.

в)  $\frac{2x^2+3x}{3-x} = \frac{x-x^2}{x-3}$ ;  $\frac{2x^2+3x}{3-x} = \frac{x^2-x}{3-x}$ ;  
 $\begin{cases} 2x^2+3x = x^2-x \\ 3-x \neq 0 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} x^2+4x=0 \\ x \neq 3 \end{cases}$   $x=0$  и  $x=-4$ .

г)  $\frac{x^2-2x}{2x-1} = \frac{4x-3}{1-2x}$ ;  $\frac{x^2-2x}{2x-1} = \frac{3-4x}{2x-1}$ ;  
 $\begin{cases} x^2-2x = 3-4x \\ 2x-1 \neq 0 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} x^2+2x-3=0 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}$ ;  $D=4+$   
 $+4 \cdot 3=16$ ;  $x=\frac{-2 \pm 4}{2}$ ;  $x=-3$  и  $x=1$ .

3) а)  $\frac{5x-7}{x-3} = \frac{4x-3}{x}$ ;  $x \neq 0$ ,  $x \neq 3$ ;

$x(5x-7) = (x-3)(4x-3)$ ;

$5x^2-7x = 4x^2-3x-12x+9$ ;  $x^2+8x-9=0$ ;

$$D = 64 + 4 \cdot 9 = 100; \quad x = \frac{-8 \pm 10}{2}; \quad x = -9 \text{ и } x = 1.$$

$$\text{б) } \frac{y+4}{y+2} = \frac{2y-1}{y}; \quad y \neq 0, \quad y \neq -2; \quad y(y+4) = \\ = (y+2)(2y-1); \quad y^2 + 4y = 2y^2 - y + 4y - 2; \quad y^2 - y - \\ - 2 = 0; \quad D = 1 + 4 \cdot 2 = 9; \quad y = \frac{1 \pm 3}{2}; \quad y = -1 \text{ и } y = 2.$$

$$\text{в) } \frac{5x-2}{x+2} = \frac{6x-21}{x-3}; \quad \begin{cases} (5x-2)(x-3) = (x+2)(6x-21) \\ x+2 \neq 0 \quad x-3 \neq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 5x^2 - 15x - 2x + 6 = 6x^2 - 21x + 12x - 42 \\ x \neq -2 \quad x \neq 3 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x^2 + 8x - 48 = 0 \\ x \neq -2 \quad x \neq 3 \end{cases}; \quad D = 64 + 4 \cdot 48 = 256;$$

$$x = \frac{-8 \pm 16}{2}; \quad x = -12 \text{ и } x = 4.$$

$$\text{г) } \frac{2y-5}{y+5} = \frac{3y+21}{2y-1}; \quad \begin{cases} (2y-5)(2y-1) = (3y+21)(y+5) \\ x+5 \neq 0 \quad 2y-1 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y^2 - 2y - 10y + 5 = 3y^2 + 15y + 21y + 105 \\ x \neq -5 \quad x \neq \frac{1}{2} \end{cases};$$

$$y^2 - 48y - 100 = 0; \quad y = 50 \text{ и } y = -2.$$

$$\text{4) а) } \frac{3x^2-5x-2}{2-x} = 0; \quad \begin{cases} 3x^2 - 5x - 2 = 0 \\ x \neq 2 \end{cases};$$

$$D = 25 + 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25 + 24 = 49; \quad \begin{cases} x = \frac{5 \pm 7}{6} \\ x \neq 2 \end{cases}; \quad x = -\frac{1}{3}.$$

$$\text{б) } \frac{3x^2+11x-4}{3x-1} = 3; \quad \begin{cases} 3x^2 + 11x - 4 = 9x - 3 \\ 3x - 1 \neq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 3x^2 + 2x - 1 = 0 \\ x \neq \frac{1}{3} \end{cases}; \quad D = 4 + 4 \cdot 3 = 16;$$

$$\begin{cases} x = \frac{-2 \pm 4}{6} \\ x \neq \frac{1}{3} \end{cases}; \quad x = -1.$$

$$\text{в) } \frac{3y^2+y-24}{9-y^2} = -2; \quad \begin{cases} 3y^2 + y - 24 = 2y^2 - 18 \\ 9 - y^2 \neq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y^2 + y - 6 = 0 \\ y \neq \pm 3 \end{cases}; \quad D = 1 + 4 \cdot 6 = 25; \quad \begin{cases} y = \frac{-1 \pm 5}{2} \\ y \neq \pm 3 \end{cases};$$

$$y = 2.$$

$$\text{г) } \frac{9}{x+3} = 2x - 1; \quad \begin{cases} 9 = (2x-1)(x+3) \\ x+3 \neq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 9 = 2x^2 + 6x - x - 3 \\ x \neq -3 \end{cases}; \quad \begin{cases} 2x^2 + 5x - 12 = 0 \\ x \neq -3 \end{cases};$$

$$D = 25 + 4 \cdot 2 \cdot 12 = 25 + 96 = 121; \quad \begin{cases} x = \frac{-5 \pm 11}{4} \\ x \neq -3 \end{cases};$$

$x = -4$ , и  $x = 1, 5$ .

$$\text{д) } \frac{4x+2}{1+2x} = x - 6; \quad \frac{2(2x+1)}{2x+1} = x - 6;$$

$$\begin{cases} 2 = x - 6 \\ 2x + 1 \neq 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 8 \\ x \neq -\frac{1}{2} \end{cases}; \quad x = 8.$$

$$\boxed{2.} \quad 1) \text{ а) } \frac{x-7}{x-2} + \frac{x+4}{x+2} = 1;$$

$$\begin{cases} (x-7)(x+2) + (x+4)(x-2) = (x-2)(x+2) \\ x+2 \neq 0, \quad x-2 \neq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 18 = 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}; \quad x = 6, \quad x = -3.$$

$$\text{б) } \frac{3y-3}{3y-2} + \frac{6+2y}{3y+2} = 2;$$

$$\begin{cases} (3y-3)(3y+2) + (6+2y)(3y-2) = 2(3y-2)(3y+2) \\ 3y-2 \neq 0, \quad 3y+2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y^2 - 11y + 10 = 0 \\ y = \pm \frac{2}{3} \end{cases}; \quad y = 2, \quad y = 1\frac{2}{3}.$$

$$\text{в) } \frac{2}{x-5} - \frac{4}{x+5} = \frac{3}{x^2-25}; \quad \begin{cases} 2(x+5) - 4(x-5) = 3 \\ x^2 - 25 \neq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 2x - 27 = 0 \\ x \neq \pm 5 \end{cases}; \quad x = \frac{27}{2} = 13,5.$$

$$\text{г) } \frac{2y-2}{y+3} - \frac{18}{y^2-9} = \frac{y-6}{y-3};$$

$$\begin{cases} (2y-2)(y-3) - 18 = (y-6)(y+3) \\ y^2 - 9 \neq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y^2 - 5y + 6 = 0 \\ y \neq \pm 3 \end{cases}; \quad \begin{cases} y = 2, \quad y = 3 \\ y \neq \pm 3 \end{cases}; \quad y = 2.$$

$$\text{2) а) } \frac{4}{y-2} - \frac{2}{y} = \frac{3-y}{y^2-2y}; \quad \begin{cases} 4y - 2(y-2) = 3-y \\ y \neq 0, \quad y-2 \neq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 3y = -1 \\ y \neq 0, \quad y \neq 2 \end{cases}; \quad y = -\frac{1}{3}.$$

$$6) \frac{3x-2}{x-1} + \frac{x-4}{x+3} = \frac{3x^2+1}{(x-1)(x+3)};$$

$$\begin{cases} (3x-2)(x+3) + (x-4)(x-1) = 3x^2+1 \\ x-1 \neq 0, \quad x+3 \neq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x^2+2x-3=0 \\ x \neq 1, \quad x \neq -3 \end{cases}; \quad \begin{cases} x=1, \quad x=-3 \\ x \neq 1, \quad x \neq -3 \end{cases};$$

нет решений.

$$3) \text{ а) } \frac{7}{x-3} + 1 = \frac{18}{x^2-6x+9}; \quad \frac{7}{x-3} + 1 = \frac{18}{(x-3)^2};$$

$$\begin{cases} 7(x-3) + (x-3)^2 = 18 \\ x-3 \neq 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} x^2+x-30=0 \\ x \neq 3 \end{cases};$$

$x = -6$  и  $x = 5$ .

$$6) \frac{1}{2x-1} - \frac{13x-4}{4x^2-4x+1} = 4; \quad \frac{1}{2x-1} - \frac{13x-4}{(2x-1)^2} = 4;$$

$$\begin{cases} 2x-1 - 13x+4 = 4(2x-1)^2 \\ 2x-1 \neq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 16x^2 - 5x + 1 = 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}; \quad D = 25 - 4 \cdot 16 < 0, \text{ нет решений.}$$

$$в) \frac{1}{(x-2)^2} + \frac{9}{(x+2)^2} - \frac{6}{x^2-4} = 0;$$

$$\begin{cases} (x+2)^2 + 9(x-2)^2 - 6(x^2-4) = 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 4x^2 - 32x + 64 = 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}; \quad \begin{cases} x^2 - 8x + 16 = 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} (x-4)^2 = 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}; \quad x = 4.$$

$$г) \frac{4}{1-9y^2} + \frac{3}{3y^2+y} = \frac{4}{9y^2+6y+1}; \quad \frac{-4}{9y^2-1} + \frac{3}{y(3y+1)} = \frac{4}{(3y+1)^2};$$

$$\begin{cases} -4y(3y+1) + 3(9y^2-1) = 4y(3y-1) \\ y(3y+1)^2(3y-1) \neq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 3y^2 - 3 = 0 \\ y \neq 0, \quad y \neq \pm \frac{1}{3} \end{cases}; \quad y = \pm 1.$$

$$\boxed{3.} \text{ а) } \frac{y-14}{y^3-8} = \frac{5}{y^2+2y+4} - \frac{1}{y-2};$$

$$\begin{cases} y-14 = 5(y-2) - (y^2+2y+4) \\ y^3-8 \neq 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} y^2-2y=0 \\ y \neq 2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = 0, & y = 2 \\ & y \neq 2 \end{cases}; \quad y = 0.$$

б)  $\frac{8c-3}{4c^2-2c+1} + \frac{6}{8c^3+1} = \frac{2}{2c+1};$   

$$\begin{cases} (8c-3)(2c+1) + 6 = 2(4c^2 - 2c + 1) \\ 8c^3 + 1 = 0 \end{cases};$$
  

$$\begin{cases} 8c^2 + 6c + 1 = 0 \\ c \neq -\frac{1}{2} \end{cases}; \quad D = 36 - 4 \cdot 8 = 4; \quad \begin{cases} c = \frac{-6 \pm 2}{16} \\ x \neq -\frac{1}{2} \end{cases};$$
  

$$\begin{cases} c = -\frac{1}{2}, & c = -\frac{1}{4} \\ c \neq -\frac{1}{2} \end{cases}; \quad c = -\frac{1}{4}.$$

в)  $\frac{14}{x^3+x^2-9x-9} - \frac{1}{x+3} = \frac{7}{(x-3)(x+1)}; \quad \frac{14}{(x+1)(x^2-9)} - \frac{1}{x+3} =$   

$$= \frac{7}{(x-3)(x+1)}; \quad \begin{cases} 14 - (x+1)(x-3) = 7(x+3) \\ (x+1)(x-3)(x+3) \neq 0 \end{cases};$$
  

$$\begin{cases} x^2 + 5x + 4 = 0 \\ x \neq -1, \quad x \neq \pm 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} x = -1, \quad x = -4 \\ x \neq -1, \quad x \neq \pm 3 \end{cases}; \quad x = -4.$$

г)  $\frac{1}{x^3-4x} + \frac{1}{x^3+4x} - \frac{4}{x^4-16} = 0; \quad \frac{1}{x(x^2-4)} + \frac{1}{x(x^2+4)} -$   

$$- \frac{4}{(x^2-4)(x^2+4)} = 0; \quad \begin{cases} x^2 + 4 + x^2 - 4 - 4x = 0 \\ x(x^4 - 16) \neq 0 \end{cases};$$
  

$$\begin{cases} 2x^2 - 4x = 0 \\ x \neq 0, \quad x \neq \pm 2 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 0, \quad x = 2 \\ x \neq 0, \quad x \neq \pm 2 \end{cases}, \quad \text{нет решений.}$$

**4.** а)  $\frac{(x+1)(3x-2)}{x-4} = 0; \quad x = -1, \text{ и } x = \frac{2}{3}.$

Ответ:  $(-1; 0), \quad (\frac{2}{3}; 0).$

б)  $\frac{x^2-2x-15}{x+3} = 0; \quad \frac{(x+3)(x-5)}{x+3} = 0; \quad x = 5. \text{ Ответ: } (5; 0).$

в)  $2x - 1 = \frac{14-x}{x+2}; \quad \frac{14-x-(2x-1)(x+2)}{x+2} = 0;$   

$$\frac{-2x^2-4x+16}{x+2} = 0; \quad \frac{x^2+2x-8}{x+2} = 0; \quad \frac{(x+4)(x-2)}{x+2} = 0;$$
  
 $x = -4, \quad x = 2. \text{ Ответ: } (-4; -9), \quad (2; 3).$

г)  $5x = 6 + \frac{4}{x-1}; \quad \frac{5x(x-1)-6(x-1)-4}{x-1} = 0;$   
 $\frac{5x^2-11x+2}{x-1} = 0; \quad x = 2, \quad x = \frac{1}{5}. \text{ Ответ: } (2; 10), \quad (\frac{1}{5}; 1).$

**5.** а)  $\frac{x\sqrt{5}}{x\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{x\sqrt{3}}{\sqrt{5}-x\sqrt{3}};$   

$$\begin{cases} x\sqrt{5}(\sqrt{5}-x\sqrt{3}) = x\sqrt{3}(x\sqrt{5}-\sqrt{3}) \\ (x\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}-x\sqrt{3}) \neq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 2\sqrt{15}x^2 - 8x = 0 \\ x \neq \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}, \quad x \neq \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \end{cases}; \quad \begin{cases} 2x(x\sqrt{15} - 4) = 0 \\ x \neq \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}, \quad x \neq \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \end{cases}; \quad x = 0,$$

$$x = \frac{4}{\sqrt{15}}.$$

$$6) \frac{x\sqrt{7} + \sqrt{2}}{x\sqrt{7} - \sqrt{2}} + \frac{x\sqrt{7} - \sqrt{2}}{x\sqrt{7} + \sqrt{2}} = \frac{x}{7x^2 - 2};$$

$$\begin{cases} (x\sqrt{7} + \sqrt{2})^2 + (x\sqrt{7} - \sqrt{2})^2 = x \\ 7x^2 - 2 \neq 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} 14x^2 - x + 4 = 0 \\ x \neq \pm\sqrt{\frac{2}{7}} \end{cases}$$

$D = 1 - 4 \cdot 14 \cdot 4 < 0$ , нет решений.

$$\boxed{6.} \text{ а) } x^2 + x + 1 = \frac{15}{x^2 + x + 3}; \quad y = x^2 + x + 1;$$

$$y = \frac{15}{y+2}; \quad \frac{y^2 + 2y - 15}{y+2} = 0;$$

$$1) y = -5, \quad x^2 + x + 1 = -5; \quad x^2 + x + 6 = 0;$$

$D = 1 - 4 \cdot 6 < 0$  нет решений.

$$2) y = 3, \quad x^2 + x + 1 = 3; \quad x^2 + x - 2 = 0;$$

$$D = 1 + 4 \cdot 2 = 9; \quad x = \frac{-1 \pm 3}{2}; \quad x = 1 \text{ и } x = -2.$$

$$6) x(x+1) = \frac{24}{(x-1)(x+2)}; \quad x^2 + x = \frac{24}{x^2 + x - 2};$$

$$y = x^2 + x; \quad y = \frac{24}{y-2}; \quad \frac{y^2 - 2y - 24}{y-2} = 0;$$

$$1) y = 6, \quad x^2 + x = 6; \quad x^2 + x - 6 = 0;$$

$$D = 1 + 4 \cdot 6 = 25; \quad x = \frac{-1 \pm 5}{2}; \quad x = -3, \text{ и } x = 2.$$

$$2) y = -4; \quad x^2 + x = -4; \quad x^2 + x + 4 = 0; \quad D = 1 - 4 \cdot 4 < 0$$

нет решений. Ответ:  $-3$  и  $2$ .

### С-31. Решение задач с помощью рациональных уравнений.

**1.** Пусть числитель это  $x$ , а знаменатель  $y$ , тогда

$$\begin{cases} x = y - 4 \\ \frac{x+19}{y+28} = \frac{x}{y} + \frac{1}{5} \end{cases}; \quad \begin{cases} x = y - 4 \\ \frac{x+19}{y+28} = \frac{5x+y}{5y} \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = y - 4 \\ 5y(y - 4 + 19) = (5y - 20 + y)(y + 28) \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = y - 4 \\ 5y(y + 15) = (6y - 20)(y + 28) \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = y - 4 \\ y^2 + 73y - 560 = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = y - 4 \\ y = -80, \quad y = 7 \end{cases};$$

1)  $y = -80$ ,  $x = -84$ ,  $\frac{x}{y} = \frac{-84}{-80}$  т.е. дробь сократима.

2)  $y = 7$ ,  $x = 3$ ,  $\frac{x}{y} = \frac{3}{7}$ . Ответ:  $\frac{3}{7}$ .

**2.** Пусть скорость течения реки  $x \geq 0$ ,  $x < 18$ , значит,  $\frac{50}{x+18} + \frac{8}{18-x} = 3$ ;  $50(18-x) + 8(x+18) = 3(324-x^2)$ ;  
 $3x^2 - 42x + 72 = 0$ ;  $x^2 - 14x + 24 = 0$ ;  $x = 2$  и  $x = 12$ .

Ответ: 2 или 12.

**3.** Пусть в час первый автомат изготавливал  $x$  деталей, тогда второй  $x - 2$  деталей. Значит,  $\frac{180}{x-2} - \frac{180}{x} = 3$ ;

$$\frac{60}{x-2} - \frac{60}{x} = 1; \quad 60x - 60(x-2) = x^2 - 2x;$$

$$x^2 - 2x - 120 = 0; \quad x = 12, \quad x = -10.$$

Ответ: 12 деталей и 10 деталей.

**4.** Пусть  $S$  это объем бассейна,  $v_1$  скорость наполнения через первую трубу,  $v_2$  скорость наполнения через вторую трубу,  $v_3$  скорость наполнения через третью трубу. Тогда,

$$\frac{S}{v_1} = \frac{S}{v_2+v_3}; \quad v_1 = v_2 + v_3;$$

$$v_1 = \frac{Sv_1}{4v_1+S} + \frac{Sv_1}{16v_1+S}; \quad \frac{S}{v_2} = 4 + \frac{S}{v_1}; \quad v_2 = \frac{Sv_1}{4v_1+S};$$

$$\frac{S}{v_3} = 16 + \frac{S}{v_1}; \quad v_3 = \frac{Sv_1}{16v_1+S}; \quad v_3 = \frac{Sv_1}{16v_1+S}.$$

$$\begin{cases} (4v_1 + S)(16v_1 + S) = S(16v_1 + S) + S(4v_1 + S) \\ v_2 = \frac{Sv_1}{4v_1+S} \\ v_3 = \frac{Sv_1}{16v_1+S} \end{cases};$$

$$\begin{cases} 64v_1^2 = S^2 \\ v_2 = \frac{Sv_1}{4v_1+S} \text{ так как } v_1 > 0, \quad v_1 = \frac{S}{8}; \quad v_2 = \frac{S}{12}; \\ v_3 = \frac{Sv_1}{16v_1+S} \end{cases}$$

$$v_3 = \frac{S}{24}. \text{ тогда } \frac{S}{v_1} = 8; \quad \frac{S}{v_2} = 12; \quad \frac{S}{v_3} = 24.$$

Ответ: за 8 ч, за 12 ч и за 24 ч.

### С-32. Сравнение чисел (повторение).

**1.** 1) а)  $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} < \frac{7}{8}$ .

б)  $1,25 = 1\frac{1}{4}$ .

в)  $0,6 > \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$ .

г)  $1,08 < 1\frac{1}{7}$ .

2) а)  $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{3}$ .

б)  $-\frac{1}{7} > -0,26$ .

в)  $-\frac{5}{8} = -0,625$ .

г)  $-0,07 < -\frac{3}{50}$ .

**2.** а)  $-6; -5, 7$ .

б)  $-7; -6, 5$ .

**3.** 1) а)  $12,08 : 0,04 = 302 < 303 = 101 : \frac{1}{3}$ .

б)  $24,48 : 24 = 1,02 = 102 \cdot 0,01$ .

2) а)  $-3,16 \cdot 8,4 = -26,544 > -30,1 = 24,08 : (-0,8)$ .

б)  $9,1 : (-3,5) = -2,6 < -2,2 = 11 \cdot (-\frac{1}{5})$ .

**4.** а) Неверно.

б) Верно.

в) Верно.

г) Верно.

**5.** 1) а)  $(-6,3)^3 < 0$ .

б)  $(-2,1)^4 > 0$ .

в)  $0^5 = 0$ .

г)  $(-\frac{2}{3})^7 < 0$ .

д)  $(-\frac{1}{9})^6 > 0$ .

2) а)  $2,6^3 \cdot (-1,3)^5 < 0$ .

б)  $(-3,8)^5 \cdot 0^7 = 0$ .

в)  $(-11,4)^4 \cdot (-1,2)^6 > 0$ .

г)  $(-1,8)^9 \cdot (-2,4)^3 > 0$ .

**6.**  $1\frac{1}{9} < 1,2 < 1\frac{2}{7} < 1\frac{1}{3} < 1,4$ .

**7.** а)  $1463 \cdot \frac{5}{7} < 1463 \cdot \frac{6}{7}$ .

б)  $2862 \cdot \frac{2}{3} < 2862 : \frac{2}{3}$ .

в)  $5417 : \frac{1}{7} = 5417 \cdot 7$ .

г)  $13,64 : 0,5 > 13,64 \cdot 0,5$ .

**8.** а)  $15,1 < 15,11 < 15,2$ .

б)  $0 < 0,02 < 0,1$ .

в)  $-2,6 < -2,54 < -2,5$ .

г)  $\frac{1}{3} < \frac{5}{12} < \frac{1}{2}$ .

**9.** а)  $12 < 13 + 18$ ;  $13 < 12 + 18$ ;  $18 < 12 + 13$ .

Существует.

б)  $100 > 48 + 49$ . Не существует.

### С-33. Свойства числовых неравенств.

**1.** а)  $-1 + 4 < 3 + 4$ ,  $3 < 7$ ;  $-1 - 2 < 3 - 2$ ,  $-3 < 1$ .

б)  $-15 - 3 < -2 - 3$ ;  $-18 < -5$ ;  $-15 + 5 < -2 + 5$ ,  $-10 < 3$ .

в)  $6 \cdot 8 > -1 \cdot 8$ ,  $48 > -8$ ;  $6 \cdot (-5) < -1 \cdot (-5)$ ,  $-30 < 5$ .

г)  $9 : 9 < 27 : 9$ ,  $1 < 3$ ;  $9 : (-3) > 27 : (-3)$ ,  $-3 > -9$ ;  $9 : (-1) > 27 : (-1)$ ,  $-9 > -27$ .

**2.** 1) а)  $a - 4 < b - 4$ .

б)  $10,5a < 10,5b$ .

в)  $-3,2a > -3,2b$ .

2) а)  $b + 6 > a + 6$ .

б)  $12 - a > 12 - b$ .

в)  $-\frac{a}{3} > -\frac{b}{3}$ .

**3.**  $d > b > a$ ,  $a < d$ ;  $c < a < b$ ,  $b > c$ .

**4.** а)  $b > 0$ ,  $a > 0$ .

б)  $a < 0$ ,  $b < 0$ .

в)  $a > 0$ ,  $b > 0$ .

г)  $b < 0$ ,  $a < 0$ .

**5.**  $b - 4 < b - 1 < b < a < a + 3 < a + 8$ .

- 6.** а)  $5 + a > b$ .  
б)  $b - 8 < a$ .  
в)  $-a < 8 - b$ .  
г)  $-(a + 4) < -b$ .

- 7.** а)  $12a > 10b$ .  
б)  $6a > b$ .  
в)  $-15a < -14b$ .  
г)  $-3a < -2b$ .

- 8.** а) Верно.  
б) Неверно. Пример,  $(-3)^2 > (-2)^2$ ;  $-3 < -2$ .

### С-34. Сложение и умножение неравенств.

- 1.** 1) а)  $6 + 16 > 2 + 10$ ;  $22 > 12$ .  
б)  $0 - 1 < 8 + 6$ ;  $-1 < 14$ .  
2) а)  $-1,5 + 1,5 > -2,5 + 0,3$ ;  $0 > -2,2$ .  
б)  $-3\frac{1}{3} - \frac{1}{6} < -2\frac{1}{6} + 0$ ;  $-3\frac{1}{2} < -2\frac{1}{6}$ .

- 2.** 1) а)  $16 \cdot 2 > 14 \cdot 1$ ;  $32 > 14$ .  
б)  $101 \cdot 10 < 103 \cdot 20$ ;  $1010 < 2060$ .  
2) а)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} > \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}$ ;  $\frac{3}{8} > \frac{1}{8}$ .  
б)  $1,4 \cdot 0,01 < 1,6 \cdot 0,1$ ;  $0,014 < 0,16$ .

- 3.** 1) а) Верно.  
б) Верно.  
в) Неверно.  
2) а) Верно.  
б) Верно.  
в) Верно.  
3) Неверно.

- 4.**  $a > 8$ ;  $b > 2$ .  
1) а)  $3a > 3 \cdot 8 = 24$ ,  $3a + b > 24 + 2 = 26$ .  
б)  $5a > 5 \cdot 8 = 40$ ;  $3b > 3 \cdot 2 = 6$ ;  $5a + 3b > 40 + 6 = 46$ .

2) а)  $12a > 12 \cdot 8 = 96$ ;  $2b = 2 \cdot 2 = 4$ ;  $12a + 2b > 96 + 4 = 100 > 97$ .

б)  $20a > 20 \cdot 8 = 160$ ;  $11b > 11 \cdot 2 = 22$ ;  $20a + 11b > 160 + 22 = 182 > 180$ .

**5.**  $a > 4$ ;  $-a < -4$ ;  $b < -3$ ;  $-b > 3$ .

1) а)  $2a > 2 \cdot 4 = 8$ ;  $2a - b > 8 + 3 = 11$ .

б)  $3a > 3 \cdot 4 = 12$ ;  $-4b > 3 \cdot 4 = 12$ ;  $3a - 4b > 12 + 12 = 24$ .

в)  $5b < 5 \cdot (-3) = -15$ ;  $5b - a < -15 - 4 = -19$ .

2) а)  $-6b > 6 \cdot 3 = 18$ ;  $a - 6b > 4 + 18 = 22 > 20$ .

б)  $12a > 12 \cdot 4 = 48$ ;  $-15b > 15 \cdot 3 = 45$ ;  $12a - 15b > 48 + 45 = 93 > 92$ .

в)  $6b < -3 \cdot 6 = -18$ ;  $-11a < -4 \cdot 11 = -44$ ;  $6b - 11a < -18 - 44 = -62 < -60$ .

**6.**  $0 < a < 12$ ;  $0 < b < 5$ .

а)  $0 < 6a < 6 \cdot 12 = 72$ ;

$0 < 3b < 3 \cdot 5 = 15$ ;  $0 < 6a + 3b < 87$ , значит,  $6a + 3b < 90$ .

б)  $0 < ab < 12 \cdot 5 = 60$ ;  $0 < ab + 11 < 72$ .

**7.** а)  $5a + b > 2 \cdot 5 + 4 = 14 > 12$ .

б)  $b - 3a < 6 - 3 \cdot 8 = 6 - 24 = -18 < 0$ .

в) Нельзя сравнить.

г)  $a - 4b < 8 - 4 = 4 < 9$ .

### С-35. Доказательство неравенств.

**1.**  $a > 0$ ;  $b < 0$ . 1)  $2a > 0$ ;  $3b < 0$ ;  $-5a < 0$ ;  
 $-4b > 0$ ;  $-a < 0$ ;  $-b > 0$ .

2)  $a^2 > 0$ ;  $b^4 > 0$ ;  $a^3 > 0$ ;  $b^5 < 0$ ;  
 $a^2b < 0$ ;  $ab^2 > 0$ ;  $(ab)^3 < 0$ ;  $(ab)^6 > 0$ .

3)  $\frac{a}{3} > 0$ ;  $-\frac{2}{b} > 0$ ;  $\frac{a}{b} < 0$ ;  $\frac{a}{b^2} > 0$ ;

$(\frac{b}{a})^2 > 0$ ;  $\frac{a^4}{b^3} < 0$ .

**2.** 1)  $a^2 > 0$ ;  $-a^2 < 0$ ;  $(-a)^2 > 0$ ;  $3a^2 > 0$ ;

$$-12a^2 < 0; \quad (-4a)^2 > 0.$$

$$2) a^2 + 8 > 0; \quad -a^2 - 6 < 0; \quad (a - 12)^2 \geq 0;$$

$$(a - 3)^2 + 1 > 0; \quad a^2 - 4a + 4 = (a - 2)^2 \geq 0.$$

$$\boxed{3.} \quad (a - 5)^2 \geq 0; \quad a^2 + 10 > 0.$$

$$\boxed{4.} \quad 1) \text{ а) } a(a + 10) + 2 > 10a; \quad a^2 + 10a + 2 - 10a > 0; \quad a^2 + 2 > 0.$$

$$\text{б) } (b - 3)(b + 3) + 13 > 0; \quad b^2 - 9 + 13 > 0; \quad b^2 + 4 > 0.$$

$$\text{в) } (a + 2)^2 > 4a; \quad a^2 + 4a + 4 - 4a > 0; \quad a^2 + 4 > 0.$$

$$2) \text{ а) } (x + 4)(x - 1) > (x - 7)(x + 10); \quad x^2 + 3x - 4 > x^2 + 3x - 70; \quad 66 > 0.$$

$$\text{б) } a(a - 6) < (a - 3)^2; \quad a^2 - 6a < a^2 - 6a + 9; \quad 0 < 9.$$

$$\text{в) } x(x - 12) \geq -36; \quad x^2 - 12x + 36 \geq 0; \quad (x - 6)^2 \geq 0.$$

$$3) \text{ а) } \frac{(3b+1)^2}{6} > b; \quad 9b^2 + 6b + 1 > 6b; \quad 9b^2 + 1 > 0.$$

$$\text{б) } \frac{(b+2)^2}{4} \geq b + 1; \quad b^2 + 4b + 4 \geq 4b + 4; \quad b^2 \geq 0.$$

$$\boxed{5.} \quad a > 0; \quad b < 0.$$

$$\text{а) } a - b > 0.$$

$$\text{б) } b - a < 0.$$

$$\text{в) } 2a - 3b > 0.$$

$$\text{г) } 7b - 9a < 0.$$

$$\text{д) } \frac{a}{5a-b} > 0.$$

$$\text{е) } \frac{b}{b-a} > 0.$$

$$\boxed{6.} \quad \text{а) } 11 + a^2 > 0.$$

$$\text{б) } -3 - a^2 < 0.$$

$$\text{в) } -5 - (a + 1)^2 < 0.$$

$$\text{г) } (-3)^6 + (a - 5)^2 > 0.$$

$$\text{д) } (1 - a)^2 + (5a - 11)^2 > 0.$$

$$\boxed{7.} \quad \frac{a^2}{1+a^4} - \frac{1}{2} = \frac{2a^2 - 1 - a^4}{2(1+a^4)} = \frac{-(a^2 - 1)^2}{2(1+a^4)} \leq 0, \text{ значит } \frac{a^2}{1+a^4} \leq \frac{1}{2}.$$

$$\boxed{8.} \quad \text{а) } x^2 + 12x + 37 > 0; \quad (x^2 + 12x + 36) + 1 > 0;$$

$$(x + 6)^2 + 1 > 0.$$

$$\text{б) } a^2 - 6a > -12; \quad a^2 - 6a + 12 > 0; \quad (a - 3)^2 + 3 > 0.$$

$$\text{в) } a^2 + b^2 + 8 \geq 4(a + b); \quad a^2 - 4a + 4 + b^2 - 4b + 4 \geq 0; \quad (a - 2)^2 + (b - 2)^2 \geq 0.$$

$$\boxed{9.} \quad \frac{a+c}{b+c} - \frac{a}{b} = \frac{ab+bc-ab-ac}{b(b+c)} = \frac{c(b-a)}{b(b+c)} > 0 \text{ при } c > 0, \quad b > a$$

значит,  $\frac{a+c}{b+c} > \frac{a}{b}$ .

**10.** Пусть намеченная скорость  $x$ , тогда туристы должны было пройти путь за  $\frac{18}{x}$  (ч), а прошли за  $\frac{9}{x-1} + \frac{9}{x+1} = \frac{18x}{x^2-1}$ ;  $\frac{18x}{x^2-1} - \frac{18}{x} = \frac{18}{x(x^2-1)} > 0$ . Туристы не успеют на поезд.

### С-36. Оценка значения выражения.

$$\boxed{1.} \quad 1) \text{ а) } -24 < 2a < 20.$$

$$\text{б) } -50 < -5a < 60.$$

$$\text{в) } -10 < -a < 12.$$

$$\text{г) } -3 < \frac{a}{4} < 2\frac{1}{2}.$$

$$\text{д) } -7 < a + 5 < 15.$$

$$2) \text{ а) } -2 < 8 - a < 20.$$

$$\text{б) } a \neq 0; \quad -\frac{1}{12} < \frac{1}{a} < \frac{1}{10}.$$

$$\text{в) } a \neq 0; \quad -\frac{1}{4} < \frac{3}{a} < \frac{3}{10}.$$

$$\text{г) } -23 < 2a + 1 < 21.$$

$$\text{д) } -25 < 5 - 3a < 41.$$

$$\boxed{2.} \quad 4 < x < 5; \quad -5 < -x < -4; \quad -2 < y < -1; \quad 1 < -y < 2.$$

$$\text{а) } 2 < x + y < 4.$$

$$\text{б) } 5 < x - y < 7.$$

$$\text{в) } -10 < xy < -4.$$

$$\text{г) } -5 < \frac{x}{y} < -2.$$

$$\boxed{3.} \quad P = 2(a + b); \quad 21,4 < P < 21,8; \quad S = ab; \\ 27,72 < S < 28,8.$$

**4.** а)  $2 \cdot 1,4 + 2,4 < 2\sqrt{2} + \sqrt{6} < 2 \cdot 1,5 + 2,6$ ;  $5,2 < 2\sqrt{2} + \sqrt{6} < 5,6$ .

б)  $\sqrt{12} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{6}$ ;  $1,4 \cdot 2,4 < \sqrt{12} < 1,5 \cdot 2,6$ ;  $3,36 < \sqrt{12} < 3,9$ .

в)  $\sqrt{24} + \sqrt{2} = \sqrt{6 \cdot 4} + \sqrt{2} = 2\sqrt{6} + \sqrt{2}$ ;  $6,2 < \sqrt{24} + \sqrt{2} < 6,7$ .

г)  $\sqrt{18} + \sqrt{6} = \sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{6} = 3\sqrt{2} + \sqrt{6}$ ;  $6,6 < \sqrt{18} + \sqrt{6} < 7,1$ .

**5.**  $6,25 < a^2 < 6,76$ ;  $4 < b^2 < 4,41$ ;  
 $10,25 < a^2 + b^2 < 11,17$ .

**6.** а)  $-15 < 2a + 3b < -10$ .

б)  $0 < \frac{a}{3} - b < 2$ .

в)  $-3 < -a + 4b < 14,5$ .

г)  $-3,7 < \frac{b}{2} - 3a < -3,35$ .

**7.**  $3 \leq a \leq 5$ ;  $1 \leq b \leq 4$ ;  $3 \leq ab \leq 20$ ;  
 $-9 < ab - 3b < 17$ ;  $0 < b(a - 3) \leq 8$ .

**8.**  $\angle C = 180 - \angle A - \angle B$ ;  $76 \leq \angle C \leq 78$ .

**9.**  $\frac{25,6}{2} < \frac{a+b}{2} < \frac{26,4}{2}$ ;  $12,8 < \frac{a+b}{2} < 13,2$ .

### **С-37. Оценка погрешности приближения.**

**1.** а)  $2,9 - 2,87 = 0,03$ ;  $2,87 - 2,8 = 0,07$ .

б)  $0,7 - 0,6595 = 0,0405$ ;  $0,6595 - 0,6 = 0,0595$ .

в)  $\frac{1}{7} - \frac{3}{22} = \frac{22}{154} - \frac{21}{154} = \frac{1}{154}$ .

г)  $\frac{1}{3} - 0,3 = 0$ ,  $(3) - 0,3 = 0,0(3)$ .

**2.** а)  $3,8 - 3,76 = 0,04$ .

б)  $38,1 - 38 = 0,1$ .

в)  $9,7 - 9,653 = 0,047$ .

г)  $26,48 - 26 = 0,48$ .

**3.** 1) а)  $6 \leq y \leq 8$ .

- б)  $24 \leq m \leq 30$ .  
 в)  $2200 \leq a \leq 2400$ .  
 2) а)  $22,9 \leq c \leq 23,1$ .  
 б)  $16 \leq x \leq 17$ .  
 в)  $11,6 \leq u \leq 12,4$ .  
 3) а)  $5,81 \leq b \leq 5,83$ .  
 б)  $30,37 \leq z \leq 30,47$ .  
 в)  $6,173 \leq n \leq 6,175$ .

- 4.** 1) а)  $x = 20 \pm 2$ .  
 б)  $x = 10,5 \pm 0,5$ .  
 2) а)  $x = 5,9 \pm 0,1$ .  
 б)  $x = 15,7 \pm 0,1$ .  
 3) а)  $x = 3,61 \pm 0,3$ .  
 б)  $x = 24,55 \pm 0,25$ .

**5.**  $\frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2} = a$ ;  $\frac{a+b}{2} - \frac{a-b}{2} = b$ ;  $x = \frac{a+b}{2} \pm \frac{a-b}{2}$ ,  
 то  $x = a$  и  $x = b$ .

### С-38. Округление чисел.

- 1.** 1) а)  $35,7 \approx 36$ .  
 б)  $289 \approx 290$ .  
 2) а)  $82,3591 \approx 82,4$ .  
 б)  $0,53748 \approx 0,537$ .  
 3) а)  $3847,5 \approx 3800$ .  
 б)  $1,384795 \approx 1,3848$ .

- 2.** 1) а)  $\frac{5}{6} = 0,8(3) \approx 0,833$ .  
 б)  $\frac{1}{7} = 0,142857 \dots \approx 0,143$ .  
 в)  $\frac{4}{15} = 0,2(6) \approx 0,267$ .  
 г)  $1\frac{5}{11} = 1,(45) \approx 1,455$ .  
 д)  $20\frac{6}{13} = 20,461538 \dots \approx 20,462$ .  
 е)  $2\frac{7}{19} = 2,36842 \dots \approx 2,368$ .  
 2) а)  $\Delta = 0,8(3) - 0,833 = 0,000(3)$ .  
 б)  $\Delta = 0,142857 \dots - 0,143 = 0,000142857 \dots$

- в)  $\Delta = 0,2(6) - 0,267 = 0,000(3)$ .  
 г)  $\Delta = 1,(45) - 1,455 = 0,000(45)$ .  
 д)  $\Delta = 20,461538\cdots - 20,462 = 0,000461538\cdots$ .  
 е)  $\Delta = 2,36842\cdots - 2,368 = 0,000421\cdots$ .

**3.**  $\frac{5}{13} - 0,01 = 0,3746$ ,  $\frac{5}{13} + 0,01 = 0,3946\cdots$ ;  $0,3746 < 0,38 < 0,3946$  и  $0,3746 < 0,39 < 0,3946$ , являются приближением числа  $\frac{5}{13}$  с точностью до  $0,01$ , а  $0,38$  еще является приближением числа  $\frac{5}{13}$  с точностью до  $0,005$ , так как  $\frac{5}{13} - 0,005 < 0,38 < \frac{5}{13} + 0,005$ .

### С-39. Относительная погрешность.

- 1.** а)  $2,1 \approx 2$ ;  $\Delta = \frac{2,1-2}{2} = 0,05$ .  
 б)  $5,12 \approx 5$ ;  $\Delta = \frac{5,12-5}{5} = 0,024$ .  
 в)  $9,736 \approx 10$ ;  $\Delta = \frac{10-9,736}{10} = 0,0264$ .  
 г)  $49,54 \approx 50$ ;  $\Delta = \frac{50-49,54}{50} = 0,0092$ .

**2.**  $2\frac{5}{8} = 2,625 \approx 2,63$ ;  $\Delta = 2,63 - 2,625 = 0,005$ ;  
 $\Delta = \frac{2,63-2,625}{2,63} = 0,0019\cdots$   $14\frac{11}{16} = 14,6875 \approx 14,69$ ;  
 $\Delta = 14,69 - 14,6875 = 0,0025$ ;  
 $\Delta = \frac{14,69-14,6875}{14,69} = 0,00017\cdots$

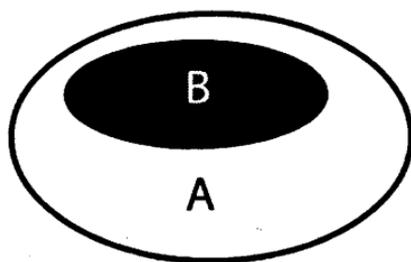
**3.**  $\Delta = \frac{10}{6380} = \frac{1}{638}$ .

**4.** Для  $L$   $\Delta = \frac{5}{3530} = \frac{1}{706}$ . Для  $d$ ,  $\Delta = \frac{1}{38}$ . Качество измерения  $L$  точнее.

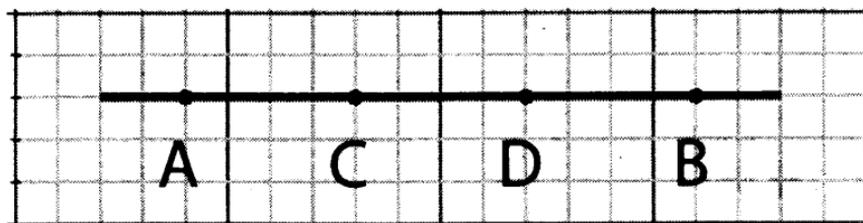
### С-40. Пересечение и объединение множеств.

- 1.** Пересечение  $\{т;о;г;р;а;ф;и;я\}$ ,  
 объединение  $\{т;п;о;г;р;а;ф;и;я\}$ .
- 2.**  $X \cap Y = \{2; 3; 5; 7\}$ ;  $X \cup Y = \{1; 4; 6; 8; 9$  и множество простых чисел}

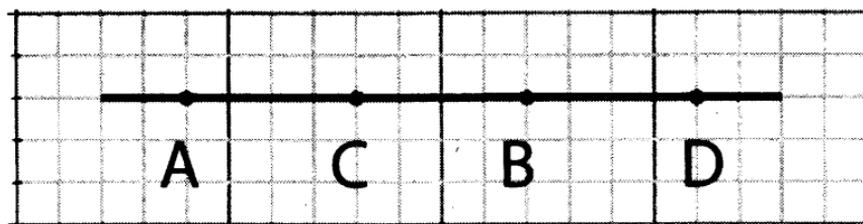
3.



4. a)



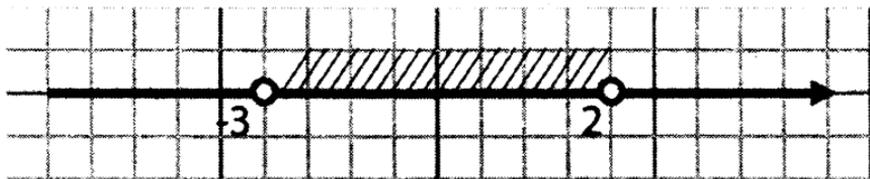
б)



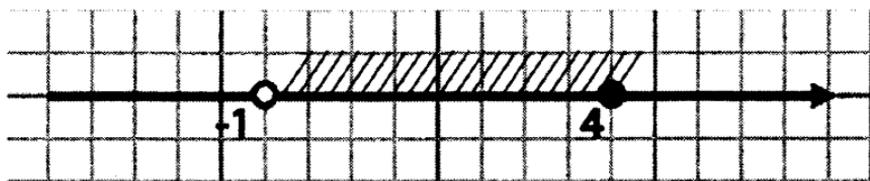
5. Наибольшее 27. Наименьшее 81.

**С-41. Числовые промежутки.**

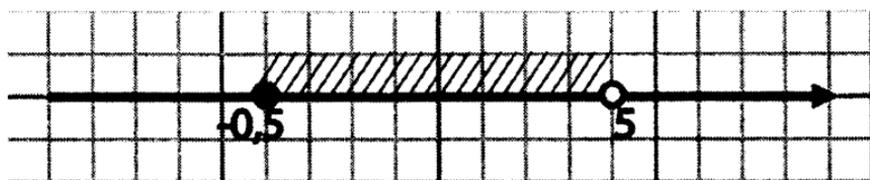
1. 1) а)  $(-3; 2)$ .



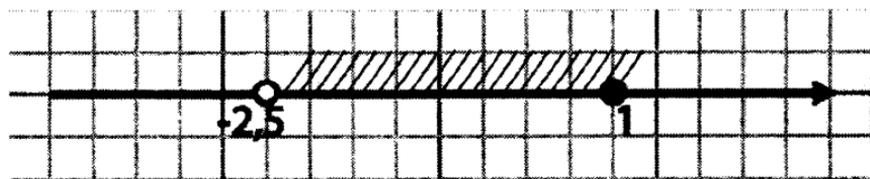
6)  $(-1; 4]$ .



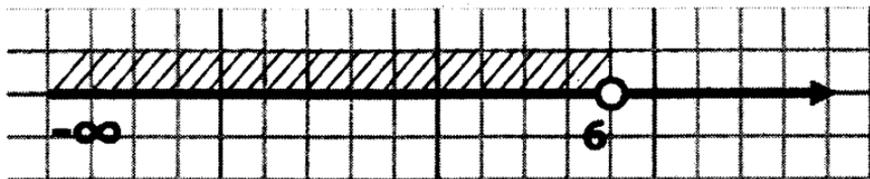
в)  $[-0, 5; 5)$ .



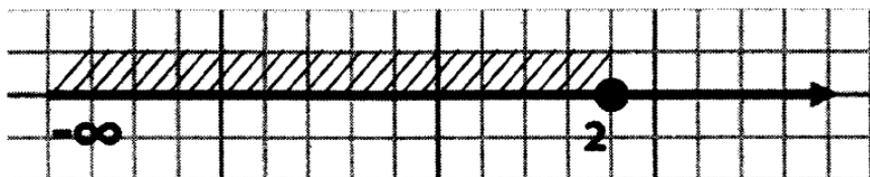
г)  $(-2, 5; 1]$ .



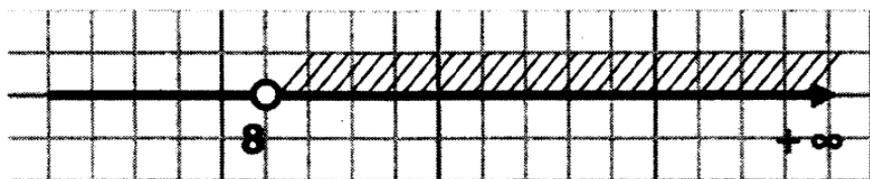
2) а)  $(-\infty; 6)$ .



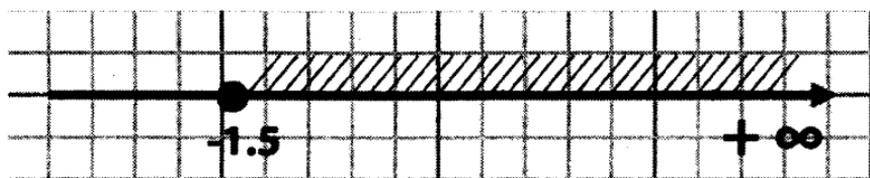
6)  $(-\infty; 2]$ .



В)  $(8; +\infty)$ .

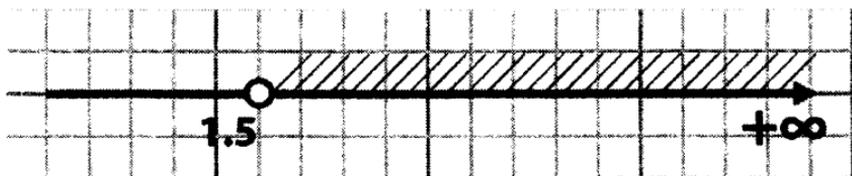


г)  $[-1, 5; +\infty)$ .

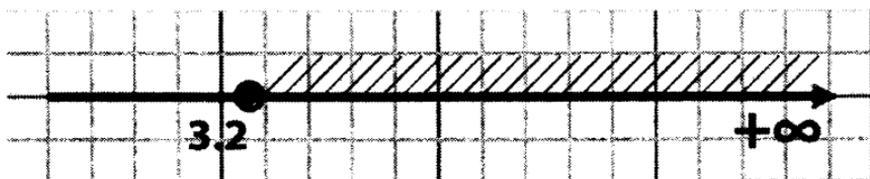


2.  $(-5; 4]; [8; 12]; (-4; 0); (11; +\infty); (-\infty; 15]$ .

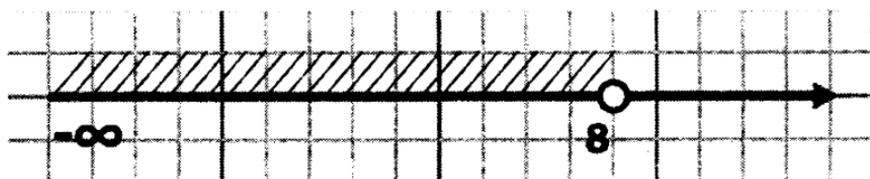
3. 1) а)  $(1, 5; +\infty)$ .



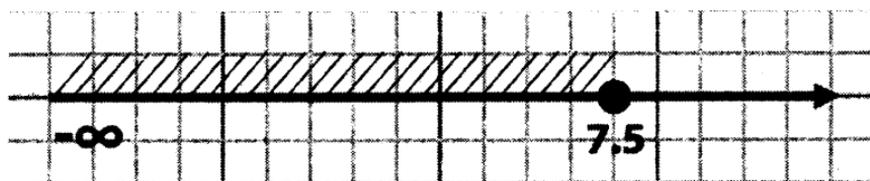
б)  $[3, 2; +\infty)$ .



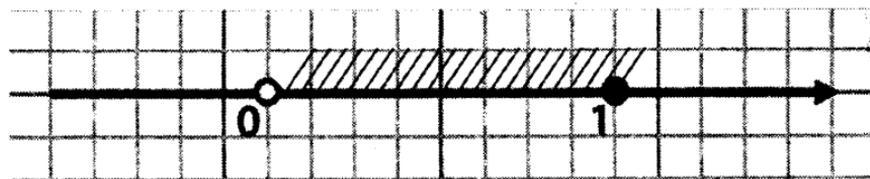
в)  $(-\infty; 8)$ .



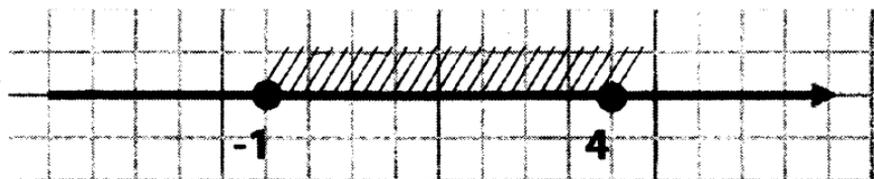
г)  $(-\infty; 7, 5]$ .



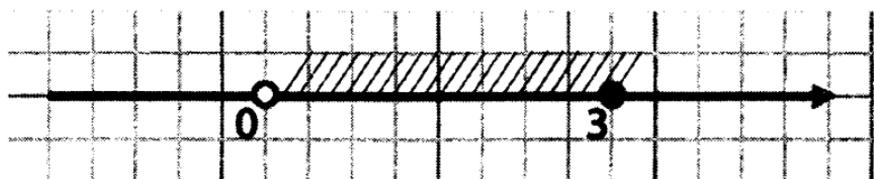
2) а)  $(0; 1]$ .



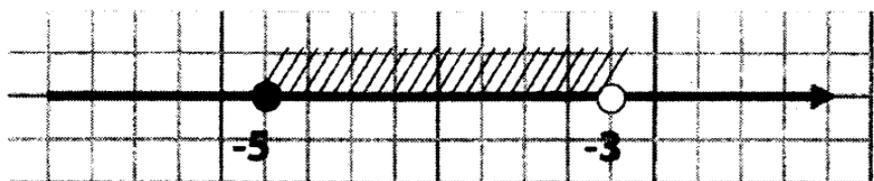
б)  $[-1; 4]$ .



в)  $(0; 3]$ .



г)  $[-5; -3)$ .



**4.**  $-2 \notin (-1, 2; 1, 4)$ ;  $-1, 5 \notin (-1, 2; 1, 4)$ ;  
 $-1, 2 \notin (-1, 2; 1, 4)$ ;  $-1 \in (-1, 2; 1, 4)$ ;  $0 \in (-1, 2; 1, 4)$ ;  
 $1, 3 \in (-1, 2; 1, 4)$ ;  $1, 4 \notin (-1, 2; 1, 4)$ .

**5.** а) 0; 1; 2; 3.

б) 0.

в) -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4.

г) -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1.

**6.** а) 7.

б) -2.

в) 0.

г) 1.

7.  $-0,008$ ;  $-0,07$ ;  $0,008$ ;  $0,07$ .

8. а) Принадлежит.

б) Принадлежит.

в) Принадлежит.

г) Не принадлежит.

9. а) Ответ:  $(0; 10)$ .

б) Ответ:  $[-1; 1]$ .

в) Ответ:  $(-2; 2)$ .

г) Ответ:  $(5; +\infty)$ .

10. а) Ответ:  $[-4; 5]$ .

б) Ответ:  $(-6; 6)$ .

в) Ответ:  $(-\infty; 10)$ .

г) Ответ:  $(-\infty; 4) \cup (6; +\infty)$ .

### С-42. Решение неравенств.

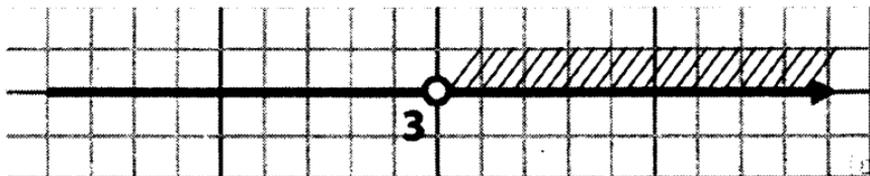
1. а)  $3x < 42$ ;  $x < 14$ .  $x = 2$ ;  $x = 4$ ;  $x = 6$ .

б)  $5x > 115$ ;  $x > 23$ ;  $x = 26$ ;  $x = 25$ ;  $x = 27$ .

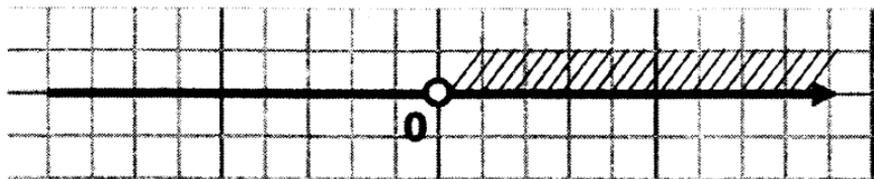
в)  $-4x < 24$ ;  $x > -6$ ;  $x = 0$ ;  $x = 1$ ;  $x = 2$ .

г)  $-6x > -102$ ;  $x < 17$ ;  $x = 0$ ;  $x = 2$ ;  $x = 16$ .

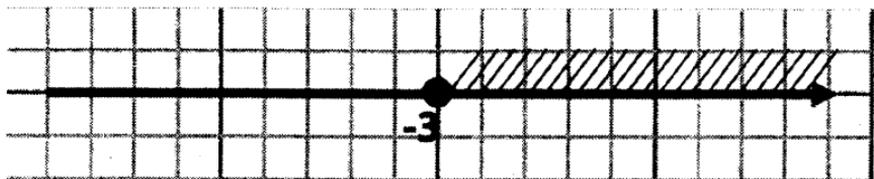
2. а)  $12x > 36$ ;  $x > 3$ .



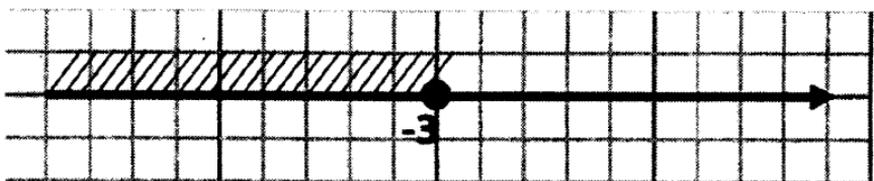
б)  $-4x < 0$ ;  $x > 0$ .



в)  $-15x \geq 45; \quad x \geq -3.$



г)  $6x \leq -18; \quad x \leq -3.$



**3.** 1) а)  $5x > 35; \quad x > 7.$

б)  $8x < 72; \quad x < 9.$

в)  $-9x > -63; \quad x < 7.$

г)  $-x < 10; \quad x > -10.$

2) а)  $3x > 11; \quad x > \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}.$

б)  $6x < 1,2; \quad x < 0,2.$

в)  $-18x \geq -27; \quad x \leq \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$

г)  $-15x \leq 25; \quad x \geq -\frac{25}{15} = -\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3}.$

3) а)  $\frac{1}{6}x < 3; \quad x < 18.$

б)  $-\frac{3}{8}x < -12; \quad x > 12 \cdot \frac{8}{3} = 32.$

в)  $\frac{2}{3}x > 18; \quad x > 18 \cdot \frac{3}{2} = 27.$

г)  $-1\frac{1}{6}x > 42; \quad -\frac{7}{6}x > 42; \quad x < -42 \cdot \frac{6}{7} = -36.$

- 4) а)  $0,4x > 2$ ;  $x > 5$ .  
 б)  $-0,3x < -9$ ;  $x > 30$ .  
 в)  $0,1x < 10$ ;  $x < 100$ .  
 г)  $-3x > 1,1$ ;  $x < -\frac{11}{30}$ .

4. а) При  $-3x > 21$ ;  $x < -7$ .  
 б) При  $-3x < -15$ ;  $x > 5$ .

5. а)  $5x \leq 25$ ;  $x \leq 5$ ;  $x = 5$ .  
 б)  $6x < 29$ ;  $x < \frac{29}{6} = 4\frac{5}{6}$ ;  $x = 4$ .  
 в)  $-x > 15$ ;  $x < -15$ ;  $x = -16$ .  
 г)  $-2x \geq 14$ ;  $x \leq -7$ ;  $x = -7$ .

6. а)  $3x > 9$ .  
 б)  $-2x > 4$ .

7. При  $a < 0$ .

### С-43. Решение неравенств (продолжение).

1.  $2x - 7 > 8$ ;  $2x > 15$ ;  $x > 7,5$ . Числа 7 и 7,5 – не являются решением неравенства, а числа 8 и 8,5 – являются решением неравенства.

2. 1) а)  $12 + x > 18$ ;  $x > 6$ .  
 б)  $6 - x \leq 4$ ;  $x > 2$ .  
 в)  $0,3 + x \geq 1$ ;  $x \geq 0,7$ .  
 г)  $0,4 - x < 0$ ;  $x > 0,4$ .  
 2) а)  $1 + 3x > 10$ ;  $3x > 9$ ;  $x > 3$ .  
 б)  $3x + 8 < 0$ ;  $3x < -8$ ;  $x < -\frac{8}{3} = -2\frac{2}{3}$ .  
 в)  $6 - 5x \leq 2$ ;  $5x \geq 4$ ;  $x \geq \frac{4}{5}$ .  
 г)  $9 - 12x \geq 0$ ;  $12x \leq 9$ ;  $x \leq \frac{3}{4}$ .  
 3) а)  $6 + x < 3 - 2x$ ;  $3x < -3$ ;  $x < -1$ .  
 б)  $4 + 12x > 7 + 13x$ ;  $x < -3$ .  
 в)  $4x + 19 \leq 5x - 1$ ;  $x \geq 20$ .  
 г)  $6x \geq 8x + 1$ ;  $2x \leq -1$ ;  $x \leq -\frac{1}{2}$ .

4) а)  $3(2+x) > 4-x$ ;  $6+3x > 4-x$ ;  $4x > -2$ ;  $x > -\frac{1}{2}$ .

б)  $-(4-x) \leq 2(3+x)$ ;  $-4+x \leq 6+2x$ ;  $x \geq -10$ .

в)  $3(1-x) + 2(2-2x) < 0$ ;  $3-3x+4-4x < 0$ ;  $7x > > 7$ ;  $x > 1$ .

г)  $-(2-3x)+4(6+x) \geq 1$ ;  $-2+3x+24+4x \geq 1$ ;  $7x \geq -21$ ;  $x \geq -3$ .

5) а)  $\frac{5x}{2} > 1$ ;  $5x > 2$ ;  $x > \frac{2}{5}$ .

б)  $\frac{x}{4} < 0$ ;  $x < 0$ .

в)  $\frac{2x}{3} \geq 9$ ;  $x \geq \frac{27}{2} = 13\frac{1}{2}$ .

г)  $\frac{4x}{7} \leq 0$ ;  $x \leq 0$ .

6) а)  $\frac{5+3x}{2} < 1$ ;  $5+3x < 2$ ;  $3x < -3$ ;  $x < -1$ .

б)  $\frac{4-x}{3} \geq 0$ ;  $4-x \geq 0$ ;  $x \leq 4$ .

в)  $\frac{1-x}{4} < 5$ ;  $1-x < 20$ ;  $x > -19$ .

г)  $\frac{2+5x}{4} \geq 0$ ;  $2+5x \geq 0$ ;  $5x \geq -2$ ;  $x \geq -\frac{2}{5}$ .

7) а)  $\frac{2x}{5} - x > 3$ ;  $2x - 5x > 15$ ;  $-3x > 15$ ;  $x < -5$ .

б)  $x + \frac{x}{4} \geq 2$ ;  $4x + x \geq 8$ ;  $5x \geq 8$ ;  $x \geq \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$ .

в)  $\frac{3x}{2} - x < 0$ ;  $3x - 2x < 0$ ;  $x < 0$ .

г)  $\frac{x-1}{3} - 2x > \frac{3x+1}{2}$ ;  $2x - 2 - 12x > 9x + 3$ ;  $19x < -5$ ;  $x < -\frac{5}{19}$ .

**3.** а)  $2b + 11 > 0$ ;  $2b > -11$ ;  $b > -\frac{11}{2} = -5\frac{1}{2}$ .

б)  $13 - b < 0$ ;  $b > 13$ .

**4.**  $\frac{5a-1}{3} < 3 - 2a$ ;  $5a - 1 < 9 - 6a$ ;  $11a < 10$ ;  $a < \frac{10}{11}$ .

**5.** а)  $0,5x - 11 > 0$ ;  $0,5x > 11$ ;  $x > 22$ .

б)  $0,5x - 11 < 0$ ;  $0,5x < 11$ ;  $x < 22$ .

**6.** а)  $5(a^2 - 1) - 5a(a + 2) > 3$ ;  $5a^2 - 5 - 5a^2 - 10a > > 3$ ;  $10a < -8$ ;  $a < -0,8$ .

б)  $8x^2 - 2x(4x + 1) \leq x$ ;  $8x^2 - 8x^2 - 2x \leq x$ ;  $3x \geq 0$ ;  $x \geq 0$ .

в)  $\frac{2x}{3} - \frac{x-1}{6} + \frac{x+2}{2} \geq 0$ ;  $4x - x + 1 + 3x + 6 \geq 0$ ;  $6x \geq -7$ ;  $x \geq -\frac{7}{6} = -1\frac{1}{6}$ .

г)  $x - \frac{x-3}{4} + \frac{x+1}{8} > 2$ ;  $8x - 2x + 6 + x + 1 > 16$ ;  $7x >$

$$> 9; \quad x > \frac{9}{7} = 1\frac{2}{7}.$$

$$\boxed{7.} \text{ а) } 5x - 2 = a; \quad 5x = a + 2; \quad x = \frac{a+2}{5}; \quad x > 0; \quad \frac{a+2}{5} > 0; \quad a + 2 > 0; \quad a > -2.$$

$$\text{б) } 4 + 3x = a - 5; \quad 3x = a - 9; \quad x = \frac{a-9}{3}; \quad x < 0; \quad \frac{a-9}{3} < 0; \quad a - 9 < 0; \quad a < 9.$$

$$\boxed{8.} \text{ } ax > 2x + 5; \quad ax - 2x > 5; \quad x(a - 2) > 5; \text{ уравнение не имеет решений при } a - 2 = 0; \quad a = 2.$$

### С-44. Решение систем неравенств.

$$\boxed{1.} \left\{ \begin{array}{l} 3x < 17 \\ 2x + 1 > 3 \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} x < 5\frac{2}{3} \\ 2x > 2 \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} x < 5\frac{2}{3} \\ x > 1 \end{array} \right. .$$

а) Является. б) Не является. в) Является.

$$\boxed{2.} \text{ 1) а) } \left\{ \begin{array}{l} x > 2 \\ x < 11 \end{array} \right. , \quad 2 < x < 11.$$

$$\text{б) } \left\{ \begin{array}{l} x < -1 \\ x > 0 \end{array} \right. , \text{ нет решений.}$$

$$\text{в) } \left\{ \begin{array}{l} x > 1,5 \\ x > 2,7 \end{array} \right. , \quad x > 2,7.$$

$$\text{г) } \left\{ \begin{array}{l} x < -5 \\ x < -4 \end{array} \right. , \quad x < -5.$$

$$\text{2) а) } \left\{ \begin{array}{l} 3x > -3 \\ -5x < 10 \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} x > -1 \\ x > -2 \end{array} \right. , \quad x > -1.$$

$$\text{б) } \left\{ \begin{array}{l} 0,5x < 2 \\ -3x \geq -9 \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} x < 4 \\ x \leq 3 \end{array} \right. ; \quad x \leq 3.$$

$$\text{в) } \left\{ \begin{array}{l} 1,5x > -3 \\ -6x > -12 \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} x > -2 \\ x < 2 \end{array} \right. , \quad -2 < x < 2.$$

$$\text{г) } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{7}x < 2 \\ -5x \leq -75 \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} x < 14 \\ x \geq 15 \end{array} \right. ; \text{ нет решений.}$$

$$\text{3) а) } \left\{ \begin{array}{l} 5x < 3x + 1 \\ 0,6x > 5,2 - 2x \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} 2x < 1 \\ 2,6x > 5,2 \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} x < 0,5 \\ x > 2 \end{array} \right. ,$$

нет решений.

$$6) \begin{cases} 6x + 2 > 9 - x \\ x + 8,3 < 11 \end{cases} ; \begin{cases} 7x > 7 \\ x < 2,7 \end{cases} ; \begin{cases} x > 1 \\ x < 2,7 \end{cases} ,$$

$$1 < x < 2,7.$$

$$в) \begin{cases} 3x - 2 < 1,5x + 1 \\ 4 - 2x > x - 2 \end{cases} ; \begin{cases} 1,5x < 3 \\ 3x < 6 \end{cases} ; \begin{cases} x < 2 \\ x < 2 \end{cases} ,$$

$$x < 2.$$

$$4) а) \begin{cases} 2(x + 3) - (x - 8) < 4 \\ 6x > 3(x + 1) - 1 \end{cases} ; \begin{cases} 2x + 6 - x + 8 < 4 \\ 6x > 3x + 3 - 1 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} x < -10 \\ 3x > 2 \end{cases} ; \begin{cases} x < -10 \\ x > \frac{2}{3} \end{cases} , \text{ нет решений.}$$

$$6) \begin{cases} -(x - 2) - 3(x - 1) < 2x \\ 5x + 4 \geq 12 - (x - 3) \end{cases} ; \begin{cases} -x + 2 - 3x + 3 < 2x \\ 5x + 4 \geq 12 - x + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x > 5 \\ 6x \geq 11 \end{cases} ; \begin{cases} x > \frac{5}{6} \\ x \geq \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6} \end{cases} , \quad x \geq 1\frac{5}{6}.$$

$$в) \begin{cases} 1,6(2 - x) - 0,4x > 3 \\ -3(6x - 1) - 2x < x \end{cases} ; \begin{cases} 3,2 - 1,6x - 0,4x > 3 \\ -18x + 3 - 2x < x \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} 2x < 0,2 \\ 21x > 3 \end{cases} ; \begin{cases} x < 0,1 \\ x > \frac{1}{7} \end{cases} , \text{ нет решений.}$$

$$5) а) \begin{cases} \frac{x}{2} < 5 \\ \frac{2x}{5} > 0 \end{cases} ; \begin{cases} x < 10 \\ x > 0 \end{cases} , \quad 0 < x < 10.$$

$$6) \begin{cases} \frac{3x+6}{8} > 0 \\ \frac{x}{11} < 1 \end{cases} ; \begin{cases} 3x + 6 > 0 \\ x < 11 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} 3x > -6 \\ x < 11 \end{cases} ; \begin{cases} x > -2 \\ x < 11 \end{cases} ; \quad -2 < x < 11.$$

$$в) \begin{cases} x - \frac{x}{4} \geq 2 \\ \frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{3} > 1 \end{cases} ; \begin{cases} 4x - x \geq 8 \\ 3x - 3 + 2x - 4 > 6 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} 3x \geq 8 \\ 5x > 13 \end{cases} ; \begin{cases} x \geq 2\frac{2}{3} \\ x > 2\frac{2}{3} \end{cases} ; \quad x \geq 2\frac{2}{3}.$$

$$\boxed{3.} \begin{cases} 0,3x - 3 > 0 \\ -0,1x + 5 > 0 \end{cases} ; \begin{cases} 0,3x > 3 \\ 0,1x < 5 \end{cases} ; \begin{cases} x > 10 \\ x < 50 \end{cases} ,$$

$$10 < x < 50.$$

$$\boxed{4.} а) \begin{cases} 6x - 1 > 3 - x \\ 2x - 4 < x \end{cases} ; \begin{cases} 7x > 4 \\ x < 4 \end{cases} ; \begin{cases} x > \frac{4}{7} \\ x < 4 \end{cases} ;$$

$$\frac{4}{7} < x < 4; \quad x = 1, \quad x = 2, \quad x = 3.$$

$$б) \begin{cases} 0,5x + 2 > 1 \\ 3x - 1,6 < 0,8 \end{cases}; \quad \begin{cases} 0,5x > -1 \\ 3x < 2,4 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > -2 \\ x < 0,8 \end{cases};$$

$$-2 < x < 0,8; \quad x = -1, \quad x = 0.$$

$$в) \begin{cases} 1,6x - 4 > 0 \\ 2 - 0,2x > 0,3 \end{cases}; \quad \begin{cases} 1,6x > 4 \\ 0,2x < 1,7 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > 2,5 \\ x < 8,5 \end{cases};$$

$$2,5 < x < 8,5; \quad x = 3, \quad x = 4, \quad x = 5, \quad x = 6, \quad x = 7, \quad x = 8.$$

$$\boxed{5.} \text{ а) } \begin{cases} 0,2(3x - 4) - 1,6 < 0,3(4 - 3x) \\ 0,4(1 + x) - 0,3x < 0,5 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 0,6x - 0,8 - 1,6 < 1,2 - 0,9x \\ 0,4 + 0,4x - 0,3x < 0,5 \end{cases}; \quad \begin{cases} 1,5x < 3,6 \\ 0,1x < 0,1 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x < 2,4 \\ x < 1 \end{cases}; \quad x < 1.$$

$$б) \begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} \geq \frac{x-3}{4} - x \\ 1 - x > 0,5x - 4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 6x - 6 - 4x + 8 \geq 3x - 9 - 12x \\ 1,5x < 5 \end{cases}; \quad \begin{cases} 11x \geq -11 \\ x < \frac{10}{3} \end{cases};$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x < 3\frac{1}{3} \end{cases}; \quad -1 \leq x < 3\frac{1}{3}.$$

$$\boxed{6.} \text{ а) } \begin{cases} x > 4 \\ x > 7 \\ x < 15 \end{cases}. \quad 7 < x < 15.$$

$$б) \begin{cases} 2x > 15 \\ 3x < 1 \\ 7x < 21 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > 7,5 \\ x < \frac{1}{3} \\ x < 3 \end{cases}, \text{ нет решений.}$$

$$в) \begin{cases} x - 4 > 12 \\ 2x - 1 > 3 \\ 3x + 2 < 56 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > 16 \\ 2x > 4 \\ 3x < 54 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > 16 \\ x > 2 \\ x < 18 \end{cases},$$

$$16 < x < 18.$$

$$\boxed{7.} \begin{cases} 3x > 12 \\ x < a \end{cases}; \quad \begin{cases} x > 4 \\ x < a \end{cases}, \text{ систем неравенств не имеет}$$

решений при  $a \leq 4$ .

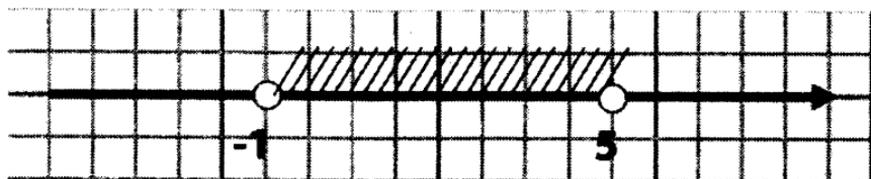
8. Пусть третья сторона треугольника равняется  $x$  м,

$$\text{тогда } \begin{cases} x + 12 + 16 > 48 \\ 16 + 12 > x \\ 12 + x > 16 \end{cases} ; \begin{cases} x > 20 \\ x < 28 \\ x > 4 \end{cases} ; 20 < x < 28.$$

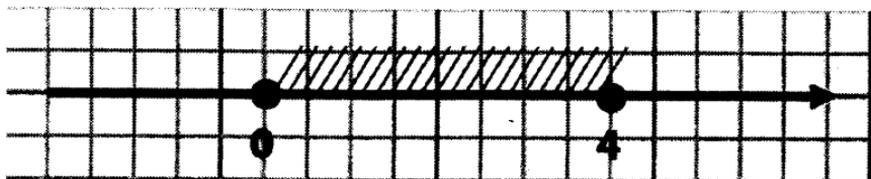
Ответ:  $20 < x < 28$ .

### С-45. Решение неравенств.

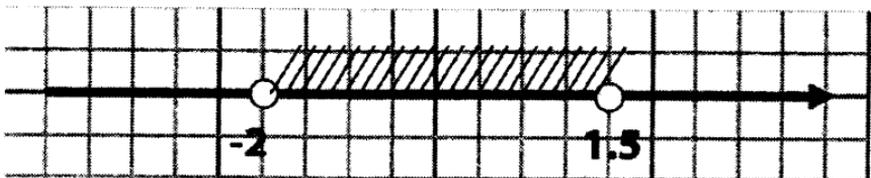
1. а)  $-1 < x < 5$ .



б)  $0 \leq x \leq 4$ .



в)  $-2 < x < 1,5$ .



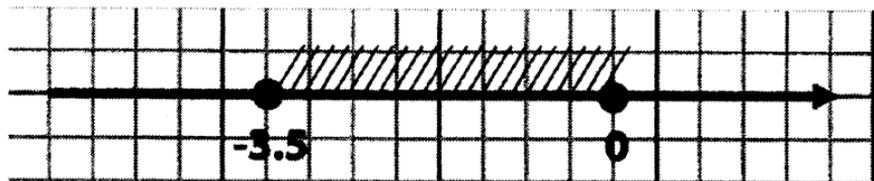
г)  $-3,5 \leq x \leq 0$ .

2. а) -7; -6.

б) -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0.

в) -1; 0; 1; 2; 3.

г) -4; -3; -2; -1; 1.



**3.** 1) а)  $1,5 < 3x < 3$ ;  $0,5 < x < 1$ .

б)  $-1 \leq 6x \leq 2x$ ;  $-\frac{1}{6} \leq x \leq \frac{1}{3}$ .

в)  $4 < -4x < 8$ ;  $-2 < x < -1$ .

2) а)  $0 < x + 1 < 3$ ;  $-1 < x < 2$ .

б)  $1 < 12 + x < 13$ ;  $-11 < x < 1$ .

в)  $-4 < 22 + x < -1$ ;  $-26 < x < -23$ .

3) а)  $-4 < 2x + 1 < 2$ ;  $-5 < 2x < 1$ ;  $-2,5 < x < 0,5$ .

б)  $-1 \leq 5 - 3x < 1$ ;  $-6 \leq -3x \leq -4$ ;  $1\frac{1}{3} \leq x \leq 2$ .

в)  $-4 < 1 - x < 5$ ;  $-5 < -x < 4$ ;  $-4 < x < 5$ .

4) а)  $-2 < \frac{x}{4} < 2$ ;  $-8 < x < 8$ . б)  $0 \leq \frac{x}{3} \leq 1$ ;  $0 \leq x \leq 3$ .

в)  $0,2 < \frac{x}{5} < 0,4$ ;  $1 < x < 2$ .

5) а)  $-2 < \frac{2x+1}{3} < 1$ ;  $-6 < 2x + 1 < 3$ ;  $-7 < 2x < 2$ ;  $-3,5 < x < 1$ .

б)  $1 \leq \frac{2+3x}{2} \leq 1,5$ ;  $2 \leq 2 + 3x \leq 3$ ;  $0 \leq 3x \leq 1$ ;  $0 \leq x \leq \frac{1}{3}$ .

в)  $2 < \frac{2-x}{5} < 4$ ;  $10 < 2 - x < 20$ ;  $8 < -x < 18$ ;  $-18 < x < -8$ .

**4.** а)  $-4 < 10 - 2x < 4$ ;  $-14 < -2x < -6$ ;  $3 < x < 7$ .

б)  $-1 \leq \frac{5x+1}{2} \leq 2$ ;  $-2 \leq 5x + 1 \leq 4$ ;  $-3 \leq 5x \leq 3$ ;  $-\frac{3}{5} \leq x \leq \frac{3}{5}$ .

**5.**  $0 < 1 + 4x < 17$ ;  $-1 < 4x < 16$ ;  $-\frac{1}{4} < x < 4$ .

Наименьшее целое число 0, наибольшее целое число 3.

**6.** а)  $\begin{cases} 3x - 2 < 0 \\ 1 < 5x < 5 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} 3x < 2 \\ \frac{1}{5} < x < 1 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} x < \frac{2}{3} \\ \frac{1}{5} < x < 1 \end{cases}$ ;

$\frac{1}{5} < x < \frac{2}{3}$ .

$$б) \begin{cases} 6x > 0 \\ -2 < x + 4 < 2 \end{cases} ; \begin{cases} x > 0 \\ -6 < x < -2 \end{cases}, \text{ нет решений.}$$

$$в) \begin{cases} 4 + 3x > 10 \\ -1 < -3x < 1 \end{cases} ; \begin{cases} 3x > 6 \\ -\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3} \end{cases} ; \begin{cases} x > 2 \\ -\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3} \end{cases},$$

нет решений.

$$\boxed{7.} \text{ а) } |a| < 3; -3 < a < 3.$$

$$б) |a + 12| < 5; -5 < a + 12 < 5; -17 < a < -7.$$

$$в) |4 - a| < 2; -2 < 4 - a < 2; -6 < -a < -2; 2 < a < 6.$$

$$г) |a - 5| > 2; \begin{cases} a - 5 > 2 \\ a - 5 < -2 \end{cases} ; \begin{cases} a > 7 \\ a < 3 \end{cases}, a < 3 \text{ и } a > 7.$$

### С-46. Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля.

$$\boxed{1.} \text{ а) Имеет два корня } 7 \text{ и } -7.$$

$$б) \text{ Имеет один корень } 0.$$

$$в) \text{ Не имеет корней.}$$

$$г) \text{ Имеет бесконечно много корней.}$$

$$\boxed{2.} \text{ 1) а) } |x| = 2, 6; x = \pm 2, 6.$$

$$б) |x| = 1, 5; x = \pm 1, 5.$$

$$в) |x| = -3, \text{ нет корней.}$$

$$2) \text{ а) } |x + 5| = 3; x + 5 = \pm 3; x = -2 \text{ и } x = -8.$$

$$б) |4 - x| = 2, 5; 4 - x = \pm 2, 5; x = 1, 5 \text{ и } x = 6, 5.$$

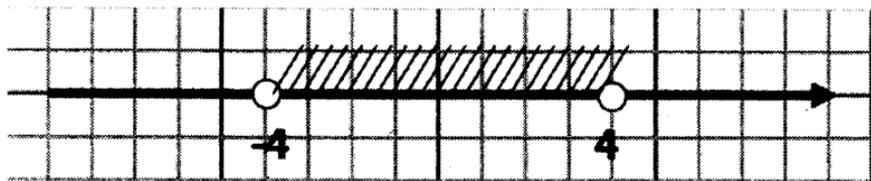
$$в) |x - 7| = 0; x - 7 = 0; x = 7.$$

$$3) \text{ а) } |3x - 5| = 7; 3x - 5 = \pm 7; x = 4 \text{ и } x = -\frac{2}{3}.$$

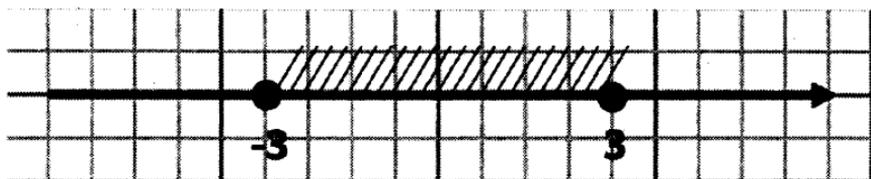
$$б) |5x + 1| = 4; 5x + 1 = \pm 4; x = -1 \text{ и } x = \frac{3}{5}.$$

$$в) |6 - 2x| = 8; 6 - 2x = \pm 8; 3 - x = \pm 4; x = -1 \text{ и } x = 7.$$

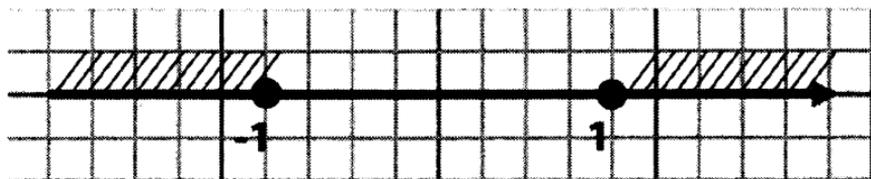
$$\boxed{3.} \text{ а) } |x| < 4; -4 < x < 4.$$



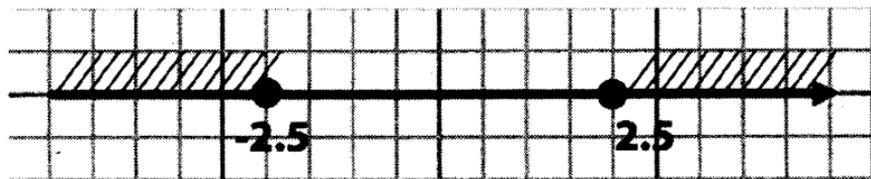
б)  $|x| \leq 3$ ;  $-3 \leq x \leq 3$ .



в)  $|x| > 1$ ;  $x > 1$  и  $x < -1$ .



г)  $|x| \geq 2,5$ ;  $x \geq 2,5$  и  $x \leq -2,5$ .



**4.** 1) а)  $|x| < 7$ ;  $-7 < x < 7$ .

б)  $|x| > 6$ ;  $x > 6$  и  $x < -6$ .

в)  $|x| \leq 10$ ;  $-10 \leq x \leq 10$ .

г)  $|x| \geq 4,5$ ;  $x \geq 4,5$  и  $x \leq -4,5$ .

2) а)  $|x + 5| > 2$ ;  $x + 5 > 2$  и  $x + 5 < -2$ ;  $x > -3$  и  $x < -7$ .

б)  $|x - 6| < 5$ ;  $-5 < x - 6 < 5$ ;  $1 < x < 11$ .

в)  $|2 + x| \geq 0,5$ ;  $2 + x \geq 0,5$  и  $2 + x \leq -0,5$ ;  $x \geq -1,5$  и  $x \leq -2,5$ .

г)  $|3 - x| \leq 1,5$ ;  $-1,5 \leq 3 - x \leq 1,5$ ;  $-4,5 \leq -x \leq -1,5$ ;  $1,5 < x < 4,5$ .

3) а)  $|6x - 1| < 2$ ;  $-2 < 6x - 1 < 2$ ;  $-1 < 6x < 3$ ;  $-\frac{1}{6} < x < \frac{1}{2}$ .

б)  $|3 + 5x| > 4$ ;  $3 + 5x > 4$  и  $3 + 5x < -4$ ;  $5x > 1$  и  $5x < -7$ ;  $x > \frac{1}{5}$  и  $x < -1\frac{2}{5}$ .

в)  $|2 - 2x| \leq 1$ ;  $-1 \leq 2 - 2x \leq 1$ ;  $-3 \leq -2x \leq -1$ ;  $-\frac{3}{2} \leq -x \leq -\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{2} \leq x \leq 1\frac{1}{2}$ .

г)  $|1 + 3x| \geq 2$ ;  $1 + 3x \geq 2$  и  $1 + 3x \leq -2$ ;  $3x \geq 1$  и  $3x \leq -3$ ;  $x \geq \frac{1}{3}$  и  $x \leq -1$ .

**5.** а)  $a > 0$ .

б)  $a < 0$ .

в)  $a < 0$ .

г)  $a > 0$ .

**6.** 1) а)  $b \leq 0$ .

б)  $b + 4 \geq 0$ ;  $b \geq -4$ .

в)  $5 - b \geq 0$ ;  $b \leq 5$ .

2) а)  $b > 0$ .

б)  $b + 8 < 0$ ;  $b < -8$ .

в)  $b - 6 > 0$ ;  $b > 6$ .

**7.** 1) а)  $\frac{|x-1|}{3} = 5$ ;  $|x - 1| = 15$ ;  $x - 1 = \pm 15$ ;  $x = 16$  и  $x = -14$ .

б)  $\frac{|2-x|}{4} = 3$ ;  $|2 - x| = 12$ ;  $2 - x = \pm 12$ ;  $x = -10$  и  $x = 14$ .

в)  $\frac{6}{|x-1|} = 2$ ;  $3 = |x - 1|$ ;  $x - 1 = \pm 3$ ;  $x = 4$  и  $x = -2$ .

2) а)  $|x + 4| = |x - 2|$ ;  $\begin{cases} x + 4 = x - 2 \\ x \leq -4 \quad x \geq 2 \end{cases}$  или

$\begin{cases} x + 4 = -(x - 2) \\ -4 < x < 2 \end{cases}$ ; первая система не имеет решений,

$$\begin{cases} x + 4 = 2 - x \\ -4 < x < 2 \end{cases}; \begin{cases} 2x = -2 \\ -4 < x < 2 \end{cases}; x = -1.$$

$$б) |6 - x| = |2 + x|;$$

$$\begin{cases} 6 - x = 2 + x \\ -2 \leq x \leq 6 \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} 6 - x = -(2 + x) \\ x < -2 \quad x > 6 \end{cases}; \text{ вторая система не имеет решений,}$$

$$\begin{cases} 2x = 4 \\ -2 \leq x \leq 6 \end{cases}, x = 2.$$

$$в) |3 - x| = |x|; \begin{cases} 3 - x = x \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 3 - x = -x \\ x < 0 \quad x > 3 \end{cases}; \text{ вто-}$$

$$\text{рая система не имеет решений, } \begin{cases} 2x = 3 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases},$$

$$x = 1,5.$$

$$\boxed{8.} |x + 2| = |x - 5|; \begin{cases} x + 2 = x - 5 \\ x \leq -2 \quad x \geq 5 \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} x + 2 = -(x - 5) \\ -2 < x < 5 \end{cases}, \text{ первая система не имеет решений,}$$

$$\begin{cases} 2x = 3 \\ -2 < x < 5 \end{cases}, x = 1,5; y = |x + 2| = |1,5 + 2| = 3,5.$$

$$\text{Ответ: } (1,5; 3,5).$$

$$\boxed{9.} а) |x| - 2x = 3; \begin{cases} x - 2x = 3 \\ x \geq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} -x - 2x = 3 \\ x < 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ x \geq 0 \end{cases} \text{ нет решений, или } \begin{cases} x = -1 \\ x < 0 \end{cases}, x = -1.$$

$$\text{Ответ: } x = -1.$$

$$б) |x - 1| + 5x = 5; \begin{cases} x - 1 + 5x = 5 \\ x \geq 1 \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} -x + 1 + 5x = 5 \\ x < 1 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ x \geq 1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = 1 \\ x < 1 \end{cases}; x = 1.$$

$$\text{Ответ: } x = 1.$$

$$\boxed{10.} а) |2x| > x + 3; \begin{cases} 2x > x + 3 \\ x \geq 0 \end{cases} \begin{cases} -2x \geq x + 3 \\ x < 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x > 3 \\ x \geq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x \leq -1 \\ x < 0 \end{cases}; \quad x > 3 \text{ и } x < -1.$$

$$\text{б) } |x-2|+x > 4; \quad \begin{cases} x-2+x > 4 \\ x \geq 2 \end{cases} \quad \begin{cases} -x+2+x > 4 \\ x < 2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x > 3 \\ x \geq 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2 > 4 \\ x < 2 \end{cases}; \quad x > 3.$$

$$\boxed{11.} \text{ а) } 3 < |x| < 5; \quad 3 < x < 5 \text{ и } -5 < x < -3.$$

$$\text{б) } 0 < |x| < 8; \quad 0 < x < 8 \text{ и } -8 < x < 0.$$

### С-47. Степень с целым показателем.

$$\boxed{1.} \text{ а) } \frac{1}{2^5} = 2^{-5}.$$

$$\text{б) } \frac{1}{10} = 10^{-1}.$$

$$\text{в) } \frac{1}{x^6} = x^{-6}.$$

$$\text{г) } \frac{1}{a} = a^{-1}.$$

$$\text{д) } \frac{1}{23^4} = 23^{-4}.$$

$$\boxed{2.} \text{ а) } 7^{-3} = \frac{1}{7^3}.$$

$$\text{б) } 2^{-1} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{в) } y^{-10} = \frac{1}{y^{10}}.$$

$$\text{г) } b^{-1} = \frac{1}{b}.$$

$$\text{д) } (3a)^{-4} = \frac{1}{(3a)^4}.$$

$$\boxed{3.} \text{ 1) а) } 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}.$$

$$\text{б) } (-5)^{-2} = \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{25}.$$

$$\text{в) } (-6)^{-1} = \frac{1}{-6} = -\frac{1}{6}.$$

$$\text{г) } -4 \cdot (-2)^{-3} = -4 \cdot \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{2) а) } \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3.$$

$$\text{б) } \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \frac{5^2}{2^2} = \frac{25}{4} = 6,25.$$

$$\text{в) } (-0,1)^{-4} = 10^4 = 10000.$$

$$\text{г) } \left(2\frac{1}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{7}{3}\right)^{-3} = \frac{3^3}{7^3} = \frac{27}{343}.$$

$$\text{3) а) } 8^{-1} + 6^{-2} = \frac{1}{8} + \frac{1}{36} = \frac{9}{72} + \frac{2}{72} = \frac{11}{72}.$$

$$\text{б) } 2, 4^{-1} + 5^0 = \frac{10}{24} + 1 = 1 \frac{5}{12}.$$

$$\text{в) } 1453 - 0,1^{-3} = 1453 - 10^3 = 1453 - 1000 = 453.$$

$$\text{г) } 18 - \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = 18 - 5^2 = 18 - 25 = -7.$$

$$\boxed{4.} \text{ 1) а) } 7m^{-6} = \frac{7}{m^6}.$$

$$\text{б) } 2(ab)^{-1} = \frac{2}{ab}.$$

$$\text{в) } 11(x+y)^{-3} = \frac{11}{(x+y)^3}.$$

$$\text{г) } 9a^3b^{-4}c^0 = \frac{9a^3}{b^4}.$$

$$2) \text{ а) } a^{-2} + b^{-1} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b} = \frac{b+a^2}{a^2b}.$$

$$\text{б) } x^0 + x^{-3} = 1 + \frac{1}{x^3} = \frac{x^3+1}{x^3}.$$

$$\text{в) } a + b^{-3} = a + \frac{1}{b^3} = \frac{ab^3+1}{b^3}.$$

$$\text{г) } xy^{-3} - x^{-1}y^2 = \frac{x}{y^3} - \frac{y^2}{x} = \frac{x^2-y^5}{xy^3}.$$

$$\boxed{5.} \text{ 1) а) } (1+a^{-3})(a+1)^{-2} = \left(1 + \frac{1}{a^3}\right) \cdot \frac{1}{(a+1)^2} = \frac{a^3+1}{a^3} \cdot$$

$$\frac{1}{(a+1)^2} = \frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^3(a+1)^2} = \frac{a^2-a+1}{a^3(a+1)}.$$

$$\text{б) } (x^{-2} - y^{-2}) : (x^{-1} - y^{-1}) = \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}\right) : \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) =$$

$$= \frac{y^2-x^2}{x^2y^2} : \frac{y-x}{xy} = \frac{(y-x)(y+x)}{x^2y^2} \cdot \frac{xy}{y-x} = \frac{y+x}{xy}.$$

$$2) \text{ а) } \left(\frac{a}{c}\right)^{-1} + \left(\frac{a}{c}\right)^{-3} = \frac{c}{a} + \frac{c^3}{a^3} = \frac{a^2c+c^3}{a^3}.$$

$$\text{б) } \left(\frac{1}{b^{-3}} + \frac{1}{c^{-3}}\right)(b+c)^{-1} = (b^3+c^3) \cdot \frac{1}{b+c} = b^2 - bc + c^2.$$

### С-48. Преобразование выражений, содержащих степени с целым показателем.

$$\boxed{1.} \text{ 1) а) } a^2 \cdot a^5 = a^7.$$

$$\text{б) } a^{-12} \cdot a^7 = a^{-5}.$$

$$\text{в) } a^6 \cdot a^{-2} = a^4.$$

$$\text{г) } a^{-9} \cdot a = a^{-8}.$$

$$\text{д) } a^3 \cdot a \cdot a^{-5} = a^4 \cdot a^{-5} = a^{-1}.$$

$$2) \text{ а) } x^3 : x^7 = x^3 \cdot x^{-7} = x^{-4}.$$

$$\text{б) } x^{-10} : x = x^{-11}.$$

$$\text{в) } x^8 : x^{-4} = x^{12}.$$

$$\Gamma) x^{-3} : x^4 = x^{-7}.$$

$$\Delta) x^{-2} : x^{-5} = x^3.$$

$$3) \text{ а) } (c^2)^3 = c^6.$$

$$\text{б) } (c^5)^{-5} = c^{-25}.$$

$$\text{в) } (c^{-3})^3 = c^{-9}.$$

$$\Gamma) (c^{-2})^{-4} = c^8.$$

$$\Delta) (c^{-6})^0 = 1.$$

$$4) \text{ а) } (xy)^{-3} = x^{-3}y^{-3}.$$

$$\text{б) } (xy^{-2})^{-5} = x^{-5}y^{10}.$$

$$\text{в) } (xyz)^{-2} = x^{-2}y^{-2}z^{-2}.$$

$$\Gamma) (x^{-4}y^3)^{-1} = x^4y^{-3}.$$

$$\Delta) (x^0y^{-1}z^{-3})^2 = y^{-2}z^{-6}.$$

$$5) \text{ а) } \left(\frac{a}{b}\right)^{-2} = a^{-2}b^2.$$

$$\text{б) } \left(\frac{a^2}{b}\right)^{-1} = a^{-2}b.$$

$$\text{в) } \left(\frac{a^{-3}}{b^{-1}}\right)^2 = a^{-6}b^2.$$

$$\Gamma) \left(\frac{a^0}{b^{-4}}\right)^{-5} = b^{-20}.$$

$$\Delta) \left(\frac{a^{-1}}{b^3c^{-2}}\right)^3 = a^{-3}b^{-9}c^6.$$

$$\boxed{2.} \text{ 1) а) } 3^7 \cdot 3^{-6} = 3.$$

$$\text{б) } 7^{-9} \cdot 7^8 = \frac{1}{7}.$$

$$\text{в) } \left(\frac{1}{5}\right)^{-7} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^6 = 5^7 \cdot \frac{1}{5^6} = 5.$$

$$\Gamma) \left(\frac{1}{4}\right)^{14} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-16} = \frac{1}{4^{14}} \cdot 4^{16} = 4^2 = 16.$$

$$2) \text{ а) } 2^5 : 2^6 = 2^{-1} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{б) } 5 : 5^{-2} = 5 \cdot 5^2 = 125.$$

$$\text{в) } 6^{-9} : 6^{-11} = 6^{-9} \cdot 6^{11} = 36.$$

$$\Gamma) \left(\frac{1}{7}\right)^{-3} : \left(\frac{1}{7}\right)^{-3} = 1.$$

$$3) \text{ а) } (3^2)^{-1} = 3^{-2} = \frac{1}{9}.$$

$$\text{б) } \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\right)^{-2} = (2^3)^{-2} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}.$$

$$\text{в) } (0, 1^{-2})^6 = 0, 1^{-12} = 10^{12}.$$

$$\Gamma) \left(\left(\frac{1}{6}\right)^{-2}\right)^0 = 1.$$

$$4) \text{ а) } -17 \cdot 34^{-1} = -\frac{17}{34} = -\frac{1}{2}.$$

$$6) -10 \cdot 2^{-3} = -\frac{10}{8} = -\frac{5}{4} = -1\frac{1}{4}.$$

$$B) \left(\frac{1}{8}\right)^{-2} - 0,01^{-1} = 8^2 - 100 = 64 - 100 = -36.$$

$$r) 6^{-2} + 24^{-1} = \frac{1}{36} + \frac{1}{24} = \frac{2}{72} + \frac{3}{72} = \frac{5}{72}.$$

$$5) a) 32 \cdot 2^{-6} = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}.$$

$$6) 27 \cdot (3^{-2})^2 = \frac{3^3}{3^4} = \frac{1}{3}.$$

$$B) 7^{-8} \cdot 7^9 : 49 = \frac{7}{49} = \frac{1}{7}.$$

$$r) 25^{-2} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-6} = 5^{-4} \cdot 5^6 = 25.$$

$$6) a) 81^{-2} \cdot 27^2 = 3^{-8} \cdot 3^6 = 3^{-2} = \frac{1}{9}.$$

$$6) 16^{-5} : 8^{-6} = (2^4)^{-5} \cdot (2^3)^6 = 2^{-20} \cdot 2^{18} = \frac{1}{4}.$$

$$B) \frac{(-6)^{-9} \cdot 6^{-7}}{6^{-15}} = -\frac{6^{15}}{6^{16}} = -\frac{1}{6}.$$

$$r) \frac{4^{-6} \cdot 16^{-5}}{8^{-10}} = \frac{2^{-12} \cdot 2^{-20}}{2^{-30}} = 2^{-2} = \frac{1}{4}.$$

$$\boxed{3.} \quad 1) a) 6x^{-5}y^7 \cdot 2,5x^7y^{-6} = 15x^2y.$$

$$6) 0,8a^{-6}b^4 \cdot 5a^{12}b^{-4} = 4a^6.$$

$$2) a) 3,2a^6b : (0,8a^3b^{-3}) = 4a^3b^4.$$

$$6) 3\frac{1}{2}m^{-8}n^{-7} : \left(-\frac{7}{8}m^{-5}n^{-7}\right) = \frac{7}{2}m^{-8}n^{-7} \cdot \left(-\frac{8}{7}m^5n^7\right) = -4m^{-3}.$$

$$3) a) \frac{13x^{-4}}{y^{-6}} \cdot \frac{y}{52x^{-5}} = \frac{1}{4}xy^7.$$

$$6) \frac{21a^{-4}}{10b^6} \cdot \frac{5b^{-6}}{7a^{-8}} = \frac{3}{2}a^4b^{-12}.$$

$$4) a) \left(\frac{9m^{-3}}{5n^{-1}}\right)^{-2} \cdot 81m^{-6}n^3 = \frac{25m^6}{81n^2} \cdot 81m^{-6}n^3 = 25n.$$

$$6) \left(\frac{2x^4}{y^9}\right)^{-3} \cdot (x^{-2}y)^{-6} = \frac{y^{27}}{8x^{12}} \cdot \frac{x^{12}}{y^6} = \frac{1}{8}y^{21}.$$

$$\boxed{4.} \quad a) \frac{14^n}{2^{n-2} \cdot 7^n} = \frac{2^n \cdot 7^n}{2^{n-2} \cdot 7^n} = 2^2 = 4.$$

$$6) \frac{36^{n+1}}{6^{2n+1}} = \frac{(6^2)^{n+1}}{6^{2n+1}} = \frac{6^{2n+2}}{6^{2n+1}} = 6.$$

$$B) \frac{x^{6n}y^{n+3}}{x^{2n}y^{n+4}} = \frac{x^{4n}}{y}.$$

$$r) \frac{a^{-2n}+a^n}{a^{-n}} = \frac{a^{-n}(a^{-n}+a^{2n})}{a^{-n}} = a^{-n} + a^{2n}.$$

$$d) \frac{6^{n+1}+6^{n+3}}{3^7} = \frac{6^{n+1}(1+6^2)}{3^7} = 6^{n+1}.$$

$$e) \frac{5^n+1}{5^{-n}+1} = \frac{5^n(1+5^{-n})}{5^{-n}+1} = 5^n.$$

$$\boxed{5.} \quad a) \frac{a^7+a^{13}}{a^{-3}+a^3} = \frac{a^{10}(a^{-3}+a^3)}{a^{-3}+a^3} = a^{10}.$$

$$6) \frac{x^4+2x^6+x^7}{2+x+x^{-2}} = \frac{x^6(x^{-2}+2+x)}{2+x+x^{-2}} = x^6.$$

### С-49. Стандартный вид числа.

1. а)  $100 \cdot 10^{-5} = 10^{-3}$ .

б)  $10^8 \cdot 10^{-6} = 10^2$ .

в)  $10^{-6} : 10^{-12} = 10^6$ .

г)  $(10^{-3})^5 = 10^{-15}$ .

2. 1) а)  $70000 = 7 \cdot 10^4$ .

б)  $240000 = 2,4 \cdot 10^5$ .

в)  $6050000 = 6,05 \cdot 10^6$ .

г)  $823 = 8,23 \cdot 10^2$ .

2) а)  $60,3 = 6,03 \cdot 10^1$ .

б)  $509,2 = 5,092 \cdot 10^2$ .

в)  $14200,5 = 1,42005 \cdot 10^4$ .

г)  $97,01 = 9,701 \cdot 10^1$ .

3) а)  $0,56 = 5,6 \cdot 10^{-1}$ .

б)  $0,00018 = 1,8 \cdot 10^{-4}$ .

в)  $0,000008 = 8 \cdot 10^{-6}$ .

г)  $0,0362 = 3,62 \cdot 10^{-2}$ .

4) а)  $28 \cdot 10^5 = 2,8 \cdot 10^6$ .

б)  $0,031 \cdot 10^6 = 3,1 \cdot 10^4$ .

в)  $0,031 \cdot 10^6 = 3,1 \cdot 10^4$ .

г)  $0,0077 \cdot 10^{-2} = 7,7 \cdot 10^{-5}$ .

3. 1) а)  $(2,8 \cdot 10^5) \cdot (2,5 \cdot 10^{-7}) = 7 \cdot 10^{-2}$ .

б)  $(1,5 \cdot 10^{-3}) \cdot (9,2 \cdot 10^{-4}) = 13,8 \cdot 10^{-7} = 1,38 \cdot 10^{-6}$ .

2) а)  $(5,7 \cdot 10^4) : (3,8 \cdot 10^{-3}) = 1,5 \cdot 10^7$ .

б)  $(1,56 \cdot 10^{-2}) : (2,6 \cdot 10^{-6}) = 0,6 \cdot 10^4 = 6 \cdot 10^3$ .

3) а)  $6,2 \cdot 10^{-2} + 4,8 \cdot 10^{-2} = 11 \cdot 10^{-2} = 1,1 \cdot 10^{-1}$ .

б)  $5,1 \cdot 10^5 + 2,9 \cdot 10^6 = 5,1 \cdot 10^5 + 29 \cdot 10^5 = 34,1 \cdot 10^5 = 3,41 \cdot 10^6$ .

4. а)  $3,7 \cdot 10^5 > 2,95 \cdot 10^5$ .

б)  $1,1 \cdot 10^{-7} < 3 \cdot 10^{-7}$ .

в)  $4,9 \cdot 10^8 > 9,7 \cdot 10^7$ .

г)  $7,3 \cdot 10^{-6} < 5,2 \cdot 10^{-5}$ .

5. а)  $-11$ .

б)  $-17$ .

в)  $-3$ .

г)  $10$ .

6. а)  $-3$  или  $-2$ .

б)  $19$  или  $18$ .

в)  $8$ .

**С-50. Запись приближенных значений.**

1. а)  $\Delta = 0,3$ ;  $\Delta = \frac{0,3}{15} = 0,02$ .

б)  $\Delta = 0,05$ ;

$\Delta = \frac{0,05}{2,5} = 0,02$ .

в)  $\Delta = 4$ ;  $\Delta = \frac{4}{500} = 0,008$ .

г)  $\Delta = 0,0018$ ;  $\Delta = \frac{0,0018}{0,36} = 0,005$ .

2. 1) а)  $45 \leq y \leq 47$ .

б)  $374 \leq y \leq 394$ .

в)  $1710 \leq y \leq 1780$ .

2) а)  $8,8 \leq y \leq 9$ .

б)  $17,3 \leq y \leq 18,3$ .

в)  $17,9 \leq y \leq 23,3$ .

3) а)  $10,53 \leq y \leq 10,83$ .

б)  $0,055 \leq y \leq 0,063$ .

в)  $0,0616 \leq y \leq 0,0806$ .

3. 1) а)  $\Delta \leq 0,5$ .

б)  $\Delta \leq 0,05$ .

в)  $\Delta \leq 0,0005$ .

г)  $\Delta \leq 0,00005$ .

2) а)  $\Delta \leq 0,00005$ .

б)  $\Delta \leq 0,005$ .

в)  $\Delta \leq 0,05$ .

г)  $\Delta \leq 0,0005$ .

- 4.** а) до 1.  
 б) до 0,001.  
 в) до 0,1.  
 г) до 0,01.  
 д) до 0,01.  
 е) до 0,001.

- 5.** а)  $\Delta \leq 50$ .  
 б)  $\Delta \leq 500000$ .  
 в)  $\Delta \leq 0,000000005$ .  
 г)  $\Delta \leq 0,00005$ .

- 6.** а)  $\Delta \leq \frac{0,05}{4,8} = \frac{5}{480} = \frac{1}{96}$ .  
 б)  $\Delta \leq \frac{0,05}{7,1} = \frac{5}{710} = \frac{1}{142}$ .  
 в)  $\Delta \leq \frac{0,005}{1,356} = \frac{5}{13560} = \frac{1}{2712}$ .  
 г)  $\Delta \leq \frac{0,005}{5,9} = \frac{5}{5900} = \frac{1}{1180}$ .

- 7.** Для колибри:  $\Delta = 0,05 \cdot 10^{-3} = 0,00005$ ;  $\Delta = \frac{0,05 \cdot 10^{-3}}{1,7 \cdot 10^{-3}} = \frac{5}{170} = \frac{1}{34}$ . Для кита:  $\Delta = 0,005 \cdot 10^5 = 500$ ;  
 $\Delta = \frac{0,005 \cdot 10^5}{1,45 \cdot 10^5} = \frac{5}{1450} = \frac{1}{290}$ . Относительная точность приближения для кита точнее.

### С-51. Элементы статистики.

**1.**

Номер пакета	1	2	3	4	5	6	7	8
Число сорных семян	3	1	0	3	2	2	1	0
Номер пакета	9	10	11	12	13	14	15	
Число сорных семян	1	3	2	1	0	0	2	

$$\boxed{2.} \quad \frac{1+2+3 \cdot 17+4 \cdot 20+5 \cdot 11}{1+1+17+20+11} = \frac{3+51+80+55}{50} = \frac{189}{50} = 3,78.$$

$\boxed{3.}$

$\boxed{4.}$

$$\boxed{5.} \quad \text{Пусть стёртое число это } x, \text{ тогда } \frac{10+2 \cdot 12+3 \cdot 18+4 \cdot x+5 \cdot 2}{10+12+18+x+2} =$$
$$= 2,6; \quad \frac{10+24+54+4x+10}{42+x} = 2,6; \quad 98 + 4x = 109,2 +$$
$$+ 2,6x; \quad 1,4x = 11,2; \quad x = 8.$$

**С-52. Понятие функции. График функции (повторение).**

**1.**  $y(-5) = (-5)^3 - 5 \cdot (-5) = -125 + 25 = -100$ ;  $y(-1) = (-1)^3 - 5 \cdot (-1) = -1 + 5 = 4$ ;  $y(0) = 0^3 - 5 \cdot 0 = 0$ ;  $y\left(\frac{1}{5}\right) = \left(\frac{1}{5}\right)^3 - 5 \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{125} - 1 = -\frac{124}{125}$ ;  $y(5) = 5^3 - 5 \cdot 5 = 125 - 25 = 100$ .

**2.**  $y = (3x - 5)(x + 2)$ ;  $y = 3x^2 + x - 10 = 0$ .

1) а)  $y(-5) = (-15 - 5)(-5 + 2) = -20 \cdot (-3) = 60$ .

б)  $y(-2,5) = (-7,5 - 5)(-2,5 + 2) = -12,5 \cdot (-0,5) = 6,25$ .

в)  $y(0) = -5 \cdot 2 = -10$ .

г)  $y(4) = (12 - 5)(4 + 2) = 7 \cdot 6 = 42$ .

2) а)  $y = -10$ ;  $3x^2 + x - 10 = -10$ ;  $3x^2 + x = 0$ ;  $x(3x + 1) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = -\frac{1}{3}$ .

б)  $y = -6$ ;  $3x^2 + x - 6 = -10$ ;  $3x^2 + x - 4 = 0$ ;  $D = 1 + 4 \cdot 3 \cdot 4 = 49$ ;  $x = \frac{-1 \pm 7}{6}$ ;  $x = 1$  и  $x = -\frac{8}{6} = -1\frac{1}{3}$ .

в)  $y = 0$ ;  $3x^2 + x - 10 = 0$ ;  $D = 1 + 4 \cdot 3 \cdot 10 = 121$ ;  $x = \frac{-1 \pm 11}{6}$ ;  $x = -2$  и  $x = \frac{10}{6} = 1\frac{2}{3}$ .

г)  $y = 4$ ;  $3x^2 + x - 10 = 4$ ;  $3x^2 + x - 14 = 0$ ;  $D = 1 + 4 \cdot 3 \cdot 14 = 169$ ;  $x = \frac{-1 \pm 13}{6}$ ;  $x = 2$  и  $x = -\frac{14}{6} = -2\frac{1}{3}$ .

**3.**  $P(x) = 2(x + 3x) = 8x()$ ;  $S(x) = 3x \cdot x = 3x^2(2)$ .  
 $P(12) = 8 \cdot 12 = 96()$ ,  $S(12) = 3 \cdot 12^2 = 432(2)$ .

**4.**

1) 

$x$	-4	-1	0	1	2	$2\frac{1}{2}$	6
$y = 8x - 5$	-37	-13	-5	3	11	15	43

2) 

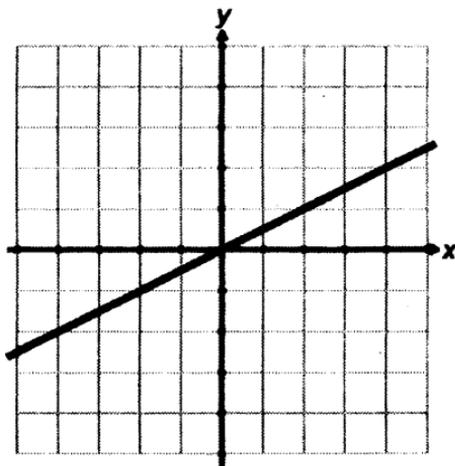
$x$	-4	-3	0	1	2	4
$y = \frac{x-2}{x+5}$	-6	-2,5	-0,4	$-\frac{1}{6}$	0	$\frac{2}{9}$

**5.** а)  $y(-2) = -3$ ;  $y\left(-\frac{1}{2}\right) = 1$ ;  $y(1) = 2,5$ ;  $y(5) = -1$ .

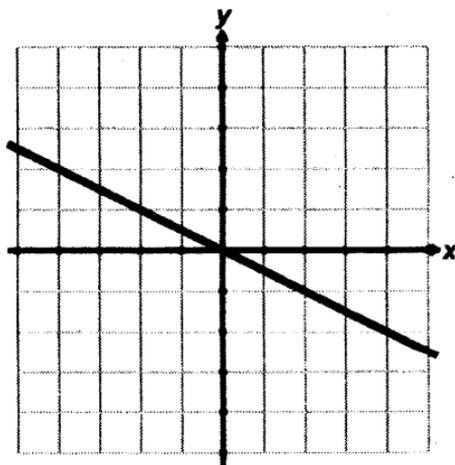
б)  $y = -1$  при  $x = -1,5$  и  $x = 5$ ;  $y = 0$  при  $x = -1$ ,  $x = 4$  и  $x = 6$ ;  $y = 2$  при  $x = 0,5$ ,  $x = 3$  и  $x = 8$ .

в)  $y > 0$  при  $-1 < x < 4$  и  $6 < x \leq 8$ . г)  $y < 0$  при  $-2 \leq x < -1$  и  $4 < x < 6$ .

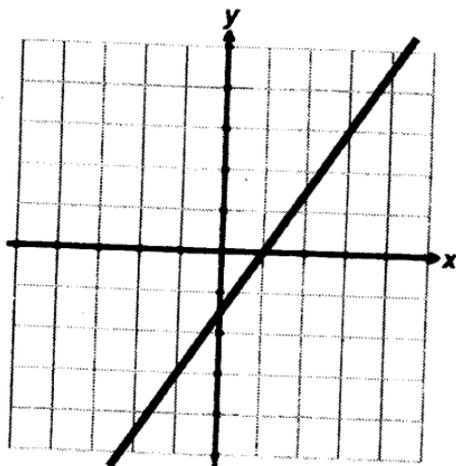
6. а)  $y = \frac{1}{2}x$ .



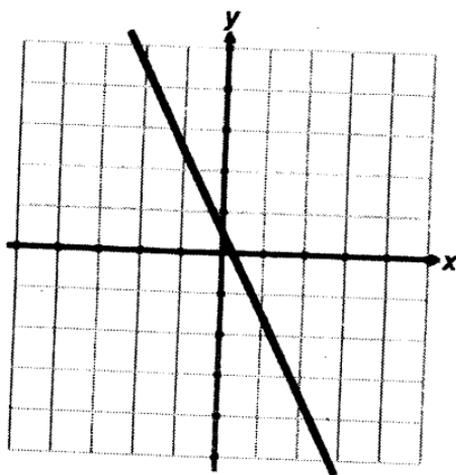
б)  $y = -\frac{1}{2}x$ .



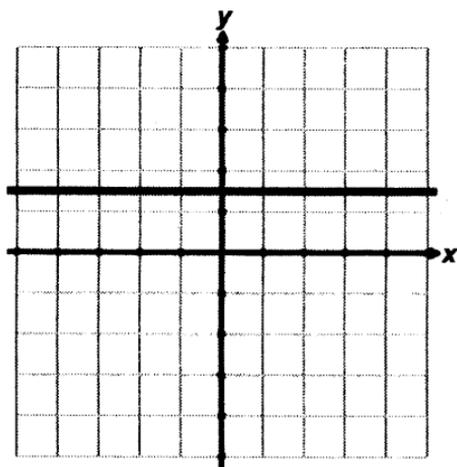
в)  $y = 1,5x - 3$ .



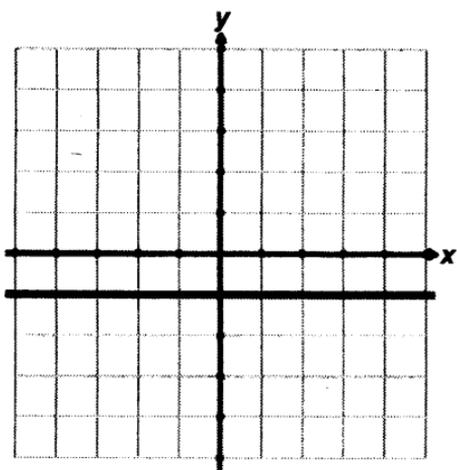
г)  $y = -2x + 1$ .



д)  $y = 3$ .



e)  $y = -2$ .



**7.**  $y = 40x - 75$ ;  $40 \cdot 2 - 75 = 5$ ,  $A(2; 5)$  – принадлежит графику функции.  $40 \cdot (-3) - 75 = -195$ ,  $B(-3; -195)$  – принадлежит графику функции.  $40 \cdot \frac{1}{8} - 75 = 5 - 75 = -70$ ,  $C(\frac{1}{8}; 70)$  – не принадлежит графику функции.

**8.**  $3x - 1 = -7x + 19$ ;  $10x = 20$ ;  $x = 2$ ;  $y = 3x - 1 =$

$= 6 - 1 = 5$ ; графики функций  $y = 3x - 1$  и  $y = -7x + 19$  пересекаются в точке  $(2; 5)$ .  $0,5 \cdot 2 + 4 = 5$  точка  $(2; 5)$  принадлежит графику функции  $y = 0,5x + 4$ , значит графики функций  $y = 3x - 1$ ,  $y = -7x + 19$  и  $y = 0,5x + 4$  переходят через одну точку.

$$\boxed{9.} \begin{cases} 7 = 3k + b \\ -3 = -2k + b \end{cases} ; \begin{cases} b = 7 - 3k \\ 5k = 10 \end{cases} ; \begin{cases} k = 2 \\ b = 1 \end{cases} .$$

**10.**  $y = kx + b$ ;  $k = 15$ , так как прямая параллельна прямой  $y = 15x - 23$ ;  $10 = 15 \cdot \frac{1}{3} + b$ ;  $10 = 5 + b$ ;  $b = 5$ ;  $y = 15x + 5$ .

### С-53. Определение квадратичной функции.

**1.**  $y = -8$  при  $x^2 - 2x - 8 = -8$ ,  $x^2 - 2x = 0$ ,  $x = 0$  и  $x = 2$ ;  $y = -5$  при  $x^2 - 2x - 8 = -5$ ,  $x^2 - 2x - 3 = 0$ ,  $x = -1$  и  $x = 3$ ;  $y = 0$  при  $x^2 - 2x - 8 = 0$ ,  $x = -2$  и  $x = 4$ ;  $y = 7$  при  $x^2 - 2x - 8 = 7$ ;  $x^2 - 2x - 15 = 0$ ,  $x = -3$  и  $x = 5$ .

**2.** а)  $-3; 5$ .

б)  $-3; 0$ .

в)  $-\sqrt{5}$ .

г)  $0, 5; 5$ .

**3.** а)  $x^2 - 12x + 32 = 0$ ;  $D = 144 - 4 \cdot 32 = 16$ ;  $x = \frac{12 \pm 4}{2} = 6 \pm 2$ ;  $x = 8$  и  $x = 4$ .

б)  $x^2 - 9 = 0$ ;  $x = \pm 3$ .

в)  $6x^2 + x - 1 = 0$ ;  $D = 1 + 24 = 25$ ;  $x = \frac{-1 \pm 5}{12}$ ;  $x = -\frac{1}{2}$  и  $x = \frac{1}{3}$ .

г)  $3x^2 - 4x + 2 = 0$ ;  $D = 16 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 16 - 24 < 0$  нет решений.

**4.**  $p = -(x_1 + x_2)$ ;  $q = x_1 x_2$ . а)  $p = -8$ ;  $q = 15$ .

б)  $p = 2$ ;  $q = 0$ .

в)  $p = 0$ ;  $q = -7$ .

г)  $p = -6$ ;  $q = 9 - 2 = 7$ .

5. а)  $x^2 - 7x + 9 = -2x + 3$ ;  $x^2 - 5x + 6 = 0$ ;  $x = 2$  и  $x = 3$ ;  $(2; -1)$  и  $(3; -3)$ .

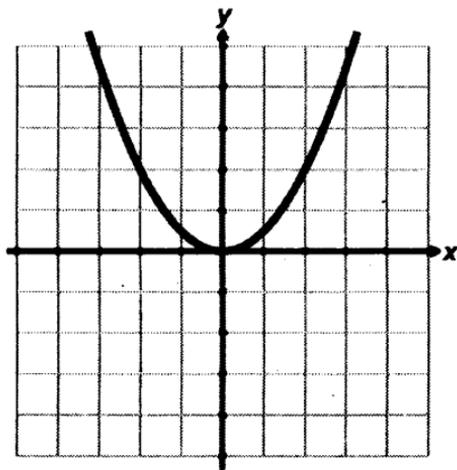
б)  $2x^2 - 8x + 13 = 4x - 3$ ;  $2x^2 - 12x + 16$ ;  $x^2 - 6x + 8 = 0$ ;  $x = 2$  и  $x = 4$ ;  $(2; 5)$  и  $(4; 13)$ .

в)  $3x^2 - x - 1 = 5x + 6$ ;  $3x^2 - 6x - 7 = 0$ ;  $D = 36 + 4 \cdot 3 \cdot 7 = 120$ ;  $x = \frac{6 \pm 2\sqrt{30}}{6} = 1 \pm \frac{\sqrt{30}}{3}$ ;  $(1 + \frac{\sqrt{30}}{3}; 11 + \frac{5\sqrt{30}}{3})$  и  $(1 - \frac{\sqrt{30}}{3}; 11 - \frac{5\sqrt{30}}{3})$ .

г)  $x^2 - 3x - 7 = 5x - 27$ ;  $x^2 - 8x + 20 = 0$ ;  $D = 64 - 4 \cdot 20 < 0$  нет решений.

### С-54. Функция $y = ax^2$ .

1.  $y = 1,5x^2$



1) а)  $y = 1,5x^2$ .

б)  $y = 1,5x^2$ .

2) а)  $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$ .

б)  $x < -2$  и  $x > 2$ .

в)  $x$  - любое.

г) нет решений.

**2.**  $y = 5x^2$ .  $A(-8; 320)$  – принадлежит графику функции;  $B(3; 45)$  – принадлежит графику функции;  $C(-5; -125)$  – не принадлежит графику функции.

**3.** а)  $8x^2 = 2x + 1$ ;  $8x^2 - 2x - 1 = 0$ ;  $D = 4 + 4 \cdot 8 = 36$ ;  $x = \frac{2 \pm 6}{16}$ ;  $x = \frac{1}{2}$  и  $x = -\frac{1}{4}$ ;  $(\frac{1}{2}; 2)$  и  $(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2})$ .

б)  $8x^2 = 16x$ ;  $8x(x - 2) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = 2$ ;  $(0; 0)$  и  $(2; 32)$ .

в)  $8x^2 = 32$ ;  $x^2 = 4$ ;  $x = \pm 2$ ;  $(2; 32)$  и  $(-2; 32)$ .

г)  $8x^2 = 0$ ;  $x = 0$ ;  $(0; 0)$ .

**4.** а) возрастающая.

б) убывающая.

в) не является ни возрастающей, ни убывающей.

г) не является ни возрастающей, ни убывающей.

**5.**  $y_{\max} = 4$ ;  $y_{\min} = 0$ .

### **С-55. График функции $y = ax^2 + bx + c$ .**

**1.** 1) а)  $(4; 5)$ .

б)  $(-7; -9)$ .

в)  $(0; 12)$ . г)  $(1; 0)$ .

2) а)  $y = x^2 - 6x + 8$ ;  $y = (x - 3)^2 - 1$ ;  $(3; -1)$ .

б)  $(0; 4)$ .

в)  $y = -2x^2 + x + 10$ ;  $y = -2(x - \frac{1}{4})^2 + \frac{81}{8}$ ;  $(\frac{1}{8}; 10\frac{1}{8})$ .

г)  $y = 4x^2 - 8x$ ;  $y = 4(x - 1)^2 - 4$ ;  $(1; -4)$ .

**2.** а) С осью ординат:  $(0; 6)$ . С осью абсцисс:  $x^2 - 5x + 6 = 0$ ;  $x = 2$  и  $x = 3$ ;  $(2; 0)$  и  $(3; 0)$ .

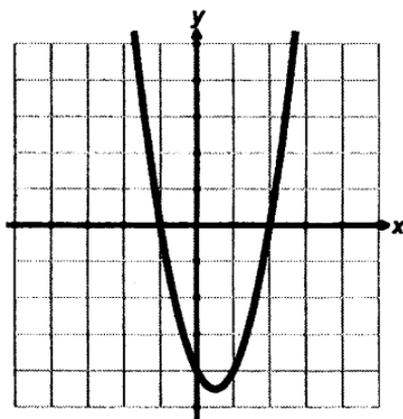
б) С осью ординат:  $(0; 12)$ . С осью абсцисс:  $-2x^2 - 5x + 12 = 0$ ;  $x = -4$  и  $x = 1\frac{1}{2}$ ;  $(-4; 0)$  и  $(1\frac{1}{2}; 0)$ .

в) С осью ординат:  $(0; 0)$ . С осью абсцисс:  $x^2 - 4x = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = 4$ ;  $(0; 0)$  и  $(4; 0)$ .

г) С осью ординат:  $(0; 12)$ . С осью абсцисс:  $-3x^2 + 12 = 0$ .

$$= 0; \quad x^2 = 4; \quad x = \pm 2; \quad (2; 0) \text{ и } (-2; 0).$$

$$\boxed{3.} \quad y = x^2 - 2x - 8.$$



а)  $y(-2, 5) = -2, 75; \quad y(1, 5) = -8, 75; \quad y(3) = -5.$

б)  $y = 7$  при  $x = -3$  и  $x = 5.$

в)  $y = 0$  при  $x = -2$  и  $x = 4; \quad y < 0$  при  $-2 < x < 4;$   
 $y > 0$  при  $x < -2$  и  $x > 4.$

г)  $y$  убывает при  $x \leq 1.$   $y$  возрастает при  $x \geq 1.$

д) Функция принимает наименьшее значение при  $x = 1.$

$$\boxed{4.} \quad y = x^2 - 11x + 24; \quad A(2; 6) \text{ принадлежит; } B(-1; 36) \text{ принадлежит; } C(-23; -278) \text{ не принадлежит.}$$

$$\boxed{5.} \quad y = 25x^2 - 30x + 8; \quad y = (5x - 3)^2 - 1; \text{ наименьшее значение функции } y = -1 \text{ при } 5x - 3 = 0; \quad x = \frac{3}{5}.$$

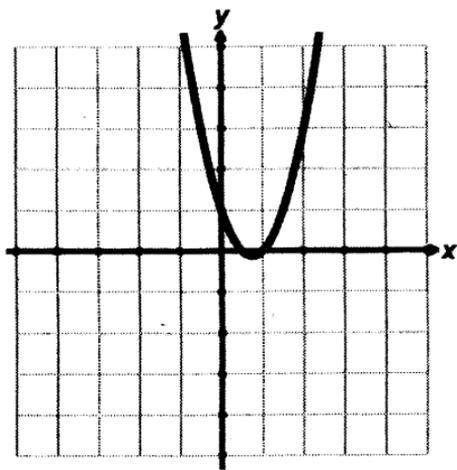
$$\boxed{6.} \quad \begin{cases} -5 = 4 + 2p + q \\ 16 = 1 - p + q \end{cases}; \quad \begin{cases} 2p + q = -9 \\ q - p = 15 \end{cases} \quad \begin{cases} 3p = -24 \\ q = 15 + p \end{cases};$$

$$\begin{cases} p = -8 \\ q = 7 \end{cases}$$

### С-56. Решение квадратных неравенств.

$$\boxed{1.} \quad \text{а) } -3; 0; 2. \quad \text{б) } -3; 2. \quad \text{в) } 0.$$

**2.**  $y = x^2 - 3x + 2$ .



- а)  $x^2 - 3x + 2 > 0$ ,  $y > 0$  при  $x < 1$  и  $x > 2$ .  
 б)  $x^2 - 3x + 2 < 0$ ,  $y < 0$  при  $1 < x < 2$ .

**3.** а)  $y > 0$  при  $x < -1$  и  $x > \frac{1}{3}$ .

б)  $x^2 - 4 < 0$ ,  $y < 0$  при  $-2 < x < 2$ .

в)  $x^2 + 4 > 0$ ;  $y > 0$  при любом  $x$ .

**4.** 1) а)  $x^2 - 49 > 0$ ,  $x^2 > 49$ ;  $x < -7$  и  $x > 7$ .

б)  $x^2 - 25 < 0$ ;  $x^2 < 25$ ;  $-5 < x < 5$ .

в)  $x^2 + 6 < 0$ ;  $x^2 < -6$  нет решений.

г)  $x^2 + 12 > 0$ ;  $x^2 > -12$  при любом  $x$ .

2) а)  $x^2 - 3x > 0$ ;  $x(x - 3) > 0$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x - 3 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0 \\ x - 3 < 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > 0 \\ x > 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0 \\ x < 3 \end{cases},$$

$x > 3$  или  $x < 0$ .

б)  $x^2 + 6x < 0$ ;  $x(x + 6) < 0$ ;

$$\begin{cases} x > 0 \\ x + 6 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0 \\ x + 6 > 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > 0 \\ x < -6 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0 \\ x > -6 \end{cases};$$

$-6 < x < 0$ .

в)  $x^2 + 0,5x > 0$ ;  $x(x + 0,5) > 0$ ;

$$\begin{cases} x > 0 \\ x + 0,5 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0 \\ x + 0,5 < 0 \end{cases}; \quad x > 0 \quad x < -0,5.$$

$$\text{г) } x^2 - 1,6x < 0; \quad x(x - 1,6) < 0;$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x - 1,6 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0 \\ x + 1,6 > 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x < 1,6 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0 \\ x > 1,6 \end{cases}; \quad 0 < x < 1,6.$$

$$\text{3) а) } x^2 - 6x + 7 > 0; \quad (x - 3)^2 - 2 > 0; \quad (x - 3)^2 > 2; \quad x - 3 < -\sqrt{2} \text{ и } x - 3 > \sqrt{2}; \quad x > 3 + \sqrt{2} \text{ и } x < 3 - \sqrt{2}.$$

$$\text{б) } 2x^2 - x - 6 > 0; \quad 2(x - \frac{1}{4})^2 - 6\frac{1}{8} > 0; \quad (x - \frac{1}{4})^2 > \frac{49}{16}; \quad x - \frac{1}{4} < -\frac{7}{4} \text{ и } x - \frac{1}{4} > \frac{7}{4}; \quad x < -1\frac{1}{2} \quad x > 2.$$

$$\text{в) } x^2 + 4x + 11 < 0; \quad (x + 2)^2 + 7 < 0 \text{ нет решений.}$$

$$\text{г) } 2x^2 - 4x + 1 > 0; \quad 2(x - 1)^2 - 1 > 0; \quad (x - 1)^2 > \frac{1}{2}; \quad x - 1 < -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad x - 1 > \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad x < 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \quad x > 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{д) } 4x^2 - 12x + 9 > 0; \quad 4(x - \frac{3}{2})^2 > 0; \quad x \neq \frac{3}{2}. \text{ е) } 25x^2 - 40x + 16 < 0; \quad (5x - 4)^2 < 0 \text{ нет решений.}$$

$$\boxed{5.} \text{ а) } x^2 > 25; \quad x < -5 \quad x > 5.$$

$$\text{б) } 0,5x^2 \leq 32; \quad x^2 \leq 64; \quad -8 < x < 8.$$

$$\text{в) } 0,3x^2 < 0,6x; \quad 0,3x(x - 2) < 0; \quad \begin{cases} x > 0 \\ x - 2 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases}; \quad 0 < x < 2. \text{ г) } \frac{1}{3}x^2 > x; \quad \frac{1}{3}x(x - 3) >$$

$$> 0; \quad \begin{cases} x > 0 \\ x - 3 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0 \\ x - 3 < 0 \end{cases}; \quad x > 3 \quad x < 0.$$

$$\boxed{6.} \text{ а) } (3x - 2)^2 > 3x(x - \frac{1}{2}); \quad 6x^2 - 10,5x + 4 > 0;$$

$$6(x - \frac{21}{24})^2 - \frac{19}{32} > 0; \quad (x - \frac{7}{8})^2 > \frac{19}{192};$$

$$x - \frac{7}{8} < -\frac{\sqrt{19}}{8\sqrt{3}} \quad x - \frac{7}{8} > \frac{\sqrt{19}}{8\sqrt{3}}; \quad x < \frac{7}{8} - \frac{\sqrt{19}}{8\sqrt{3}} \quad x > \frac{7}{8} + \frac{\sqrt{19}}{8\sqrt{3}}.$$

$$\text{б) } (x + 2)^2 > 2x(x + 3) + 5; \quad x^2 + 2x + 1 < 0; \quad (x + 1)^2 > 0 \text{ нет решений.}$$

$$\text{в) } \frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} - 12 < 0; \quad x^2 + 2x - 48 < 0; \quad (x + 8)(x - 6) <$$

$$< 0; \quad \begin{cases} x - 6 > 0 \\ x + 8 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 6 < 0 \\ x + 8 > 0 \end{cases}; \quad -8 < x < 6.$$

$$\text{г) } \frac{x^2}{5} + \frac{2x}{3} > \frac{8}{15}; \quad 3x^2 + 10x - 8 > 0; \quad (x + 4)(3x - 2) > 0;$$

$$> 0; \quad \begin{cases} x + 4 > 0 \\ 3x - 2 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 4 < 0 \\ 3x - 2 < 0 \end{cases}, \quad x > \frac{2}{3} \quad x < -4.$$

$$\boxed{7.} \text{ а) } \begin{cases} x^2 + 7x - 8 < 0 \\ x > 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} (x + 8)(x - 1) < 0 \\ x > 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x - 1 < 0 \\ x > 0 \end{cases}; \quad 0 < x < 1.$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x^2 + 5x - 3 > 0 \\ 2x - 6 > 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} (2x - 1)(x + 3) > 0 \\ x > 3 \end{cases}; \quad x > 3.$$

$$\text{в) } \begin{cases} x^2 - 12x < 0 \\ 3x - 15 > 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} x(x - 12) < 0 \\ x > 5 \end{cases}; \quad \begin{cases} x - 12 < 0 \\ x > 5 \end{cases};$$

$$5 < x < 12.$$

$$\boxed{8.} \text{ а) При } x^2 - 7x + 6 \geq 0; \quad (x - 1)(x - 6) \geq 0;$$

$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x - 6 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 1 \leq 0 \\ x - 6 \leq 0 \end{cases}; \quad x \geq 6 \quad x \leq 1.$$

$$\text{б) При } 3x^2 - 12x > 0; \quad 3x(x - 4) > 0;$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x - 4 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0 \\ x - 4 < 0 \end{cases}; \quad x > 4 \quad x < 0.$$

$$\text{в) При } \begin{cases} x^2 - 25 \geq 0 \\ x - 3 \geq 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} x < -5, & x \geq 5 \\ x \geq 3 \end{cases}, \quad x \geq 5.$$

### С-57. Метод интервалов.

$$\boxed{1.} \text{ 1) а) } (x - 9)(x - 1) > 0 \quad x < 1 \quad x > 9.$$

$$\text{б) } (x + 8)(x - 10) < 0; \quad -8 < x < 10.$$

$$\text{в) } (x + 6)(x + 5,5) < 0; \quad -6 < x < 5,5.$$

$$\text{г) } (x - \frac{1}{3})(x - \frac{1}{7}) > 0; \quad x < \frac{1}{7} \quad x > \frac{1}{3}.$$

$$\text{2) а) } (x - 2)(x - 6)(x - 11) > 0; \quad 2 < x < 6 \quad x > 11.$$

$$\text{б) } (x - 18)(x + 16)(x + 15) < 0; \quad x < -16 \quad -15 < x < 18.$$

$$\text{в) } x(x - 1)(x + 1,5) < 0; \quad x < -1,5 \quad 0 < x < 1.$$

$$\text{3) а) } (x - 5)(x^2 - 9) > 0; \quad (x - 5)(x - 3)(x + 3) > 0; \quad -$$

$$-3 < x < 3 \quad x > 5.$$

$$\text{б) } (x^2 - 25)(x + 11) < 0; \quad (x - 5)(x + 5)(x + 11) < 0; \\ x < -11 \quad -5 < x < 5.$$

$$\text{в) } x^3 - 16x > 0; \quad x(x - 4)(x + 4) > 0; \quad -4 < x < 0 \quad x > 4.$$

$$\text{г) } x^3 - 0,25x < 0; \quad x(x - 0,5)(x + 0,5) < 0; \quad x < -0,5 \quad 0 < x < 0,5.$$

$$4) \text{ а) } (x^2 + 8)(x - 4)(x - 2) < 0; \quad 2 < x < 4.$$

$$\text{б) } (x + 14)(x + 12)(x^2 + 49) > 0; \quad x < -14 \quad x > -12.$$

$$\text{в) } (x - 4)(x + 11)(x - 7)^2 > 0; \quad x < -11, \quad 4 < x < 7 \quad x > 7.$$

$$\text{г) } (x - 5)^2(x - 12)(x + 11) < 0; \quad -11 < x < 5 \quad 5 < x < 12.$$

$$\boxed{2.} \text{ а) При } (x + 2)(x - 1,1)(x - 1,5) > 0; \quad -2 < x < 1,1 \quad x > 1,5.$$

$$\text{б) } (x^2 + 7)(x + 18)(x + 20) > 0; \quad x < -20 \quad x > -18.$$

$$\boxed{3.} \text{ 1) а) } \frac{x+10}{x-11} < 0; \quad -10 < x < 11.$$

$$\text{б) } \frac{x-8}{x+8} > 0; \quad x < -8 \quad x > 8.$$

$$\text{в) } \frac{x+4}{x+6} < 0; \quad -6 < x < -4.$$

$$\text{г) } \frac{x-12}{x-16} > 0; \quad x < 12 \quad x > 16.$$

$$2) \text{ а) } \frac{(x-6)(x+12)}{x-5} < 0; \quad x < -12 \quad 5 < x < 6.$$

$$\text{б) } \frac{(x-4)(x-10)}{x+12} > 0; \quad -12 < x < 4 \quad x > 10.$$

$$\text{в) } \frac{(x+1,5)(x-2)}{x-3} < 0; \quad x < -1,5 \quad 2 < x < 3.$$

$$\boxed{4.} \text{ 1) а) } (x^2 - 9x + 14)(x - 4) > 0;$$

$$(x - 2)(x - 7)(x - 4) > 0; \quad 2 < x < 4, \quad x > 7.$$

$$\text{б) } (x + 11)(x^2 + 7x - 18) < 0; \quad (x + 11)(x - 2)(x + 9) < 0; \\ x < -11 \quad -9 < x < 2.$$

$$\text{в) } (x^2 - 7x + 6)(x^2 - 1) > 0; \quad (x - 1)^2(x - 6)(x + 1) > 0; \\ x < -1 \quad x > 6.$$

$$\text{г) } (x^2 - 6x + 8)(x^2 + 2x - 3) < 0;$$

$$(x - 2)(x - 4)(x - 1)(x + 3) < 0; \quad -3 < x < 1 \quad 2 < x < 4.$$

$$2) \text{ а) } \frac{x^2-x}{x^2-16} > 0; \quad \frac{x(x-1)}{(x-4)(x+4)} > 0; \quad x < -4, \quad 0 < x < 1 \quad x >$$

> 4.

б)  $\frac{x^2-1}{x^2-x} < 0$ ;  $\frac{(x-1)(x+1)}{x(x-1)} < 0$ ;  $-1 < x < 0$ .

в)  $\frac{x^2+6x}{x^2+6} > 0$ ;  $\frac{x(x+6)}{x^2+6} > 0$ ;  $x < -6$   $x > 0$ .

г)  $\frac{(x-7)^2}{x^2-64} < 0$ ;  $\frac{(x-7)^2}{(x-8)(x+8)} < 0$ ;  $-8 < x < 7$   $7 < x < 8$ .

3) а)  $\frac{x^2-9x+8}{x^2-36} > 0$ ;  $\frac{(x-1)(x-8)}{(x-6)(x+6)} > 0$ ;  $x < -6$ ,  $1 < x < 6$   $x > 8$ .

б)  $\frac{x^2-1}{x^2+10x+16} < 0$ ;  $\frac{(x-1)(x+1)}{(x+2)(x+8)} < 0$ ;  $-8 < x < -2$   $-1 < x < 1$ .

в)  $\frac{x^2+x-42}{x^2+2x-15} > 0$ ;  $\frac{(x-6)(x+7)}{(x-3)(x+5)} > 0$ ;  $x < -7$ ,  $-5 < x < 3$   $x > 6$ .

г)  $\frac{x^2+2x-3}{x^2-15x+54} < 0$ ;  $\frac{(x-1)(x+3)}{(x-18)(x+3)} < 0$ ;  $1 < x < 18$ .

**5.** 1) а) При  $x^3 - 25x \geq 0$ ;  $x(x-5)(x+5) \geq 0$ ;  $-5 \leq x \leq 0$   $x \geq 5$ .

б) При  $x^2 - 6x + 5 \geq 0$ ;  $(x-1)(x-5) \geq 0$ ;  $x \leq 1$   $x \geq 5$ .

2) а) При  $\frac{x^2-2x-8}{x^2-36} \geq 0$ ;  $\frac{(x-4)(x+2)}{(x-6)(x+6)} \geq 0$ ;  $x < -6$ ,  $-2 \leq x \leq 4$   $x > 6$ .

б) При  $\frac{x^2-10x+9}{x^2+5x-14} \geq 0$ ;  $\frac{(x-1)(x-9)}{(x+7)(x-2)} \geq 0$ ;  $x < -7$ ;  $1 \leq x < 2$   $x \geq 9$ .

# Самостоятельные работы.

## Вариант 2.

### С-1. Преобразование целого выражения в многочлен (повторение).

**1.** 1) а)  $(5x - 8) + (7 - 2x) = 5x - 8 + 7 - 2x = 3x - 1.$

б)  $(6y + 9) - (5 - 3y) = 6y + 9 - 5 + 3y = 9y + 4.$

2) а)  $(4a^2 - 3) + (5 - a - 2a^2) = 4a^2 - 3 + 5 - a - 2a^2 = 2a^2 - a + 2.$

б)  $(8 - 9b^2) - (b^3 - 6b^2 + 7) = 8 - 9b^2 - b^3 + 6b^2 - 7 = -b^3 - 3b^2 + 1.$

**2.** 1) а)  $5x^2 \cdot (2x - 3) = 10x^3 - 15x^2.$

б)  $-0,25y(8 - 4y) = y^2 - 2y.$

в)  $4z(z^2 - 2z + 1) = 4z^3 - 8z^2 + 4z.$

2) а)  $(a - 2)(a + 7) = a^2 + 7a - 2a - 14 = a^2 + 5a - 14.$

б)  $(3b - 1)(3b + 2) = 9b^2 + 6b - 3b - 2 = 9b^2 + 3b - 2.$

в)  $(c - 3)(c^2 - 2c - 5) = c^3 - 2c^2 - 5c - 3c^2 + 6c + 15 = c^3 - 5c^2 + c + 15.$

**3.** 1) а)  $3(4m - 1) + 4(7 - 2m) = 12m - 3 + 28 - 8m = 4m + 25.$

б)  $5n(n^2 - 2n) - 2n(n^2 - 5n) = 5n^3 - 10n^2 - 2n^3 + 10n^2 = 3n^3.$

2) а)  $(4x - 3)(3x + 2) - 12x^2 = 12x^2 + 8x - 9x - 6 - 12x^2 = -x - 6.$

б)  $15y^3 - (3y^2 - 2)(5y - 1) = 15y^3 - 15y^3 + 3y^2 + 10y - 2 = 3y^2 + 10y - 2.$

**4.** 1) а)  $(a - 7)(a + 7) = a^2 - 49.$

б)  $(8 + b)(b - 8) = b^2 - 64.$

$$в) (4c^2 - 5)(5 + 4c^2) = 16c^4 - 25.$$

$$2) а) (x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4.$$

$$б) (y + 7)^2 = y^2 + 14y + 49.$$

$$в) (3p - 1)^2 = 9p^2 - 6p + 1.$$

$$г) (3 + 2q^2)^2 = 9 + 12q^2 + 4q^4.$$

$$3) а) (d + 3)(d^2 - 3d + 9) = d^3 + 27.$$

$$б) (c - 4)(c^2 + 4c + 16) = c^3 - 64.$$

$$\boxed{5.} (b - 5)(1 - b) - 3(2b - 1) = b - b^2 - 5 + 5b - 6b + 3 = \\ = -b^2 - 2 < 0 \text{ для любого } b.$$

$$\boxed{6.} (4n + 1)^2 - (3n - 1)^2 = 16n^2 + 8n + 1 - 9n^2 + 6n - 1 = \\ = 7n^2 + 14n = 7(n^2 + 2n) - \text{кратно } 7 \text{ при любом целом } n.$$

$$\boxed{7.} (y^2 - 5y + 2)(2y - a) = 2y^3 - ay^2 - 10y^2 + 5ay + 4y - \\ - 2a = 2y^3 - (a + 10)y^2 + (5a + 4)y - 2a; \quad a + 10 = 3; \quad a = \\ = -7.$$

## С-2. Разложение на множители (повторение).

$$\boxed{1.} 1) а) 15x - 45 = 15(x - 3).$$

$$б) y^2 + 3y = y(y + 3).$$

$$в) 4a^3 - 12a = 4a(a^2 - 3).$$

$$г) 7b^4 - 14b^6 = 7b^4(1 - 2b^2).$$

$$2) а) ay - 5a - 5x + xy = a(y - 5) + x(y - 5) = (y - 5)(a + x).$$

$$б) y^2 - my - ny + mn = y(y - m) - n(y - m) = (y - n)(y - m).$$

$$\boxed{2.} 1) а) x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5).$$

$$б) 36p^2 - 1 = (6p - 1)(6p + 1).$$

$$в) 0,81 - b^2y^4 = (0,9 - by^2)(0,9 + by^2).$$

$$2) а) p^2 + 4p + 4 = (p + 2)^2.$$

$$б) 9q^2 - 12q + 4 = (3q - 2)^2.$$

$$в) 25 + 0,36x^2 + 6x = (0,6x + 5)^2.$$

$$3) а) y^3 + 1 = (y + 1)(y^2 - y + 1).$$

$$\text{б) } z^3 - 27 = (z - 3)(z^2 + 3z + 9).$$

$$\text{в) } 64x^3 + \frac{1}{8} = (4x + \frac{1}{2})(16x^2 - 2x + \frac{1}{4}).$$

$$\text{г) } 0,008b^6 - 125c^3 = (0,2b^2 - 5c)(0,04b^4 + b^2c + 25c^2).$$

$$\boxed{3.} \text{ 1) а) } 4a^2 - 4b^2 = 4(a^2 - b^2) = 4(a - b)(a + b).$$

$$\text{б) } m^3 + m = m(m^2 + 1).$$

$$\text{в) } n - n^5 = n(1 - n^4) = n(1 - n^2)(1 + n^2) = n(1 - n)(1 + n)(1 + n^2).$$

$$2) \text{ а) } x^3 - 10x^2 + 25x = x(x^2 - 10x + 25) = x(x - 5)^2.$$

$$\text{б) } 36y^3 - 60y^2 + 72y = 12y(3y^2 - 5y + 6).$$

$$3) \text{ а) } a^2 - b^2 + a - b = (a - b)(a + b) + (a - b) = (a - b)(a + b + 1).$$

$$\text{б) } x^2 - 10x + 25 - 4y^2 = (x - 5)^2 - 4y^2 = (x - 5 - 2y)(x - 5 + 2y).$$

$$\boxed{4.} \text{ } x^2 - 6xy + 10y^2 - 2y + 1 = (x^2 - 6xy + 9y^2) + (y^2 - 2y + 1) = (x - 3y)^2 + (y - 1)^2 \geq 0.$$

$$\boxed{5.} \text{ } a^3 + b^3 - a^2b - ab^2 = a^2(a - b) - b^2(a - b) = (a^2 - b^2)(a - b) = (a - b)(a + b)(a - b) = (a + b)(a - b)^2.$$

$$\boxed{6.} \text{ } y^2 - 9y + 20 = y^2 - 9y + \frac{81}{4} - \frac{1}{4} = (y - \frac{9}{2})^2 - (\frac{1}{2})^2 = (y - \frac{9}{2} - \frac{1}{2})(y - \frac{9}{2} + \frac{1}{2}) = (y - 5)(y - 4).$$

### С-3. Целые и дробные выражения.

$$\boxed{1.} \text{ а) } \frac{3p+9}{4} = \frac{3 \cdot 0,2+9}{4} = \frac{9,6}{4} = 2,4.$$

$$\text{б) } \frac{q^2-4q-5}{3} = \frac{(q^2-4q+4)-9}{3} = \frac{(q-2)^2-9}{3} = \frac{(1,2-2)^2-9}{3} = \frac{(-0,8)^2-9}{3} = \frac{0,64-9}{3} = -\frac{8,36}{3} = -\frac{209}{75} = -2\frac{59}{75}.$$

2	$n$	-3	-1	0	0,5	2	8
	$\frac{n}{n+2}$	3	-1	0	0,2	0,5	0,8

$$\boxed{3.} \text{ а) } \frac{x-y}{x+y}.$$

$$\text{б) } \frac{a^2-b^2}{ab}.$$

**4.** Пусть автобус затратил на путь от  $A$  до  $B$   $x$  ч, а на путь от  $B$  до  $C$   $y$  ч. Тогда,  $x = \frac{AB}{m} = \frac{60}{m}$ ;  $y = \frac{BC}{n} = \frac{AC-AB}{n} = \frac{10}{n}$ . Автобус на весь путь затратил  $t = \frac{60}{m} + \frac{10}{n} = \frac{60}{80} + \frac{10}{60} = \frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$  ().

**5.** 1) а)  $3b^2 - 15$ ;  $b$  - любое.

б)  $\frac{b}{b-3}$ ;  $b - 3 \neq 0$ ;  $b \neq 3$ .

в)  $\frac{19}{b+5}$ ;  $b + 5 \neq 0$ ;  $b \neq -5$ .

2) а)  $\frac{a+2}{a^2-9}$ ;  $a^2 - 9 \neq 0$ ;  $a^2 \neq 9$ ;  $a \neq \pm 3$ .

б)  $\frac{3a-6}{a^2+4}$ ;  $a$  - любое.

в)  $\frac{9}{a-8} - \frac{6}{a}$ ;  $a \neq 8$  и  $a \neq 0$ .

**6.** а)  $\frac{b+3}{7} = 0$ ;  $b + 3 = 0$ ;  $b = -3$ .

б)  $\frac{b+3}{7} = 1$ ;  $b + 3 = 7$ ;  $b = 4$ .

в)  $\frac{b+3}{7} > 1$ ;  $b + 3 > 7$ ;  $b + 3 > 7$ .

г)  $\frac{b+3}{7} < 1$ ;  $b + 3 < 7$ ;  $b < 4$ .

**7.** а)  $\frac{5x}{x^2-25}$ ;  $x^2 - 25 \neq 0$ ;  $x^2 \neq 25$ ;  $x \neq \pm 5$ .

б)  $\frac{1}{x-3} + \frac{8}{x+4}$ ;  $x \neq 3$  и  $x \neq -4$ .

в)  $\frac{1}{|x|-5}$ ;  $|x| - 5 \neq 0$ ;  $|x| \neq 5$ ;  $x \neq \pm 5$ .

г)  $\frac{7x}{|x+3|}$ ;  $|x+3| \neq 0$ ;  $x \neq -3$ .

**8.** а)  $\frac{18}{a-10}$ . б)  $\frac{5}{(a-5)(a-6)}$ .

#### С-4. Основное свойство дроби. Сокращение дробей.

**1.** 1) а)  $\frac{3x}{12y} = \frac{x}{4y}$ .

б)  $\frac{5a}{7a} = \frac{5}{7}$ .

в)  $\frac{c}{8c} = \frac{1}{8}$ .

г)  $\frac{7}{-21b} = -\frac{1}{3b}$ .

д)  $\frac{bm}{cm} = \frac{b}{c}$ .

е)  $\frac{pq}{3q} = \frac{p}{3}$ .

2) а)  $\frac{5a^2}{6a} = \frac{5a}{6}$ .

$$\text{б) } \frac{9b^4}{10b^3} = \frac{9b}{10}.$$

$$\text{в) } \frac{-5c^4}{10c^5} = -\frac{c}{2}.$$

$$\text{г) } \frac{3x^4}{x^3} = 3x.$$

$$\text{д) } \frac{12y^3}{-42y^5} = -\frac{2}{7y^2}.$$

$$\text{е) } \frac{21z^8}{39z} = \frac{7z^7}{13}.$$

$$3) \text{ а) } \frac{x^6y^2}{x^4y} = x^2y.$$

$$\text{б) } \frac{16ab^4}{-56ab^3} = -\frac{2b}{7}.$$

$$\text{в) } \frac{42p^4q^3}{63p^3q^4} = \frac{2p}{3q}.$$

$$\text{г) } \frac{65a^5c^5}{13a^3c^3} = 5a^2c^2.$$

$$\boxed{2.} \text{ 1) а) } \frac{x}{y^3} = \frac{xy^2}{y^5}.$$

$$\text{б) } \frac{a}{3b} = \frac{9ab^2}{27b^3}.$$

$$2) \text{ а) } \frac{8}{7x^2y} = \frac{48xy}{42x^3y^2}.$$

$$\text{б) } \frac{5c}{8b^4} = \frac{15abc}{24ab^5}.$$

$$\boxed{3.} \text{ 1) а) } \frac{2^3}{2^5} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{б) } \frac{3^6}{3^4} = 3^2 = 9.$$

$$\text{в) } \frac{7^3}{49} = \frac{7^3}{7^2} = 7.$$

$$\text{г) } \frac{625}{5^5} = \frac{5^4}{5^5} = \frac{1}{5}.$$

$$2) \text{ а) } \frac{125^3}{25^4} = \frac{(5^3)^3}{(5^2)^4} = \frac{5^9}{5^8} = 5.$$

$$\text{б) } \frac{64^5}{128^4} = \frac{(2^6)^5}{(2^7)^4} = \frac{2^{30}}{2^{28}} = 2^2 = 4.$$

$$\text{в) } \frac{81^6}{27^8} = \frac{(3^4)^6}{(3^3)^8} = \frac{3^{24}}{3^{24}} = 1.$$

$$\boxed{4.} \text{ а) } \frac{3^7 \cdot 13^7}{39^6} = \frac{3^7 \cdot 13^7}{3^6 \cdot 13^6} = 3 \cdot 13 = 39.$$

$$\text{б) } \frac{14^5 \cdot 15^3}{6^3 \cdot 35^4} = \frac{2^5 \cdot 7^5 \cdot 3^3 \cdot 5^3}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^4 \cdot 7^4} = \frac{2^2 \cdot 7}{5} = \frac{4 \cdot 7}{5} = \frac{28}{5} = 5\frac{3}{5}.$$

$$\boxed{5.} \frac{-(x^{17})^2(y^9)^7}{5(x^{11})^3(y^{16})^4} = \frac{-x^{34} \cdot y^{63}}{5x^{33} \cdot y^{64}} = -\frac{x}{5y} = -\frac{8,2}{5 \cdot 0,41} = -\frac{8,2}{2,05} = -4.$$

### С-5. Сокращение дробей (продолжение).

$$\boxed{1.} \quad 1) \quad a) \quad \frac{a(x-2)}{b(x-2)} = \frac{a}{b}.$$

$$б) \quad \frac{4(c+3)^2}{(c+3)^3} = \frac{4}{c+3}.$$

$$в) \quad \frac{5y(b-7)}{10(b-7)^2} = \frac{y}{2(b-7)}.$$

$$г) \quad \frac{p^3(q-1)^4}{p^6(q-1)^2} = \frac{(q-1)^2}{p^3}.$$

$$2) \quad a) \quad \frac{2x-2b}{3(x-b)} = \frac{2(x-b)}{3(x-b)} = \frac{2}{3}.$$

$$б) \quad \frac{5a-10y}{2a-4y} = \frac{5(a-2y)}{2(a-2y)} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}.$$

$$в) \quad \frac{7x-21y}{\frac{35xk}{m-3n}} = \frac{7(x-3y)}{\frac{35xk}{m-3n}} = \frac{x-3y}{5xk}.$$

$$г) \quad \frac{m^2-3mn}{m^2-3mn} = \frac{m(m-3n)}{m(m-3n)} = \frac{1}{m}.$$

$$3) \quad a) \quad \frac{3(a-b)}{a(b-a)} = \frac{3(a-b)}{-a(a-b)} = -\frac{3}{a}.$$

$$б) \quad \frac{4x-8y}{3y-6x} = \frac{4(x-2y)}{3(y-2x)} - \text{дробь сократить нельзя.}$$

$$в) \quad \frac{p^2-5pq}{10q-2p} = \frac{-p(5q-p)}{2(5q-p)} = -\frac{p}{2}.$$

$$г) \quad \frac{c^3-7c^2d}{7d^3-cd^2} = \frac{-c^2(7d-c)}{d^2(7d-c)} = -\frac{c^2}{d^2}.$$

$$4) \quad a) \quad \frac{3y+9}{y^2-9} = \frac{3(y+3)}{(y-3)(y+3)} = \frac{3}{y-3}.$$

$$б) \quad \frac{b^2-4}{6+3b} = \frac{(b-2)(b+2)}{3(2+b)} = \frac{b-2}{3}.$$

$$в) \quad \frac{a^2+10a+25}{3a+15} = \frac{(a+5)^2}{3(a+5)} = \frac{a+5}{3}.$$

$$г) \quad \frac{x^2-8x+16}{x^2-16} = \frac{(x-4)^2}{(x-4)(x+4)} = \frac{x-4}{x+4}.$$

$$5) \quad a) \quad \frac{x^2-9}{3x^2+x^3} = \frac{(x-3)(x+3)}{x^2(3+x)} = \frac{x-3}{x^2}.$$

$$б) \quad \frac{x^2-8x+16}{16-x^2} = \frac{(4-x)^2}{(4-x)(x+4)} = \frac{4-x}{x+4}.$$

$$в) \quad \frac{y^3+27}{y^2-3y+9} = \frac{(y+3)(y^2-3y+9)}{y^2-3y+9} = y+3.$$

$$г) \quad \frac{20+10a+5a^2}{a^3-8} = \frac{5(a^2+2a+4)}{(a-2)(a^2+2a+4)} = \frac{5}{a-2}.$$

$$\boxed{2.} \quad a) \quad \frac{8}{b-3} = \frac{3 \cdot 8}{3 \cdot (b-3)} = \frac{24}{3b-9}.$$

$$б) \quad \frac{8}{b-3} = \frac{-5 \cdot 8}{-5 \cdot (b-3)} = \frac{-40}{15-5b}.$$

$$в) \quad \frac{8}{b-3} = \frac{8b}{b(b-3)} = \frac{8b}{b^2-3b}. \quad г) \quad \frac{8}{b-3} = \frac{8(b+3)}{(b-3)(b+3)} = \frac{8b+24}{b^2-9}.$$

$$\boxed{3.} \quad a) \quad \frac{10xy-5x^2}{8y^2-4xy} = \frac{5x(2y-x)}{4y(2y-x)} = \frac{5x}{4y} = \frac{5 \cdot \frac{1}{5}}{4 \cdot \frac{1}{6}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

$$6) \frac{a^6+1}{a^{10}+a^4} = \frac{a^6+1}{a^4(a^6+1)} = \frac{1}{a^4} = \frac{1}{0,1^4} = 10000.$$

$$4. a) \frac{a^7-a^4}{a^6-1} = \frac{a^4(a^3-1)}{(a^3-1)(a^3+1)} = \frac{a^4}{a^3+1}.$$

$$6) \frac{(b+2)^2-(b-2)^2}{32b} = \frac{(b+2-(b-2))(b+2+b-2)}{32b} = \frac{4 \cdot 2b}{32b} = \frac{1}{4}.$$

$$5. \frac{x^3-3x^2+2x-6}{x^2+2} = \frac{x^2(x-3)+2(x-3)}{x^2+2} = \frac{(x^2+2)(x-3)}{x^2+2} = x-3$$

линейная функция.

$$6. \frac{24,5x^2-0,5y^2}{3,5x^2-0,5xy} = \frac{0,5(49x^2-y^2)}{0,5x(7x-y)} = \frac{(7x-y)(7x+y)}{x(7x-y)} = \frac{7x+y}{x}.$$

$$7. a+2b=5; \quad \frac{2a-4b}{0,2a^2-0,8b^2} = \frac{2(a-2b)}{0,2(a^2-4b^2)} = \frac{10}{a+2b} = \frac{10}{5} = 2.$$

$$8. 3x-9y=1; \quad 3(x-3y)=1; \quad x-3y=\frac{1}{3}.$$

$$a) \frac{6}{x-3y} = \frac{6}{\frac{1}{3}} = 6 \cdot 3 = 18.$$

$$6) \frac{12y-4x}{5} = \frac{-4(x-3y)}{5} = \frac{-4 \cdot \frac{1}{3}}{5} = -\frac{4}{15}.$$

$$B) \frac{x^2-9y^2}{1,5x+4,5y} = \frac{(x-3y)(x+3y)}{1,5(x+3y)} = \frac{x-3y}{1,5} = \frac{\frac{1}{3}}{1,5} = \frac{1}{4,5} = \frac{2}{9}.$$

### С-6. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями.

$$1. 1) a) \frac{a}{6} + \frac{b}{6} = \frac{a+b}{6}.$$

$$6) \frac{p}{3} - \frac{q}{3} = \frac{p-q}{3}.$$

$$B) \frac{x}{y} + \frac{3x}{y} = \frac{4x}{y}.$$

$$r) \frac{5m}{n} - \frac{3m}{n} = \frac{2m}{n}.$$

$$д) \frac{x+4y}{12} + \frac{2x+5y}{12} = \frac{3x+9y}{12} = \frac{x+3y}{4}.$$

$$e) \frac{a+2b}{2c} - \frac{a-4b}{2c} = \frac{a+2b-a+4b}{2c} = \frac{6b}{2c} = \frac{3b}{c}.$$

$$ж) -\frac{4c+3d}{cd} + \frac{3d-c}{cd} = \frac{-4c-3d+3d-c}{cd} = -\frac{5c}{cd} = -\frac{5}{d}.$$

$$2) a) \frac{4y-1}{5y} - \frac{2y-7}{5y} + \frac{3y-1}{5y} = \frac{4y-1-2y+7+3y-1}{5y} = \frac{5y-5}{5y} = \frac{y-1}{y}.$$

$$6) \frac{7x-3}{4x} - \frac{x-4}{4x} - \frac{5-2x}{4x} = \frac{7x-3-x+4-5+2x}{4x} = \frac{8x-4}{4x} = \frac{2x-1}{x}.$$

$$B) \frac{a-8}{a^2-25} + \frac{13}{a^2-25} = \frac{a+5}{(a-5)(a+5)} = \frac{1}{a-5}.$$

$$r) \frac{b^2-b}{b^2+6b+9} - \frac{9-b}{b^2+6b+9} = \frac{b^2-9}{(b+3)^2} = \frac{b-3}{b+3}.$$

$$д) \frac{3c}{c^2-5c} - \frac{10+c}{c^2-5c} = \frac{2c-10}{c^2-5c} = \frac{2(c-5)}{c(c-5)} = \frac{2}{c}.$$

$$3) \text{ а) } \frac{x+2}{x-2} - \frac{x}{2-x} = \frac{x+2}{x-2} + \frac{x}{x-2} = \frac{2x+2}{x-2}.$$

$$\text{б) } \frac{4b-7c}{3b-2c} - \frac{2b+3c}{2c-3b} = \frac{4b-7c}{3b-2c} + \frac{2b+3c}{3b-2c} = \frac{6b-4c}{3b-2c} = \frac{2(3b-2c)}{3b-2c} = 2.$$

$$\text{в) } \frac{a^2}{3a-18} + \frac{3b}{18-3a} = \frac{a^2}{3a-18} - \frac{3b}{3a-18} = \frac{a^2-3b}{3a-18}.$$

$$4) \text{ а) } \frac{6b-5}{b^2-9} - \frac{2b+9}{9-b^2} + \frac{5-3b}{b^2-9} = \frac{6b-5}{b^2-9} + \frac{2b+9}{b^2-9} + \frac{5-3b}{b^2-9} = \frac{5b+9}{b^2-9}.$$

$$\text{б) } \frac{c^2}{c^3-8} - \frac{5c+1}{8-c^3} - \frac{3-3c}{8-c^3} = \frac{c^2}{c^3-8} + \frac{5c+1}{c^3-8} + \frac{3-3c}{c^3-8} = \frac{c^2+2c+4}{(c-2)(c^2+2c+4)} = \frac{1}{c-2}.$$

$$\boxed{2.} \text{ 1) } \frac{5b+3}{b^2-16} - \frac{6b-1}{b^2-16} = \frac{5b+3-6b+1}{b^2-16} = \frac{-b+4}{(b-4)(b+4)} = -\frac{1}{b+4};$$

$$\text{при } b = 4, 1, \quad -\frac{1}{b+4} = -\frac{1}{4,1+4} = -\frac{1}{8,1} = -\frac{10}{81};$$

$$\text{при } b = -3, \quad -\frac{1}{b+4} = -\frac{1}{-3+4} = -1.$$

$$2) -\frac{2a-3}{1-a^2} + \frac{2-a}{a^2-1} = \frac{2a-3}{a^2-1} + \frac{2-a}{a^2-1} = \frac{a-1}{a^2-1} = \frac{1}{a+1}; \text{ при } a = -$$

$$-2, \quad \frac{1}{a+1} = \frac{1}{-2+1} = -1; \text{ при } a = 4, \quad \frac{1}{a+1} = \frac{1}{4+1} = \frac{1}{5}.$$

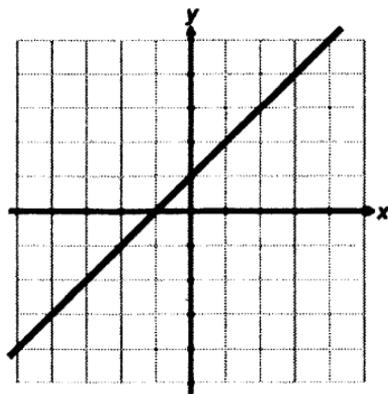
$$\boxed{3.} \text{ а) } \frac{7-4y}{(y-2)^2} - \frac{8-5y}{(2-y)^2} = \frac{7-4y}{(y-2)^2} - \frac{8-5y}{(y-2)^2} = \frac{y-1}{(y-2)^2}.$$

$$\text{б) } \frac{5x^2}{(x-3)^3} + \frac{15(2x-3)}{(3-x)^3} = \frac{5x^2-15(2x-3)}{(x-3)^3} = \frac{5(x^2-6x+9)}{(x-3)^3} = \frac{5}{x-3}.$$

$$\text{в) } \frac{x^2-9y}{(x-3)(y-4)} - \frac{3(x-3y)}{(3-x)(4-y)} = \frac{x^2-9y-3x+9y}{(x-3)(y-4)} = \frac{x(x-3)}{(x-3)(y-4)} = \frac{x}{y-4}.$$

$$\boxed{4.} \quad \frac{2-b^2}{(b-3)^4} - \frac{7-5b}{(b-3)^4} - \frac{4-b}{(b-3)^4} = \frac{-b^2+6b-9}{(b-3)^4} = \frac{-(b-3)^2}{(b-3)^4} = -\frac{1}{(b-3)^2} < 0 \text{ при всех } b \neq 3.$$

$$\boxed{5.} \quad y = \frac{x^2}{x-2} + \frac{4}{2-x} = \frac{x^2-4}{x-2} = x+2; \quad x \neq 2.$$



$$6. \text{ а) } \frac{a^2+9}{a} = a + \frac{9}{a}.$$

$$\text{б) } \frac{b^2-5b+2}{b-5} = b + \frac{2}{b-5}.$$

$$\text{в) } \frac{c^2+6c+10}{c+3} = \frac{c^2+3c}{c+3} + \frac{3c+9}{c+3} + \frac{1}{c+3} = c + 3 + \frac{1}{c+3}.$$

### С-7. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями.

$$1. \text{ 1) а) } \frac{y}{4} + \frac{y-2}{5} = \frac{5y+4(y-2)}{20} = \frac{9y-8}{20}.$$

$$\text{б) } \frac{2x-1}{3} - \frac{x+2}{6} = \frac{4x-2-x-2}{6} = \frac{3x-4}{6}.$$

$$\text{в) } -\frac{a-b}{5} + \frac{4a-b}{10} = \frac{-2a+2b+4a-b}{10} = \frac{2a+b}{10}.$$

$$\text{г) } \frac{c+3}{c^2} - \frac{1}{c} = \frac{c+3-c}{c^2} = \frac{3}{c^2}.$$

$$\text{д) } \frac{7-3y}{y} - \frac{8-3x}{x} = \frac{x(7-3y)-y(8-3x)}{xy} = \frac{7x-8y}{xy}.$$

$$\text{е) } \frac{m-n}{m^2} - \frac{n-m}{mn} = \frac{(m-n)n-m(n-m)}{m^2n} = \frac{-n^2+m^2}{m^2n}.$$

$$2) \text{ а) } \frac{(a-b)^2}{18b} - \frac{(a-b)^2}{12b} + \frac{a^2-b^2}{36b} =$$

$$= \frac{2(a-b)^2-3(a-b)^2+a^2-b^2}{36b} = \frac{a^2-b^2-(a-b)^2}{36b} = \frac{2ab-2b^2}{36b} = \frac{a-b}{18}.$$

$$\text{б) } \frac{3x+2}{5x} - \frac{5x+3y}{10xy} - \frac{y-1}{2y} = \frac{2y(3x+2)-5x-3y-5x(y-1)}{10xy} = \frac{xy+y}{10xy} = \frac{x+1}{10x}.$$

$$3) \text{ а) } \frac{c-2}{3(c+4)} + \frac{c}{c+4} = \frac{c-2+3c}{3(c+4)} = \frac{4c-2}{3(c+4)}.$$

$$\text{б) } \frac{b-2}{2b-6} - \frac{b-1}{3b-9} = \frac{3(b-2)-2(b-1)}{6(b-3)} = \frac{b-4}{6b-18}.$$

$$\text{в) } \frac{4a}{3a-6} + \frac{3a}{8-4a} = \frac{4a}{3(a-2)} - \frac{3a}{4(a-2)} = \frac{16a-9a}{12(a-2)} = \frac{7a}{12a-24}.$$

$$4) \text{ а) } \frac{x+4}{xy-x^2} + \frac{y+4}{xy-y^2} = \frac{x+4}{x(y-x)} - \frac{y+4}{y(y-x)} = \frac{xy+4y-xy-4x}{xy(y-x)} = \frac{4y-4x}{xy(y-x)} = \frac{4}{xy}.$$

$$\text{б) } \frac{3a(x-9a)}{x^2-3ax} - \frac{3a^2-x^2}{ax-3a^2} = \frac{3a(x-9a)}{x(x-3a)} - \frac{3a^2-x^2}{a(x-3a)} = \frac{3a^2(x-9a)-x(3a^2-x^2)}{ax(x-3a)} = \frac{x^3-27a^3}{ax(x-3a)} = \frac{x^2+3ax+9a^2}{ax}.$$

$$\text{в) } \frac{4}{c^2-9} - \frac{2}{c^2+3c} = \frac{4c-2(c-3)}{c(c^2-9)} = \frac{2c+6}{c(c-3)(c+3)} = \frac{2}{c(c-3)}.$$

$$2. \text{ 1) а) } 6y + \frac{1}{y} = \frac{6y^2+1}{y}.$$

$$\text{б) } \frac{7}{x} - 2x = \frac{7-2x^2}{x}.$$

$$\text{в) } 3a - \frac{12a^2}{4a-1} = \frac{12a^2-3a-12a^2}{4a-1} = -\frac{3a}{4a-1}.$$

$$\text{г) } \frac{15b}{5-b} - 3b = \frac{15b-15b+3b^2}{5-b} = \frac{3b^2}{5-b}.$$

$$2) \text{ а) } \frac{6c^2}{3c-2} - 2c - 5 = \frac{6c^2 - (2c+5)(3c-2)}{3c-2} = \frac{-11c+10}{3c-2}.$$

$$\text{б) } 2y - \frac{2-5y+3y^2}{3y-2} - 1 = \frac{(2y-1)(3y-2) - 2 + 5y - 3y^2}{3y-2} = \frac{3y^2 - 2y}{3y-2} = y.$$

$$\boxed{3.} \quad \frac{(x-1)(x-2)}{12} - \frac{(x-1)(x-5)}{3} + \frac{(x-5)(x-2)}{4} = \\ = \frac{(x^2 - 3x + 2) - 4(x^2 - 6x + 5) + 3(x^2 - 7x + 10)}{12} = \frac{12}{12} = 1.$$

$$\boxed{4.} \quad \frac{4a-5}{7a-21} - \frac{a-1}{2a-6} = \frac{4a-5}{7(a-3)} - \frac{a-1}{2(a-3)} = \frac{8a-10-7a+7}{14(a-3)} = \frac{a-3}{14(a-3)} = \\ = \frac{1}{14}.$$

$$\boxed{5.} \quad \frac{x}{y} = 5; \quad \frac{y}{x} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

$$\text{а) } \frac{x+y}{x} = 1 + \frac{y}{x} = 1,2.$$

$$\text{б) } \frac{3x-8y}{y} = 3\frac{x}{y} - 8 = 3 \cdot 5 - 8 = 15 - 8 = 7.$$

$$\text{в) } \frac{(x+y)^2}{xy} = \frac{x^2+2xy+y^2}{xy} = \frac{x}{y} + 2 + \frac{y}{x} = 5 + 2 + \frac{1}{5} = 7\frac{1}{5}.$$

$$\boxed{6.} \quad 7 + \frac{b}{y-3} = \frac{7y-21+b}{y-3}; \quad b - 21 = 0; \quad b = 21.$$

### С-8. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями (продолжение).

$$\boxed{1.} \quad 1) \text{ а) } \frac{2a^2-5a+4}{(a-2)^2} - \frac{a-3}{a-2} = \frac{2a^2-5a+4-(a-3)(a-2)}{(a-2)^2} = \frac{a^2-2}{(a-2)^2}.$$

$$\text{б) } \frac{b-1}{b^2-b+1} - \frac{2}{b^3+1} = \frac{(b-1)(b+1)-2}{b^3+1} = \frac{b^2-3}{b^3+1}.$$

$$2) \text{ а) } \frac{3x-2}{2x-6} - \frac{3x+2}{3x+9} - \frac{3x-8}{18-6x} = \frac{3(3x-2)-2(3x+2)+3x-8}{6x-18} = \frac{6x-18}{6x-18} = \\ = 1.$$

$$\text{б) } \frac{2y}{y-3} + \frac{y}{y+3} + \frac{2y^2}{9-y^2} = \frac{2y(y+3)+y(y-3)-2y^2}{y^2-9} = \frac{y^2+3y}{y^2-9} = \frac{y}{y-3}.$$

$$3) \text{ а) } \frac{2}{3x+6} + \frac{x^2-x-3}{x^2-4} - 1 = \frac{2(x-2)+3(x^2-x-3)-3(x^2-4)}{3(x^2-4)} = \frac{-x-1}{3(x^2-4)}.$$

$$\text{б) } 1 + \frac{2a+1}{a^3-1} - \frac{a}{a-1} = \frac{a^3-1+2a+1-a(a^2+a+1)}{a^3-1} = \frac{-a^2+a}{a^3-1} = \frac{-a}{a^2+a+1}.$$

$$\boxed{2.} \quad \text{а) } a - \frac{a^3-15a-4}{a^2-16} = \frac{a^3-16a-a^3+15a+4}{a^2-16} = \frac{4-a}{a^2-16} = \frac{-1}{a+4}; \text{ при } \\ a = -4, 5, \quad \frac{-1}{a+4} = \frac{-1}{-4,5+4} = 2.$$

$$\text{б) } \frac{b^2-16b+12}{b^3+8} + \frac{3b+2}{b^2-2b+4} - \frac{3}{b+2} = \\ = \frac{b^2-16b+12+(3b+2)(b+2)-3(b^2-2b+4)}{b^3+8} = \frac{b^2-2b+4}{b^3+8} = \frac{1}{b+2}; \text{ при}$$

$$b = -2, 1, \quad \frac{1}{b+2} = \frac{1}{-2,1+2} = -10.$$

$$\boxed{3.} \text{ а) } \frac{0,6}{0,25x+0,5} - \frac{0,2x+0,4}{0,5x^2+2x+2} = \frac{2,4}{x+2} - \frac{0,4x+0,8}{(x+2)^2} =$$

$$= \frac{2,4(x+2)-0,4x-0,8}{(x+2)^2} = \frac{2(x+2)}{(x+2)^2} = \frac{2}{x+2}.$$

$$\text{б) } \frac{a+0,2b}{4a^2-0,8ab} - \frac{2a}{12,5a^2-0,5b^2} - \frac{a-0,2b}{4a^2+0,8ab} = \frac{5a+b}{4a(5a-b)} - \frac{4a}{25a^2-b^2} -$$

$$- \frac{5a-2b}{4a(5a+b)} = \frac{(5a+b)^2-16a^2-(5a-b)^2}{4a(25a^2-b^2)} = \frac{20ab-16a^2}{4a(25a^2-b^2)} = \frac{5b-4a}{25a^2-b^2}.$$

$$\boxed{4.} \text{ а) } \frac{n+10}{n} = 1 + \frac{10}{n} - \text{является целым числом при } n =$$

$$= 1; n = 2; n = 5; n = 10.$$

$$\text{б) } \frac{n^2-5n+6}{n} = n - 5 + \frac{6}{n} - \text{является целым числом при}$$

$$n = 1; n = 2; n = 3; n = 6.$$

$$\boxed{5.} \quad \frac{x-3y}{y} = 12; \quad \frac{x}{y} - 3 = 12; \quad \frac{x}{y} = 15.$$

$$\text{а) } \frac{x}{y} = 15.$$

$$\text{б) } \frac{2x+y}{y} = 2\frac{x}{y} + 1 = 2 \cdot 15 + 1 = 21.$$

$$\text{в) } \frac{5x-3y}{2y} = \frac{5x}{2y} - \frac{3}{2} = \frac{5 \cdot 15}{2} - \frac{3}{2} = \frac{75}{2} - \frac{3}{2} = \frac{72}{2} = 36.$$

### С-9. Умножение дробей.

$$\boxed{1.} \text{ 1) а) } \frac{2x}{a} \cdot \frac{a}{8x} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{б) } -\frac{3b}{2c} \cdot \frac{c}{9b} = -\frac{1}{6}.$$

$$\text{в) } \frac{m^2n}{15p} \cdot \frac{5p}{mn^2} = \frac{m}{3n}.$$

$$\text{г) } \frac{35x^4}{18y^2} \cdot \frac{9y}{14x^2} = \frac{5x^2}{4y}.$$

$$\text{д) } 8b \cdot \frac{y}{4b^2} = \frac{2y}{b}.$$

$$\text{е) } \frac{3a^2}{b^2} \cdot b^3 = 3a^2b.$$

$$\text{2) а) } \frac{y^2+3y}{4} \cdot \frac{y}{2y+6} = \frac{y^2(y+3)}{8(y+3)} = \frac{y^2}{8}.$$

$$\text{б) } \frac{3a-x}{21b} \cdot \frac{14b^2}{x-3a} = \frac{(3a-x) \cdot 14b^2}{-21b \cdot (3a-x)} = -\frac{2b}{3}.$$

$$\text{в) } \frac{y^2-9}{27y^2} \cdot \frac{9y}{y-3} = \frac{9y(y-3)(y+3)}{27y^2(y-3)} = \frac{y+3}{3y}.$$

$$\text{г) } \frac{x^2-49}{3x^3} \cdot \frac{x}{7-x} = -\frac{x(x-7)(x+7)}{3x^3(x-7)} = -\frac{x+7}{3x^2}.$$

$$\text{д) } \frac{m^2-6m+9}{n^2-4} \cdot \frac{2n-4}{3m-9} = \frac{(m-3)^2 \cdot 2(n-2)}{(n-2)(n+2) \cdot 3(m-3)} = \frac{2(m-3)}{3(n+2)}.$$

$$e) \frac{p-7}{p^2-25q^2} \cdot (2p+10q) = \frac{2(p-7)(p+5q)}{(p-5q)(p+5q)} = \frac{2p-14}{p-5q}.$$

$$3) a) \frac{y^3-8}{2y+4} \cdot \frac{y^2+4y+4}{y^2+2y+4} = \frac{(y-2)(y^2+2y+4)(y+2)^2}{2(y+2)(y^2+2y+4)} = \frac{y^2-4}{2}.$$

$$b) (a^3+27b^3) \cdot \frac{2}{3a^2-9ab+27b^2} = \frac{2(a+3b)(a^2-3ab+9b^2)}{3(a^2-3ab+9b^2)} = \frac{2a+6b}{3}.$$

$$B) \frac{y^2-ay+cy-ac}{y^2-ay-cy+ac} \cdot \frac{y^2-2cy+c^2}{y^2-2ay+a^2} = \frac{(y-a)(y+c)(y-c)^2}{(y-a)(y-c)(y-a)^2} = \frac{y^2-c^2}{(y-a)^2}.$$

$$\boxed{2.} \quad 1) a) \left(\frac{b}{a^2}\right)^2 = \frac{b^2}{a^4}.$$

$$b) \left(-\frac{3x^2}{y^2}\right)^3 = -\frac{27x^6}{y^6}.$$

$$B) \left(\frac{m^4}{n^3}\right)^2 = \frac{m^8}{n^6}. \quad \Gamma) \left(\frac{n^2}{m^3}\right)^3 = \frac{n^6}{m^9}.$$

$$2) a) \left(\frac{25a^2}{8b^2}\right)^3 \cdot \left(-\frac{16b^4}{125a^3}\right)^2 = \frac{5^6 a^6}{2^9 b^6} \cdot \frac{2^8 b^8}{5^6 a^6} = \frac{b^2}{2}.$$

$$b) \frac{x^2-4ax+4a^2}{x^2+4ax+4a^2} \cdot \left(\frac{x+2a}{x-2a}\right)^3 = \frac{(x-2a)^2}{(x+2a)^2} \cdot \frac{(x+2a)^3}{(x-2a)^3} = \frac{x+2a}{x-2a}.$$

$$\boxed{3.} \quad a) \frac{32ab}{13c^3} \cdot \frac{52bc^2}{128a^3} \cdot \frac{54a^2c}{81b^3} = \frac{2^5 a^3 b^2 c^3 \cdot 3^3 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 2^2}{13 \cdot a^3 b^3 c^3 \cdot 2^7 \cdot 3^4} = \frac{2}{3b}.$$

$$b) \frac{147x^4 y^2}{z^3} \cdot \frac{y^3}{105x^5 y} \cdot 10xz^2 = \frac{147 \cdot 2 \cdot x^5 y^5 z^2}{21 \cdot x^5 y z^3} = \frac{14y^4}{z}.$$

$$\boxed{4.} \quad \frac{0,25a^6-16}{0,2a^3-25} \cdot \frac{0,2a^2+a+5}{0,25a^4+a+4} \cdot \frac{a-5}{a^2-4} = \frac{(a^6-64) \cdot (a^2+5a+25)(a-5)}{(a^3-25)(a^4+4a+16)(a^2-4)} =$$

$$= \frac{(a^2-4)(a^2+4a+16)(a^2+5a+25)(a-5)}{(a-5)(a^2+5a+25)(a^2+4a+16)(a^2-4)} = 1.$$

### C-10. Деление дробей.

$$\boxed{1.} \quad 1) a) \frac{3a^2}{b} : \frac{b}{a^3} = \frac{3a^2 \cdot a^3}{b \cdot b} = \frac{3a^5}{b^2}.$$

$$b) -\frac{2x^2}{y} : \frac{6x^3}{b^2} = -\frac{2x^2 \cdot b^2}{y \cdot 6x^3} = -\frac{b^2}{3xy}.$$

$$B) \frac{9m}{14n} : \frac{4m^2}{21n^2} = \frac{9m}{14n} \cdot \frac{21n^2}{4m^2} = \frac{27n}{8m}.$$

$$\Gamma) 12x^2 : \frac{6x}{c} = \frac{12x^2 \cdot c}{6x} = 2cx.$$

$$д) \frac{56y^2}{a^2} : (16y^3) = \frac{56y^2}{a^2 \cdot 16y^3} = \frac{7}{2a^2 y}.$$

$$2) a) \frac{xy+y^2}{a-3b} : \frac{x^2-y^2}{2a-6b} = \frac{y(x+y)}{a-3b} \cdot \frac{2(a-3b)}{(x-y)(x+y)} = \frac{2y}{x-y}.$$

$$б) \frac{y-8}{x^2-4} : \frac{2y-16}{3x-6} = \frac{y-8}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{3(x-2)}{2(y-8)} = \frac{3}{2(x+2)}.$$

$$B) \frac{c^2-9}{c^2+6c+9} : \frac{3-c}{c+3} = \frac{(c-3)(c+3)}{(c+3)^2} \cdot \frac{c+3}{3-c} = -1.$$

$$\Gamma) \frac{p^2+4p+4}{p^2-3p} : \frac{p+2}{p-3} = \frac{(p+2)^2}{p(p-3)} \cdot \frac{p-3}{p+2} = \frac{p+2}{p}.$$

$$3) \text{ а) } \frac{b^2+2b+4}{3b-4} : \frac{b^3-8}{9b^2-16} = \frac{b^2+2b+4}{3b-4} \cdot \frac{(3b-4)(3b+4)}{(b-2)(b^2+2b+4)} = \frac{3b+4}{b-2}.$$

$$\text{б) } \frac{27+a^3}{81-a^4} : \frac{a^2-3a+9}{a^2+9} = \frac{(a+3)(a^2-3a+9)}{(9-a^2)(9+a^2)} \cdot \frac{a^2+9}{a^2-3a+9} = \frac{3+a}{9-a^2} = \frac{1}{3-a}.$$

$$\boxed{2.} \text{ а) } \left(\frac{b}{3}\right)^2 : \left(\frac{b}{9}\right)^3 = \frac{b^2}{3^2} \cdot \frac{3^6}{b^3} = \frac{3^4}{b} = \frac{81}{b}.$$

$$\text{б) } \frac{(3x-y)^3}{(x-3y)^3} : \frac{9x^2-6xy+y^2}{x^2-6xy+9y^2} = \frac{(3x-y)^3}{(x-3y)^3} \cdot \frac{(x-3y)^2}{(3x-y)^2} = \frac{3x-y}{x-3y}.$$

$$\boxed{3.} \text{ а) } \frac{2a^3}{25b^3} \cdot \frac{10b^2}{3c^4} : \frac{4a^2}{15bc^3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot a^3 b^2}{25 \cdot 3 \cdot b^3 c^4} \cdot \frac{15bc^3}{4a^2} = \frac{a}{c}.$$

$$\text{б) } \frac{115x^8}{34y^4} : \frac{92x^6}{51y^3} \cdot \frac{4y^2}{15x^2} = \frac{115x^8}{34y^4} \cdot \frac{51y^3}{92x^6} \cdot \frac{4y^2}{15x^2} = \frac{y}{2}.$$

$$\boxed{4.} \left(\frac{y^2-49}{y^2-14y+49}\right)^4 : \left(\frac{y+7}{y-7}\right)^4 = \left(\frac{(y-7)(y+7)}{(y-7)^2} \cdot \frac{y-7}{y+7}\right)^4 = 1^4 = 1.$$

**5.**  $(n-3)^2 : n^2 = \left(\frac{n-3}{n}\right)^2 = \left(1 - \frac{3}{n}\right)^2$  - является целым числом при  $n = \pm 1$ ;  $n = \pm 3$ .

$$\boxed{6.} \frac{\frac{1}{3}x^2-x+3}{x-0,4} : \frac{x^3+27}{75x^2-12} = \frac{x^2-3x+9}{3(x-0,4)} \cdot \frac{3(25x^2-4)}{(x+3)(x^2-3x+9)} =$$

$$= \frac{5(5x-2)(5x+2)}{(5x-2)(x+3)} = \frac{5(5x+2)}{x+3} = \frac{25x+10}{x+3}.$$

### С-11. Все действия с дробями.

$$\boxed{1.} \text{ 1) а) } \left(\frac{x}{y^2} - \frac{1}{x}\right) : \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right) = \left(\frac{x^2-y^2}{xy^2}\right) : \left(\frac{x-y}{xy}\right) =$$

$$= \frac{(x-y)(x+y)xy}{xy^2(x-y)} = \frac{x+y}{y}.$$

$$\text{б) } \left(2 + \frac{m}{m+1}\right) \cdot \frac{3m^2+3m}{12m+8} = \frac{2m+2+m}{m+1} \cdot \frac{3m(m+1)}{4(3m+2)} = \frac{3m(3m+2)}{4(3m+2)} =$$

$$= \frac{3m}{4}.$$

$$\text{в) } \frac{4+b}{4-b} \cdot \left(\frac{2b^2}{4+b} - b\right) = \frac{4+b}{4-b} \cdot \frac{2b^2-4b-b^2}{4+b} = \frac{b^2-4b}{4-b} = -b.$$

$$\text{г) } \left(\frac{y}{y-5} - 2y\right) : \frac{11-2y}{y-5} = \frac{y-2y^2+10y}{y-5} \cdot \frac{y-5}{11-2y} = \frac{y(11-2y)}{11-2y} = y.$$

$$\text{д) } \frac{a+8b}{2b} - \frac{3a^2}{b^2} \cdot \frac{b}{6a} = \frac{a+8b}{2b} - \frac{a}{2b} = \frac{8b}{2b} = 4.$$

$$\text{2) а) } \frac{x^2-4}{9-y^2} : \frac{x-2}{3+y} - \frac{2}{3-y} = \frac{(x-2)(x+2)}{(3-y)(3+y)} \cdot \frac{3+y}{x-2} - \frac{2}{3-y} = \frac{x+2}{3-y} -$$

$$- \frac{2}{3-y} = \frac{x}{3-y}.$$

$$6) \frac{a+b}{3a-b} + \frac{1}{a+b} \cdot \frac{a^2-b^2}{3a-b} = \frac{a+b}{3a-b} + \frac{a-b}{3a-b} = \frac{2a}{3a-b}.$$

$$B) \left( \frac{1}{x-1} - \frac{x+1}{x^2+x+1} \right) : \left( 1 + \frac{1}{x^3-1} \right) = \\ = \left( \frac{x^2+x+1-(x^2-1)}{x^3-1} \right) : \frac{x^3}{x^3-1} = \frac{(x+2) \cdot (x^3-1)}{(x^3-1) \cdot x^3} = \frac{x+2}{x^3}.$$

$$2. a) \left( \frac{m-4}{m+4} - \frac{m+4}{m-4} \right) \cdot \frac{m^2-16}{16} = \frac{(m-4)^2-(m+4)^2}{m^2-16} \cdot \frac{m^2-16}{16} = \\ = \frac{-16m}{16} = -m.$$

$$6) \left( \frac{7}{b+7} + \frac{b^2+49}{b^2-49} - \frac{7}{b-7} \right) : \frac{b+1}{2} = \frac{7b-49+b^2+49-7b-49}{b^2-49} \cdot \frac{2}{b+1} = \\ = \frac{b^2-49}{b^2-49} \cdot \frac{2}{b+1} = \frac{2}{b+1}.$$

$$3. \left( \frac{1,5x-4}{0,5x^2-x+2} - \frac{2x-14}{0,5x^3+4} + \frac{1}{x+2} \right) \cdot \frac{x+2}{4} = \\ = \left( \frac{3x-8}{x^2-2x+4} - \frac{4x-28}{x^3+8} + \frac{1}{x+2} \right) \cdot \frac{x+2}{4} = \\ = \frac{(3x-8)(x+2)-4x+28+x^2-2x+4}{(x+2)(x^2-2x+4)} \cdot \frac{x+2}{4} = \frac{4x^2-8x+16}{x^2-2x+4} \cdot \frac{1}{4} = \\ = \frac{4(x^2-2x+4)}{4(x^2-2x+4)} = 1.$$

$$4. \frac{5-\frac{b}{a}}{\frac{5a}{b}-1} - \frac{\frac{5a+b}{b}-1}{\frac{5a-b}{b}+1} = \frac{5a-b}{a} : \frac{5a-b}{b} - \frac{5a+b-b}{b} : \frac{5a-b+b}{b} = \frac{5a-b}{a} \cdot \\ \frac{b}{5a-b} - \frac{5a}{b} \cdot \frac{b}{5a} = \frac{b}{a} - 1 = \frac{b-a}{a}.$$

$$5. \left( \frac{1}{(b-y)(y-5)} - \frac{1}{(b-y)(b-5)} - \frac{1}{(b-5)(y-5)} \right) \cdot \frac{b^2-9y^2}{b^4+y^4} = \\ = \frac{b-5-y+5-b+y}{(b-y)(b-5)(y-5)} \cdot \frac{b^2-9y^2}{b^4+y^4} = 0.$$

## С-12. Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график.

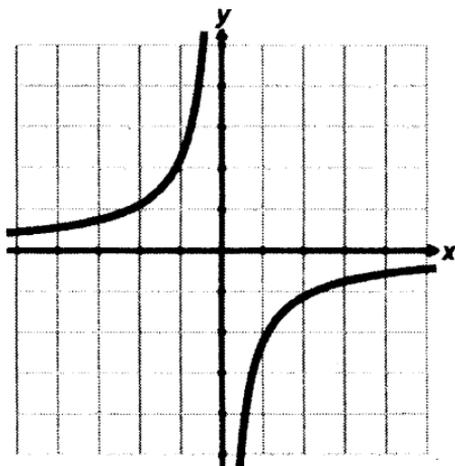
1.  $y = \frac{54}{x}$ .

$x$	-27	-6	-1	6	9	18	27	108
$y$	-2	-9	-54	9	6	3	2	0,5

2.  $y = -\frac{9}{x}$ .

a)  $y(-6) = \frac{3}{2} = 1,5$ ;  $y(-2) = \frac{9}{2} = 4,5$ ;  $y(2) = -\frac{9}{2} = -4,5$ ;  $y(6) = -\frac{3}{2} = -1,5$ .

б)  $y = -8$  при  $x = \frac{9}{8}$ ;  $y = -2,4$  при  $x = \frac{15}{4}$ ;  $y = 2,4$  при

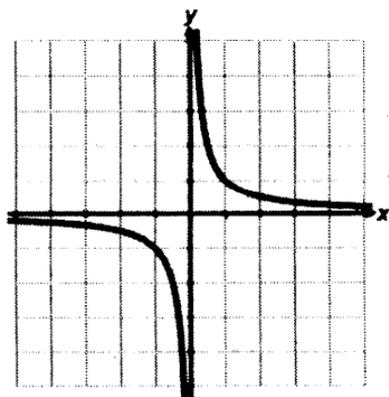


$x = -\frac{15}{4}$ ;  $y = 9$  при  $x = 1$ . в)  $y > 0$  при  $x < 0$ ;  $y < 0$  при  $x > 0$ .

3.  $y = \frac{162}{x}$ ;  $A(-6; -27)$  – принадлежит графику функции,  $B(9; 18)$  – принадлежит графику функции,  $C(162; 0)$  – не принадлежит графику функции,  $D(81; -2)$  – не принадлежит графику функции.

4.  $y = -\frac{36}{x}$ ;  $x = -y$ , тогда  $y^2 = 36$ ;  $y = \pm 6$ ;  $x = \mp 6$ .

5. а)  $y = \frac{80}{(x+5)^2 - (x-5)^2} = \frac{80}{20x} = \frac{4}{x}$ .



$$6) y = \frac{-6}{|x|} = \begin{cases} -\frac{6}{x}, & x > 0 \\ \frac{6}{x}, & x < 0 \end{cases}$$

$$в) y = \frac{2}{3|x|} = \begin{cases} \frac{2}{3x}, & x > 0 \\ -\frac{2}{3x}, & x < 0 \end{cases}$$

$$\boxed{6.} \quad mn = 24; \quad n = \frac{24}{m}; \quad n > 0; \quad m > 0.$$

### C-13. Рациональные и иррациональные числа.

$$\boxed{1.} \quad а) 12; 31.$$

$$б) -205; 0; -1.$$

$$в) -3\frac{1}{3}; -205; -4, (31); -5, 9; -1; -\frac{8}{9}.$$

$$г) \pi; 0, 0303303330 \dots$$

$$\boxed{2.} \quad 1) а) \frac{1}{6} = 0, 1666 \dots = 0, 1 (6).$$

$$б) -10 = -10, (0).$$

$$в) -\frac{1}{33} = -0, 0303 \dots = -0, (03).$$

$$г) 4, 15 = 4, 15 (0).$$

$$2) а) -\frac{1}{15} = -0, 0666 \dots = -0, 0 (6).$$

$$б) \frac{5}{32} = 0, 15625 (0).$$

$$в) \frac{7}{27} = 0, 259259 \dots = 0, (259).$$

$$г) \frac{11}{48} = 0, 2291666 \dots = 0, 2291 (6).$$

$$\boxed{3.} \quad 1) а) 0, 029 < 0, 103.$$

$$б) -126 < 0, 8.$$

$$в) -1, 23 > -1, 32.$$

$$2) а) 0 < \frac{1}{8}.$$

$$б) \frac{2}{7} < \frac{3}{8}.$$

$$в) 1, 6 < \frac{2}{3}.$$

$$3) а) -2, 4141 \dots < -2, 1414 \dots$$

$$б) 1, (42) > 1, 42. \quad в) 3\frac{1}{11} > 3, (08).$$

$$\boxed{4.} \quad а) \text{Верно.}$$

$$б) \text{Верно.}$$

$$в) \text{Верно.}$$

5. а)  $0, (3) = \frac{1}{3}$ . б)  $0,0(6) = \frac{1}{15}$ . в)  $2, (03) = \frac{67}{33}$ .

6.  $a = 2k$ ;  $b = 2m$ , где  $k$  и  $m$  целые числа, тогда  $a^2 + b^2 = 4k^2 + 4m^2 = 4(k^2 + m^2)$  – четное число.

### С-14. Арифметический квадратный корень.

1. 1) а)  $\sqrt{25} = 5$ .

б)  $\sqrt{64} = 8$ .

в)  $\sqrt{36} = 6$ .

г)  $\sqrt{100} = 10$ .

2) а)  $\sqrt{0,49} = 0,7$ .

б)  $\sqrt{1600} = 40$ .

в)  $\sqrt{0,04} = 0,2$ .

г)  $\sqrt{900} = 30$ .

3) а)  $\sqrt{\frac{1}{81}} = \frac{1}{9}$ .

б)  $\sqrt{6\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$ .

в)  $\sqrt{1\frac{11}{25}} = \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$ .

г)  $\sqrt{3\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$ .

2. а) верно,  $20^2 = 400$ .

б) неверно,  $\sqrt{49} = 7$ .

в) верно,  $1^2 = 1$ .

г) неверно  $0,3^2 = 0,09$ .

д) верно,  $0,8^2 = 0,64$ .

е) неверно,  $50^2 = 2500$ .

3. а)  $\sqrt{16} = 4$  (см).

б)  $\sqrt{81} = 9$  (дм).

в)  $\sqrt{0,25} = 0,5$  (м).

г)  $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$  (м).

4. а)  $\sqrt{16} = 4$ .

- б)  $\sqrt{1} = 1$ .  
 в)  $\sqrt{10000} = 100$ .  
 г)  $\sqrt{0,36} = 0,6$ .  
 д)  $\sqrt{\frac{1}{49}} = \frac{1}{7}$ .  
 е)  $1\frac{3}{5} = \frac{8}{5}$ ;  $\sqrt{\frac{64}{25}} = 1\frac{3}{5}$ .  
 ж)  $\sqrt{0,0001} = 0,01$ .  
 з)  $\sqrt{1,44} = 1,2$ .

**5.** 1) а)  $\sqrt{81} - \sqrt{16} = 9 - 4 = 5$ .

б)  $\sqrt{4} \cdot \sqrt{49} = 2 \cdot 7 = 14$ .

в)  $2\sqrt{9} - \sqrt{64} = 2 \cdot 3 - 8 = 6 - 8 = -2$ .

г)  $\sqrt{25} : \sqrt{400} = 5 : 20 = \frac{1}{4}$ .

2) а)  $\sqrt{0,01} - \sqrt{0,36} = 0,1 - 0,6 = -0,5$ .

б)  $\frac{1}{9}\sqrt{0,81} - 1 = \frac{1}{9} \cdot 0,9 - 1 = 0,1 - 1 = -0,9$ .

в)  $-5\sqrt{0,25} + 2,4 = -5 \cdot 0,5 + 2,4 = -2,5 + 2,4 = -0,1$ .

г)  $0,9 \cdot \sqrt{0,09} = 0,9 \cdot 0,3 = 0,27$ .

3) а)  $(\sqrt{9})^2 - 7,5 = 9 - 7,5 = 1,5$ .

б)  $6(\sqrt{\frac{5}{6}})^2 = 6 \cdot \frac{5}{6} = 5$ .

в)  $(\sqrt{0,4})^2 - 0,5 = 0,4 - 0,5 = -0,1$ .

г)  $\frac{1}{7} \cdot (\sqrt{14})^2 = \frac{1}{7} \cdot 14 = 2$ .

4) а)  $\sqrt{5^2 + 24} = \sqrt{25 + 24} = \sqrt{49} = 7$ .

б)  $\sqrt{10^2 - 4 \cdot 3^2} = \sqrt{100 - 4 \cdot 9} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$ .

в)  $\sqrt{4 \cdot (0,3^2 + 0,07)} = \sqrt{4 \cdot (0,09 + 0,07)} =$   
 $= \sqrt{4 \cdot 0,16} = \sqrt{0,64} = 0,8$ .

г)  $\sqrt{0,5^2 - 0,4^2} = \sqrt{0,25 - 0,16} = \sqrt{0,09} = 0,3$ .

**6.** 1) а)  $\sqrt{196} = 14$ .

б)  $\sqrt{289} = 17$ .

в)  $\sqrt{529} = 23$ .

г)  $\sqrt{841} = 29$ .

2) а)  $\sqrt{1,21} = 1,1$ .

б)  $\sqrt{2,56} = 1,6$ .

в)  $\sqrt{4,84} = 2,2$ .

г)  $\sqrt{7,29} = 2,7$ .

3) а)  $\sqrt{27,04} = 5,2$ .

б)  $\sqrt{32400} = 180$ .

в)  $\sqrt{92,16} = 9,6$ .

г)  $\sqrt{78400} = 280$ .

**7.** а) При  $b = 10$ ,  $\sqrt{26+b} = \sqrt{26+10} = \sqrt{36} = 6$ . При  $b = -1$ ,  $\sqrt{26+b} = \sqrt{26-1} = \sqrt{25} = 5$ .

При  $b = 23$ ,  $\sqrt{26+b} = \sqrt{26+23} = \sqrt{49} = 7$ . При  $b = -17$ ,  $\sqrt{26+b} = \sqrt{26-17} = \sqrt{9} = 3$ . При  $b =$

$= 74$ ,  $\sqrt{26+b} = \sqrt{26+74} = \sqrt{100} = 10$ .

б) При  $a = 58$ ,  $c = 6$ ,  $\sqrt{a+c} = \sqrt{58+6} = \sqrt{64} = 8$ . При  $a = 54$ ,  $c = -18$ ,  $\sqrt{a+c} = \sqrt{54-18} = \sqrt{36} = 6$ . При

$a = \frac{1}{4}$ ,  $c = \frac{4}{9}$ ,  $\sqrt{a+c} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{9+16}{36}} = \sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6}$ .

При  $a = 0,47$ ,  $c = 0,34$ ,  $\sqrt{a+c} = \sqrt{0,47+0,34} = \sqrt{0,81} = 0,9$ . При  $a = -0,27$ ,  $c = 0,63$ ,  $\sqrt{a+c} =$

$= \sqrt{-0,27+0,63} = \sqrt{0,36} = 0,6$ .

в) При  $x = 1$ ,  $x - 3\sqrt{x} = 1 - 3 = -2$ . При  $x = 9$ ,  $x -$

$- 3\sqrt{x} = 9 - 3 \cdot 3 = 0$ . При  $x = 0,16$ ,  $x - 3\sqrt{x} = 0,16 -$

$- 3 \cdot 0,4 = 0,16 - 1,2 = -1,04$ . При  $x = 0,01$ ,  $x - 3\sqrt{x} =$

$= 0,01 - 3 \cdot 0,1 = -0,29$ . При  $x = 400$ ,  $x - 3\sqrt{x} = 400 -$

$- 3 \cdot 20 = 340$ .

**8.** 1) а)  $y = 0$ .

б)  $y = 16$ .

в)  $y = 1$ .

г)  $y = 0,09$ .

2) а)  $y = 900$ . б)  $y = 64$ .

в) не при каком  $y$ .

г)  $y = \pm \frac{1}{16}$ .

3) а)  $y = \frac{1}{25}$ .

б) не при каком  $y$ .

в)  $y = \frac{49}{9}$ .

г) не при каком  $y$ .

9. 1) а)  $\sqrt{1225} - \sqrt{2116} = 35 - 46 = 11$ .

б)  $3\sqrt{0,1024} - \sqrt{0,3136} = 0,96 - 0,56 = 0,4$ .

в)  $0,2\sqrt{676} + \sqrt{23,04} = 5,2 + 4,8 = 10$ .

2) а)  $\frac{3}{\sqrt{1089}} - \sqrt{\frac{49}{121}} = \frac{3}{33} - \frac{7}{11} = -\frac{6}{11}$ .

б)  $\frac{1}{\sqrt{289}} + \sqrt{2,25} = \frac{1}{17} + 1,5 = \frac{53}{34}$ .

в)  $\sqrt{961 + 2 \cdot 31 \cdot 47 + 2209} = \sqrt{(31 + 47)^2} = 31 + 47 = 78$ .

10. 1) а)  $7\sqrt{x} = 4$ ;  $\sqrt{x} = \frac{4}{7}$ ;  $x = \frac{16}{49}$ .

б)  $\sqrt{5x} = 2$ ;  $5x = 4$ ;  $x = \frac{4}{5}$ .

в)  $\frac{1}{2\sqrt{x}} = 5$ ;  $2\sqrt{x} = \frac{1}{5}$ ;  $\sqrt{x} = \frac{1}{10}$ ;  $x = \frac{1}{100}$ .

г)  $(\sqrt{x})^2 = 16$ ;  $x = 16$ .

2) а)  $a\sqrt{x-1} = 3$ ;  $x-1 = \frac{9}{a^2}$ ;  $x = 1 + \frac{9}{a^2}$ .

б)  $\frac{2}{\sqrt{x+3}} = 3$ ;  $\sqrt{x+3} = \frac{2}{3}$ ;  $x+3 = \frac{4}{9}$ ;  $x = -\frac{23}{9}$ .

в)  $\frac{18}{6-\sqrt{x}} = 6$ ;  $6-\sqrt{x} = \frac{18}{6}$ ;  $\sqrt{x} = 6-3$ ;  $\sqrt{x} = 3$ ;  $x = 9$ .

г)  $\sqrt{7 + \sqrt{6 - \sqrt{x}}} = 3$ ;  $7 + \sqrt{6 - \sqrt{x}} = 9$ ;  $\sqrt{6 - \sqrt{x}} = 2$ ;  $6 - \sqrt{x} = 4$ ;  $\sqrt{x} = 2$ ;  $x = 4$ .

11. 1) а)  $x \geq 0$ .

б)  $x \leq 0$ .

в) при любых  $x$ .

г)  $x \leq 0$ .

2) а)  $x > 0$ .

б)  $x < 0$ .

в)  $x \geq 0$  и  $x \neq 9$ .

г)  $x = 0$ .

### С-15. Решение уравнений вида $x^2 = a$ .

1. а) Имеет  $x = \pm 5$ .

б) Имеет  $x = \pm\sqrt{39}$ .

в) Имеет  $x = 0$ .

г) Не имеет,  $x^2 \geq 0$ .

**2.** а)  $x \approx \pm 1, 4$ .

б)  $x \approx \pm 2, 6$ .

в)  $x \approx \pm 2, 3$ .

**3.** 1) а)  $x^2 = 36$ ;  $x = \pm 6$ .

б)  $x^2 = 0, 16$ ;  $x = \pm 0, 4$ .

в)  $x^2 = 144$ ;  $x = \pm 12$ .

г)  $x^2 = \frac{4}{49}$ ;  $x = \pm \frac{2}{7}$ .

2) а)  $x^2 = 5$ ;  $x = \pm \sqrt{5}$ .

б)  $x^2 = 15$ ;  $x = \pm \sqrt{15}$ .

в)  $x^2 = 2, 5$ ;  $x = \pm \sqrt{2, 5}$ .

г)  $x^2 = 0, 9$ ;  $x = \pm \sqrt{0, 9}$ .

3) а)  $x^2 - 0, 2 = 0, 05$ ;  $x^2 = 0, 25$ ;  $x = \pm 0, 5$ .

б)  $49 + x^2 = 50$ ;  $x^2 = 1$ ;  $x = \pm 1$ .

в)  $64 + y^2 = 0$ ;  $y^2 = -64$  - нет решений.

г)  $\frac{1}{4}c^2 = 7$ ;  $c^2 = 28$ ;  $c = \pm \sqrt{28}$ .

4) а)  $(y + 2)^2 = 49$ ;  $y + 2 = \pm 7$ ;  $y = \pm 7 - 2$ ;  $y = 5$  и  $y = -9$ .

б)  $(x - 5)^2 = 16$ ;  $x - 5 = \pm 4$ ;  $x = 5 \pm 4$ ;  $x = 9$  и  $x = 1$ .

в)  $(x - 11)^2 = 81$ ;  $x - 11 = \pm 9$ ;  $x = 11 \pm 9$ ;  $x = 20$  и  $x = 2$ .

г)  $(y + 1)^2 = \frac{9}{64}$ ;  $y + 1 = \pm \frac{3}{8}$ ;  $y = -1 - \frac{3}{8}$  и  $y = -\frac{5}{8}$ .

**4.** 1)  $x^2 = 25$ ;  $x = \pm 5$ .

2)  $x^2 = -6$ .

3)  $x^2 = \frac{4}{9}$ ;  $x = \pm \frac{2}{3}$ .

4)  $x^2 = 3$ ;  $x = \pm \sqrt{3}$ .

**5.** а) При  $\frac{x}{y} \geq 0$ .

б) При  $x^3 y \geq 0$ .

в) При  $\frac{x}{y} \leq 0$ .

г) При  $y \geq 0$ .

**6.** а)  $y^2 = (\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})$ ;  $y^2 = 7 - 3$ ;  $y^2 =$

$$= 4; \quad y = \pm 2.$$

$$\text{б) } (\sqrt{5y})^2 = 10; \quad 5y = 100; \quad y = 20.$$

**7.** Так как  $m \in N$ , то  $3 + 10m \in N$  и заканчивается на 3, ни одно натуральное число, возведенное в квадрат не заканчивается на 3, значит,  $\sqrt{3 + 10m}$  не может быть натуральным числом.

### **С-16. Нахождение приближенных значений квадратного корня.**

**1.** 1) а)  $4 < \sqrt{17} < 5$ .

б)  $7 < \sqrt{50} < 8$ .

в)  $11 < \sqrt{140} < 12$ .

г)  $2 < \sqrt{6} < 3$ .

2) а)  $0 < \sqrt{0,7} < 1$ .

б)  $1 < \sqrt{2,4} < 2$ .

в)  $-4 < -\sqrt{10} < -3$ .

г)  $-6 < -\sqrt{26,5} < -5$ .

**2.** 1) а)  $\sqrt{2} \approx 1,4$ .

б)  $\sqrt{7} \approx 2,6$ .

в)  $\sqrt{10} \approx 3,2$ .

2) а)  $\sqrt{2,5} \approx 1,6$ .

б)  $-\sqrt{6} \approx -2,5$ .

в)  $-\sqrt{8,5} \approx -2,9$ .

**3.** 1) а)  $\sqrt{8} \approx 2,83$ .

б)  $\sqrt{31} \approx 5,57$ .

в)  $\sqrt{0,6} \approx 0,77$ .

г)  $-\sqrt{5,6} \approx -2,37$ .

д)  $\sqrt{0,6425} \approx 0,80$ .

е)  $\sqrt{378} \approx 19,44$ .

2) а)  $7 - \sqrt{10} \approx 3,84$ .

б)  $\sqrt{55} + \sqrt{27} \approx 12,61$ .

в)  $\sqrt{3,4 \cdot 9,7} \approx 5,74$ .

г)  $9,2 + 7\sqrt{2,5} \approx 20,27$ .

3) а)  $\sqrt{6} - \sqrt{8} \approx 1,78$ .

б)  $\sqrt{\sqrt{7}} \approx 1,63$ .

в)  $\sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{5}} \approx 1,99$ .

4) При  $a = 0,9$ ,  $\sqrt{9+a} = \sqrt{9+0,9} \approx 3,15$ .

При  $a = 04,5$ ,  $\sqrt{9+a} = \sqrt{9+4,5} \approx 3,67$ .

При  $a = 29,1$ ,  $\sqrt{9+a} = \sqrt{9+29,1} \approx 6,71$ .

При  $a = 695,9$ ,  $\sqrt{9+a} = \sqrt{9+695,9} \approx 26,55$ .

**4.** а)  $a \approx 5,9$ .

б)  $a \approx 27,9$ .

### С-17. Функция $y = \sqrt{x}$ .

**1.** 1)  $\sqrt{1} = 1$ ;  $\sqrt{5} \approx 2,2$ ;  $\sqrt{7} \approx 2,6$ ;  $\sqrt{9} = 3$ .

2)  $\sqrt{0,5} \approx 0,7$ ;  $\sqrt{3} \approx 1,7$ ;  $\sqrt{4,5} \approx 2,1$ ;  $\sqrt{6,3} \approx 2,5$ .

3)  $\sqrt{x} = 0$  при  $x = 0$ ;  $\sqrt{x} = 1$  при  $x = 1$ ;  $\sqrt{x} = 5$  при  $x = 25$ ;

$\sqrt{x} = 2,3$  при  $x = 5,29$ ;  $\sqrt{x} = 3$  при  $x = 9$ ;

$\sqrt{x} = 0,6$  при  $x = 0,36$ ;  $\sqrt{x} = 1,2$  при  $x = 1,44$ ;

$\sqrt{x} = 2,7$  при  $x = 7,29$ ;  $\sqrt{x} = 3,1$  при  $x = 9,61$ .

**2.** а)  $\sqrt{0,8} < 1$ .

б)  $2 > \sqrt{3,7}$ .

в)  $\sqrt{1,6} < \sqrt{2,4}$ .

г)  $\sqrt{8,5} > \sqrt{6,5}$ .

**3.** а) Пересекает.

б) Пересекает.

в) Пересекает.

г) Не пересекает.

**4.** 1) Точки  $A(16;4)$ ,  $B(100;10)$ ,  $O(0;0)$  – принадлежат графику функции  $y = \sqrt{x}$ , а точки  $M(3;9)$ ,  $K(-36;6)$  – не принадлежат.

2) Точки  $C(144; 12)$ ,  $D(1600; 40)$ ,  $E(0, 81; 0, 9)$  – принадлежат графику функции  $y = \sqrt{x}$ , а точки  $N(900; -30)$ ,  $P(0, 5; 0, 25)$  – не принадлежат.

5. 1) а)  $\sqrt{31} < \sqrt{32}$ .

б)  $\sqrt{1,8} > \sqrt{0,8}$ .

в)  $\sqrt{38} > 6$ .

г)  $9 > \sqrt{80}$ .

2) а)  $\sqrt{\frac{1}{15}} > \sqrt{\frac{1}{16}}$ .

б)  $\sqrt{1,69} = 1,3$ .

в)  $1,6 > \sqrt{2,25}$ .

г)  $\frac{2}{3} < \sqrt{\frac{5}{9}}$ .

6. а)  $3 < \sqrt{15} < 4 < \sqrt{16,5} < \sqrt{19}$ .

б)  $0,2 < \frac{1}{4} < \sqrt{\frac{1}{11}} < \sqrt{0,1}$ .

7. а) Пересекает.

б) Пересекает.

в) Не пересекает.

г) Пересекает.

д) Пересекает.

е) Не пересекает.

8. а) 2; 3.

б) 9.

в) никакие.

г) -1.

д) никакие.

е) -4; -3; -2; -1; 0; 1.

### С-18. Квадратный корень из произведения. Произведение корней.

1. 1) а)  $\sqrt{16 \cdot 25} = 4 \cdot 5 = 20$ .

- б)  $\sqrt{49 \cdot 64} = 7 \cdot 8 = 56$ .  
 в)  $\sqrt{9 \cdot 1600} = 3 \cdot 40 = 120$ . г)  $\sqrt{400 \cdot 36} = 20 \cdot 6 = 120$ .  
 2) а)  $\sqrt{0,36 \cdot 81} = 0,6 \cdot 9 = 5,4$ .  
 б)  $\sqrt{0,25 \cdot 64} = 0,5 \cdot 8 = 4$ .  
 в)  $\sqrt{16 \cdot 1,44} = 4 \cdot 1,2 = 4,8$ .  
 г)  $\sqrt{900 \cdot 0,49} = 30 \cdot 0,7 = 21$ .  
 3) а)  $\sqrt{0,04 \cdot 0,64} = 0,2 \cdot 0,8 = 0,16$ .  
 б)  $\sqrt{0,16 \cdot 0,81} = 0,4 \cdot 0,9 = 0,36$ .  
 в)  $\sqrt{2,25 \cdot 0,09} = 1,5 \cdot 0,3 = 0,45$ .  
 г)  $\sqrt{0,25 \cdot 1,21} = 0,5 \cdot 1,1 = 0,55$ .  
 4) а)  $\sqrt{16 \cdot 49 \cdot 0,25} = 4 \cdot 7 \cdot 0,5 = 14$ .  
 б)  $\sqrt{169 \cdot 6,25 \cdot 0,04} = 13 \cdot 2,5 \cdot 0,2 = 6,5$ .  
 в)  $\sqrt{1,96 \cdot 0,09 \cdot 0,01} = 1,4 \cdot 0,3 \cdot 0,1 = 0,042$ .

- 2.** 1) а)  $\sqrt{90 \cdot 250} = \sqrt{9 \cdot 25 \cdot 100} = 3 \cdot 5 \cdot 10 = 150$ .  
 б)  $\sqrt{360 \cdot 10} = \sqrt{36 \cdot 100} = 6 \cdot 10 = 60$ .  
 в)  $\sqrt{8 \cdot 32} = \sqrt{16 \cdot 16} = 16$ .  
 г)  $\sqrt{18 \cdot 200} = \sqrt{36 \cdot 100} = 60$ .  
 д)  $\sqrt{3 \cdot 48} = \sqrt{9 \cdot 16} = 3 \cdot 4 = 12$ .  
 2) а)  $\sqrt{1,6 \cdot 90} = \sqrt{16 \cdot 9} = 4 \cdot 3 = 12$ .  
 б)  $\sqrt{4,9 \cdot 250} = \sqrt{49 \cdot 25} = 7 \cdot 5 = 35$ .  
 в)  $\sqrt{3,6 \cdot 0,4} = \sqrt{36 \cdot 0,04} = 6 \cdot 0,2 = 1,2$ .  
 г)  $\sqrt{14,4 \cdot 0,9} = \sqrt{144 \cdot 0,09} = 12 \cdot 0,3 = 3,6$ .  
 д)  $\sqrt{5 \cdot 125} = \sqrt{25 \cdot 25} = 25$ .

- 3.** 1) а)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{45} = \sqrt{5 \cdot 45} = \sqrt{25 \cdot 9} = 5 \cdot 3 = 15$ .  
 б)  $\sqrt{8} \cdot \sqrt{50} = \sqrt{8 \cdot 50} = \sqrt{16 \cdot 25} = 4 \cdot 5 = 20$ .  
 в)  $\sqrt{11} \cdot \sqrt{99} = \sqrt{11 \cdot 99} = \sqrt{11^2 \cdot 9} = 11 \cdot 3 = 33$ .  
 г)  $\sqrt{15} \cdot \sqrt{60} = \sqrt{15 \cdot 60} = \sqrt{15^2 \cdot 4} = 15 \cdot 2 = 30$ .  
 2) а)  $\sqrt{12,5} \cdot \sqrt{32} = \sqrt{12,5 \cdot 32} = \sqrt{25 \cdot 16} = 5 \cdot 4 = 20$ .  
 б)  $\sqrt{4,5} \cdot \sqrt{128} = \sqrt{4,5 \cdot 128} = \sqrt{9 \cdot 64} = 3 \cdot 8 = 24$ .  
 в)  $\sqrt{0,9} \cdot \sqrt{4,9} = \sqrt{0,9 \cdot 4,9} = \sqrt{0,09 \cdot 49} = 0,3 \cdot 7 = 2,1$ .  
 г)  $\sqrt{300} \cdot \sqrt{0,27} = \sqrt{300 \cdot 0,27} = \sqrt{81} = 9$ .  
 3) а)  $\sqrt{13} \cdot \sqrt{26} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{13 \cdot 26 \cdot 2} = \sqrt{13^2 \cdot 2^2} = 13 \cdot 2 = 26$ .  
 б)  $\sqrt{\frac{1}{7}} \cdot \sqrt{\frac{7}{11}} \cdot \sqrt{\frac{11}{16}} = \sqrt{\frac{1}{7} \cdot \frac{7}{11} \cdot \frac{11}{16}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$ .

$$в) \sqrt{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{2}{5} \cdot 2 \cdot \frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{2^2}{5^2}} = \frac{2}{5}.$$

$$\boxed{4.} \text{ а) } \sqrt{26} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{13}.$$

$$б) \sqrt{95} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{19}.$$

$$в) \sqrt{11x} = \sqrt{11} \cdot \sqrt{x}. \text{ г) } \sqrt{6a} = \sqrt{6} \cdot \sqrt{a}.$$

$$\boxed{5.} \text{ а) } \sqrt{52900} = \sqrt{529} \cdot \sqrt{100} = 23 \cdot 10 = 230.$$

$$б) \sqrt{313600} = \sqrt{3136} \cdot \sqrt{100} = 56 \cdot 10 = 560.$$

$$в) \sqrt{4840000} = \sqrt{484} \cdot \sqrt{10000} = 22 \cdot 100 = 2200.$$

$$\boxed{6.} \text{ а) } \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17.$$

$$б) \sqrt{61^2 - 60^2} = \sqrt{(61 - 60)(61 + 60)} = \sqrt{121} = 11.$$

$$в) \sqrt{1,3^2 - 1,2^2} = \sqrt{(1,3 - 1,2)(1,3 + 1,2)} = \\ = \sqrt{0,1 \cdot 2,5} = \sqrt{0,25} = 0,5.$$

$$\boxed{7.} \text{ а) } \sqrt{5000} = \sqrt{50} \cdot \sqrt{100} \approx 7,07 \cdot 10 = 70,7.$$

$$б) \sqrt{0,5} = \sqrt{50} \cdot \sqrt{0,01} \approx 7,07 \cdot 0,1 = 0,707.$$

$$в) \sqrt{200} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{50} \approx 2 \cdot 7,07 = 14,14.$$

$$г) \sqrt{800} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{50} \approx 4 \cdot 7,07 = 28,28.$$

### С-19. Квадратный корень из дроби. Частное корней.

$$\boxed{1.} \text{ 1) а) } \sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{6}{7}.$$

$$б) \sqrt{\frac{25}{64}} = \frac{5}{8}.$$

$$в) \sqrt{\frac{9}{100}} = \frac{3}{10}.$$

$$г) \sqrt{\frac{81}{121}} = \frac{9}{11}.$$

$$2) \text{ а) } \sqrt{5\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}.$$

$$б) \sqrt{2\frac{14}{25}} = \sqrt{\frac{64}{25}} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}.$$

$$в) \sqrt{1\frac{15}{49}} = \sqrt{\frac{64}{49}} = \frac{8}{7} = 1\frac{1}{7}.$$

$$г) \sqrt{13\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{121}{9}} = \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}.$$

$$\boxed{2.} \text{ а) } \sqrt{\frac{5}{11}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{11}}.$$

$$\text{б) } \sqrt{\frac{8}{15}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{15}}.$$

$$\text{в) } \sqrt{\frac{x}{2}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{г) } \sqrt{\frac{6}{a}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{a}}.$$

$$\boxed{3.} \text{ 1) а) } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{48}} = \sqrt{\frac{3}{48}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{52}}{\sqrt{13}} = \sqrt{\frac{52}{13}} = \sqrt{4} = 2.$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{27}} = \sqrt{\frac{12}{27}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{г) } \frac{\sqrt{4500}}{\sqrt{500}} = \sqrt{\frac{4500}{500}} = \sqrt{9} = 3.$$

$$\text{2) а) } \frac{\sqrt{7,2}}{\sqrt{0,2}} = \sqrt{\frac{7,2}{0,2}} = \sqrt{36} = 6.$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{12,5}} = \sqrt{\frac{98}{12,5}} = \sqrt{\frac{196}{25}} = \frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}.$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{2,5}}{\sqrt{40}} = \sqrt{\frac{2,5}{40}} = \sqrt{\frac{25}{400}} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{г) } \frac{\sqrt{1,8}}{\sqrt{12,8}} = \sqrt{\frac{1,8}{12,8}} = \sqrt{\frac{18}{128}} = \sqrt{\frac{9}{64}} = \frac{3}{8}.$$

$$\boxed{4.} \quad S_1 = 3^2, \quad S_2 = 75^2, \quad S_1 = a_1^2, \quad S_2 = a_2^2;; \quad \frac{a_2}{a_1} = \frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S_1}} = \sqrt{\frac{75}{3}} = \sqrt{25} = 5. \text{ Ответ: в 5 раз.}$$

$$\boxed{5.} \text{ а) При } b > 0, \quad x > 0, \quad \sqrt{\frac{b}{x}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{x}}.$$

$$\text{б) При } b < 0, \quad x < 0, \quad \sqrt{\frac{b}{x}} = \frac{\sqrt{-b}}{\sqrt{-x}}.$$

$$\boxed{6.} \quad S_1 = \pi R_1^2; \quad S_2 = \pi R_2^2; \quad R_1 = 4(\text{см}); \quad \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi R_1^2}{\pi R_2^2} = \frac{1}{16}; \quad \frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{1}{16}}; \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{4}; \quad 4R_1 = R_2; \quad R_2 = 4 \cdot 4 = 16(\text{см}). \text{ Ответ: 16 см.}$$

### С-20. Квадратный корень из степени.

$$\boxed{1.} \text{ 1) а) } \sqrt{(4,3)^2} = 4,3.$$

$$\text{б) } \sqrt{(-3, 1)^2} = |-3, 1| = 3, 1.$$

$$\text{в) } \sqrt{(-0, 7)^2} = |-0, 7| = 0, 7.$$

$$\text{г) } \sqrt{(5, 81)^2} = 5, 81.$$

$$2) \text{ а) } 2\sqrt{(-43)^2} = 2 \cdot 43 = 86.$$

$$\text{б) } 6\sqrt{(2, 5)^2} = 6 \cdot 2, 5 = 15.$$

$$\text{в) } 0, 1\sqrt{(-93)^2} = 0, 1 \cdot 93 = 9, 3.$$

$$\text{г) } -0, 3 \cdot \sqrt{33^2} = -0, 3 \cdot 33 = -9, 9.$$

$$3) \text{ а) } \sqrt{8^4} = 8^2 = 64.$$

$$\text{б) } \sqrt{10^6} = 10^3 = 1000.$$

$$\text{в) } \sqrt{5^8} = 5^4 = 625.$$

$$\text{г) } \sqrt{2^{12}} = 2^6 = 64.$$

$$4) \text{ а) } \sqrt{(-3)^4} = 3^2 = 9.$$

$$\text{б) } \sqrt{(-2)^8} = 2^4 = 16.$$

$$\text{в) } \sqrt{(-5)^6} = 5^3 = 125.$$

$$\text{г) } \sqrt{(-2)^{10}} = 2^5 = 32.$$

$$5) \text{ а) } \sqrt{(-1, 1)^4} = 1, 1^2 = 1, 21.$$

$$\text{б) } \sqrt{(0, 3)^6} = 0, 3^3 = 0, 027.$$

$$\text{в) } \sqrt{2^6 \cdot 7^2} = 2^3 \cdot 7 = 8 \cdot 7 = 56.$$

$$\text{г) } \sqrt{3^8 \cdot 5^2} = 3^4 \cdot 5 = 81 \cdot 5 = 405.$$

$$\boxed{2.} \text{ 1) а) } a\sqrt{a^2} = a|a|.$$

$$\text{б) } \sqrt{x^2} = |x|.$$

$$\text{в) } 0, 8\sqrt{c^2} = 0, 8|c|.$$

$$\text{г) } -0, 1\sqrt{p^2} = -0, 1|p|.$$

$$2) \text{ а) } \sqrt{y^4} = y^2.$$

$$\text{б) } \sqrt{a^6} = |a^3|.$$

$$\text{в) } \sqrt{x^8} = x^4.$$

$$\Gamma) \sqrt{(b-3)^2} = |b-3|.$$

$$\boxed{3.} \quad 1) \text{ а) При } p > 0, \quad \sqrt{p^2} = |p| = p.$$

$$\text{б) При } a < 0, \quad \sqrt{a^2} = |a| = -a.$$

$$\text{в) При } n \geq 0, \quad \sqrt{0,64n^2} = 0,8|n| = 0,8n.$$

$$\text{г) При } b \leq 0, \quad \sqrt{0,36b^2} = 0,6|b| = -0,6b.$$

$$2) \text{ а) При } c < 0, \quad -2\sqrt{0,25c^2} = -2 \cdot 0,5 \cdot |c| = c.$$

$$\text{б) } \sqrt{a^4} = a^2.$$

$$\text{в) При } m \leq 0, \quad \sqrt{m^6} = |m^3| = -m^3.$$

$$\text{г) } \sqrt{p^8} = p^4.$$

$$\text{д) При } b \geq 0; \quad \sqrt{b^{10}} = |b^5| = b^5.$$

$$\text{е) При } n < 0, \quad \sqrt{n^{18}} = |n^9| = -n^9.$$

$$3) \text{ а) При } x > 0, \quad -\sqrt{0,49x^6} = -0,7|x^3| = -0,7x^3.$$

$$\text{б) } 0,1\sqrt{900a^{12}} = 0,1 \cdot 30 \cdot a^6 = 3a^6.$$

$$\text{в) При } mM = 0, \quad 5,5\sqrt{0,04m^{14}} = 5,5 \cdot 0,2 \cdot |m^7| = -1,1m^7.$$

$$\text{г) При } y < 0, \quad -10\sqrt{0,81y^{22}} = -10 \cdot 0,9|y^{11}| = 9y^{11}.$$

$$\boxed{4.} \quad \text{а) } \sqrt{15876} = \sqrt{2^2 \cdot 3^4 \cdot 7^2} = 2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 126.$$

$$\text{б) } \sqrt{46656} = \sqrt{2^6 \cdot 3^6} = 2^3 \cdot 3^3 = 216.$$

$$\text{в) } \sqrt{213444} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \cdot 11^2} = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 = 462.$$

$$\boxed{5.} \quad 1) \text{ а) При } x \leq 0, \quad \sqrt{\frac{x^6 y^{12}}{m^8}} = \frac{|x^3 y^6|}{m^4} = -\frac{x^3 y^6}{m^4}.$$

$$\text{б) При } a \leq 0, \quad -a\sqrt{a^2 b^{20}} = -a|a|b^{10} = a^2 b^{10}.$$

$$\text{в) При } c < 0, \quad 2c^3 \sqrt{\frac{p^{24}}{c^2}} = 2c^3 \cdot \frac{p^{12}}{|c|} = -2c^2 p^{12}.$$

$$\text{г) При } m > 0, \quad -\frac{3}{7m^2} \sqrt{m^{10} n^8} = -\frac{3}{7m^2} \cdot |m^5| n^4 = -\frac{3m^3 n^4}{7}.$$

$$2) \text{ а) При } x > y, \quad \sqrt{(x-y)^2} = |x-y| = x-y.$$

$$\text{б) При } a > -4, \quad \sqrt{16+8a+a^2} = \sqrt{(4+a)^2} = |4+a| = a+4.$$

$$\text{в) } \sqrt{11+4\sqrt{7}} = \sqrt{7+4\sqrt{7}+4} = \sqrt{(2+\sqrt{7})^2} = 2+\sqrt{7}.$$

$$\text{г) } \sqrt{59-30\sqrt{2}} = \sqrt{(5\sqrt{2}-3)^2} = 5\sqrt{2}-3.$$

**C-21. Вынесение множителя из-под знака корня.  
Внесение множителя под знак корня.**

**1.** 1) а)  $\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = 3\sqrt{5}$ .

б)  $\sqrt{52} = \sqrt{4 \cdot 13} = 2\sqrt{13}$ .

в)  $\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = 5\sqrt{3}$ .

г)  $\sqrt{112} = \sqrt{16 \cdot 7} = 4\sqrt{7}$ .

2) а)  $0,1\sqrt{300} = 0,1\sqrt{100 \cdot 3} = 0,1 \cdot 10 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}$ .

б)  $-\frac{1}{3}\sqrt{27} = -\frac{1}{3}\sqrt{9 \cdot 3} = -\frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{3} = -\sqrt{3}$ .

в)  $\frac{2}{7}\sqrt{98} = \frac{2}{7}\sqrt{2 \cdot 49} = \frac{2}{7} \cdot 7\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ .

г)  $-0,05\sqrt{4400} = -0,05\sqrt{400 \cdot 11} = -0,05 \cdot 20\sqrt{11} = -\sqrt{11}$ .

3) а)  $\sqrt{7^2 \cdot 5} = 7\sqrt{5}$ .

б)  $\sqrt{5^4 \cdot 3} = 5^2\sqrt{3} = 25\sqrt{3}$ .

в)  $\sqrt{6^2 \cdot 5^3} = 6 \cdot 5\sqrt{5} = 30\sqrt{5}$ .

г)  $\sqrt{2^5 \cdot 3^3} = 2^2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = 12\sqrt{6}$ .

4) а) При  $c \geq 0$ ,  $\sqrt{13c^2} = |c|\sqrt{13} = c\sqrt{13}$ .

б)  $\sqrt{a^3} = a\sqrt{a}$ .

в) При  $x < 0$ ,  $\sqrt{2x^6} = |x^3|\sqrt{2} = -x^3\sqrt{2}$ .

г)  $\sqrt{7y^7} = y^3\sqrt{7y}$ . 5) а)  $\sqrt{16x^5} = 4x^2\sqrt{x}$ .

б) При  $a \leq 0$ ,  $\sqrt{50a^2} = 5|a|\sqrt{2} = -5\sqrt{2}a$ .

в)  $\sqrt{28b^7} = 2b^3\sqrt{7b}$ .

г)  $\sqrt{\frac{5y^3}{49}} = \frac{y}{7} \cdot \sqrt{5y}$ .

**2.** 1) а)  $7\sqrt{2} = \sqrt{98}$ .

б)  $3\sqrt{11} = \sqrt{99}$ .

в)  $-2\sqrt{6} = -\sqrt{24}$ .

г)  $-10\sqrt{5} = -\sqrt{500}$ .

2) а)  $6\sqrt{c} = \sqrt{36c}$ .

б)  $\frac{1}{3}\sqrt{27a} = \sqrt{3a}$ .

в)  $-0,2\sqrt{10x} = -\sqrt{0,4x}$ .

г)  $7\sqrt{\frac{1}{7}n} = \sqrt{7n}$ .

**3.** 1) а)  $3\sqrt{5} > \sqrt{42}$ .

б)  $\sqrt{22} < 2\sqrt{7}$ .

в)  $6\sqrt{2} > 2\sqrt{6}$ .

2) а)  $\frac{1}{2}\sqrt{76} < \frac{2}{3}\sqrt{45}$ .

б)  $\frac{2}{7}\sqrt{147} < 6\sqrt{\frac{5}{12}}$ .

в)  $0,3\sqrt{3\frac{1}{3}} < 0,4\sqrt{2\frac{1}{2}}$ .

3) а)  $4\sqrt{5} > \sqrt{45}$ .

б)  $2\sqrt{98} < 3\sqrt{72}$ .

в)  $5\sqrt{63} > 3\sqrt{112}$ .

**4.** а) При  $b < 0$ ,  $\sqrt{16ab^2} = -4b\sqrt{a}$ .

б) При  $y \leq 0$ ,  $\sqrt{75x^3y^6} = -5xy^3\sqrt{3x}$ .

в)  $\sqrt{-27a^5} = 3a^2\sqrt{-3a}$ .

г)  $\sqrt{8(x+y)^3} = 2(x+y)\sqrt{2(x+y)}$ .

**5.** а) При  $m \leq 0$ ,  $m\sqrt{7} = -\sqrt{7m^2}$ .

б) При  $x < 0$ ,  $x^3\sqrt{3} = -\sqrt{3x^6}$ .

в)  $a\sqrt{-a}$ ,  $a \leq 0$ ;  $a\sqrt{-a} = -\sqrt{-a^3}$ .

г)  $b\sqrt{\frac{5}{b}}$ ,  $b > 0$ ,  $b\sqrt{\frac{5}{b}} = \sqrt{5b}$ .

д)  $(m+n)\sqrt{m+n}$ ;  $m+n \geq 0$ ;  $(m+n)\sqrt{m+n} = \sqrt{(m+n)^3}$ .

е)  $(b-a)\sqrt{a-b}$ ;  $a-b \geq 0$ ,  $b-a \leq 0$ ;  $(b-a)\sqrt{a-b} = -\sqrt{(a-b)^3}$ .

**6.** а) При  $b > 5$ ;  $(b-5)\sqrt{\frac{3}{b^2-10b+25}} = \sqrt{\frac{3(b-5)^2}{(b-5)^2}} = \sqrt{3}$ .

б) При  $a+b < 0$ ;  $(a+b)\sqrt{\frac{1}{a^2+2ab+b^2}} = -\sqrt{\frac{(a+b)^2}{(a+b)^2}} = -1$ .

**С-22. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни.**

**1.** 1) а)  $2\sqrt{a} + 6\sqrt{a} - 7\sqrt{a} = \sqrt{a}$ .

$$6) 4\sqrt{x} + 2\sqrt{x} - 5\sqrt{x} = \sqrt{x}.$$

$$B) \sqrt{49c} - \sqrt{16c} + \sqrt{25c} = 7\sqrt{c} - 4\sqrt{c} + 5\sqrt{c} = 8\sqrt{c}.$$

$$r) \sqrt{32} + \sqrt{18} - \sqrt{50} = 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 2\sqrt{2}.$$

$$2) a) \sqrt{8m} - 0,2\sqrt{200m} + 3\sqrt{72m} = 2\sqrt{2m} - 2\sqrt{2m} + 18\sqrt{2m} = 18\sqrt{2m}.$$

$$6) 3\sqrt{12b} + 0,5\sqrt{108k} - 2\sqrt{48b} + 0,01\sqrt{300k} = 6\sqrt{3b} + 3\sqrt{3k} - 8\sqrt{3b} + 0,1\sqrt{3k} = 3,1\sqrt{3k} - 2\sqrt{3b}.$$

$$3) a) \sqrt{6}(\sqrt{24} - \sqrt{54}) = \sqrt{6}(2\sqrt{6} - 3\sqrt{6}) = -6.$$

$$6) (7\sqrt{2} - \sqrt{98} + \sqrt{10}) \cdot \sqrt{2} = (7\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + \sqrt{10}) \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{5}.$$

$$B) 2\sqrt{3}(3 - 4\sqrt{75}) - 3\sqrt{12} = 6\sqrt{3} - 8\sqrt{225} - 6\sqrt{3} = -120.$$

$$r) \sqrt{18} - (\sqrt{14} - 2\sqrt{7})\sqrt{7} = 3\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 14 = 14 - 4\sqrt{2}.$$

$$\boxed{2.} 1) a) (1 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2}) = 3 + \sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 2 = 1 - 2\sqrt{2}.$$

$$6) (\sqrt{3} + \sqrt{7})(2\sqrt{3} - \sqrt{7}) = 6 - \sqrt{21} + 2\sqrt{21} - 7 = \sqrt{21} - 1.$$

$$B) (\sqrt{5} - \sqrt{18})(\sqrt{5} - 2\sqrt{2}) = (\sqrt{5} - 3\sqrt{2})(\sqrt{5} - 2\sqrt{2}) = 5 - 2\sqrt{10} - 3\sqrt{10} + 12 = 17 - 5\sqrt{10}.$$

$$r) (2\sqrt{7} + \sqrt{12})(\sqrt{12} - \sqrt{7}) - \sqrt{84} = 2\sqrt{84} - 14 + 12 - \sqrt{84} - \sqrt{84} = -2.$$

$$2) a) (b + \sqrt{k})(b - \sqrt{k}) = b^2 - k.$$

$$6) (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = a - b.$$

$$B) (3 - \sqrt{15})(\sqrt{15} + 3) = 9 - 15 = -6.$$

$$r) (a - \sqrt{c})^2 = a^2 - 2a\sqrt{c} + c.$$

$$d) (\sqrt{x} + \sqrt{b})^2 = x + 2\sqrt{xb} + b.$$

$$e) (\sqrt{2} + \sqrt{10})^2 = 2 + 2\sqrt{2 \cdot 10} + 10 = 12 + 4\sqrt{5}.$$

$$3) a) (2\sqrt{3} + 1)(1 - 2\sqrt{3}) = 1 - 12 = -11.$$

$$6) (6\sqrt{2} - \sqrt{13})(\sqrt{13} + 6\sqrt{2}) = 72 - 13 = 59.$$

$$B) (1 + 3\sqrt{2})^2 = 1 + 6\sqrt{2} + 18 = 19 + 6\sqrt{2}.$$

$$r) (5\sqrt{6} - 6\sqrt{2})^2 = 150 - 120\sqrt{3} + 72 = 222 - 120\sqrt{3}.$$

$$\boxed{3.} 1) a) a^2 - 3 = (a - \sqrt{3})(a + \sqrt{3}).$$

$$6) 13 - x^2 = (\sqrt{13} - x)(\sqrt{13} + x).$$

$$в) 16c^2 - 7 = (4c - \sqrt{7})(4c + \sqrt{7}).$$

$$г) 3y^2 - 2 = (y\sqrt{3} - \sqrt{2})(y\sqrt{3} + \sqrt{2}).$$

$$2) а) \text{ При } c \geq 0, \quad c - 4 = (\sqrt{c} - 2)(\sqrt{c} + 2).$$

$$б) \text{ При } x \geq 0, \quad 7 - x = (\sqrt{7} - \sqrt{x})(\sqrt{7} + \sqrt{x}).$$

$$в) \text{ При } a \geq 0, \quad b \geq 0, \quad a - b = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}).$$

$$г) \text{ При } x > 0, \quad y > 0, \quad 9x - 16y = (3\sqrt{x} - 4\sqrt{y})(3\sqrt{x} + 4\sqrt{y}).$$

$$3) а) 5 + \sqrt{5} = \sqrt{5}(\sqrt{5} + 1).$$

$$б) 11 - 2\sqrt{11} = \sqrt{11}(\sqrt{11} - 2).$$

$$в) \sqrt{a} - a = \sqrt{a}(1 - \sqrt{a}).$$

$$г) \sqrt{5x} + \sqrt{3x} = \sqrt{x}(\sqrt{5} + \sqrt{3}).$$

$$\boxed{4.} \text{ а) } \frac{c^2 - 2}{c - \sqrt{2}} = \frac{(c - \sqrt{2})(c + \sqrt{2})}{c - \sqrt{2}} = c + \sqrt{2}.$$

$$б) \frac{x + \sqrt{5}}{x^2 - 5} = \frac{x + \sqrt{5}}{(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})} = \frac{1}{x - \sqrt{5}}.$$

$$в) \frac{7 + \sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \sqrt{7} + 1.$$

$$г) \frac{a - y}{\sqrt{a} + \sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{y})(\sqrt{a} + \sqrt{y})}{\sqrt{a} + \sqrt{y}} = \sqrt{a} - \sqrt{y}.$$

$$\boxed{5.} \text{ 1) а) } \frac{b}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}b}{7}.$$

$$б) \frac{5}{\sqrt{x}} = \frac{5\sqrt{x}}{x}.$$

$$в) \frac{5}{3\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{18}.$$

$$г) \frac{12}{7\sqrt{2}} = \frac{12\sqrt{2}}{14} = \frac{6\sqrt{2}}{7}.$$

$$д) \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$е) \frac{5}{4\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{4}.$$

$$2) а) \frac{2}{\sqrt{c+y}} = \frac{2\sqrt{c+y}}{c+y}.$$

$$б) \frac{6}{\sqrt{5}+1} = \frac{6(\sqrt{5}-1)}{5-1} = \frac{6(\sqrt{5}-1)}{4} = \frac{3(\sqrt{5}-1)}{2}.$$

$$в) \frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{c}} = \frac{c(\sqrt{a}+\sqrt{c})}{a-c}. \quad г) \frac{k}{x+\sqrt{k}} = \frac{k(x-\sqrt{k})}{x^2-k}.$$

$$д) \frac{5}{\sqrt{13}+\sqrt{3}} = \frac{5(\sqrt{13}-\sqrt{3})}{13-3} = \frac{5(\sqrt{13}-\sqrt{3})}{10} = \frac{\sqrt{13}-\sqrt{3}}{2}.$$

$$е) \frac{6}{5-2\sqrt{6}} = \frac{6(5+2\sqrt{6})}{25-24} = 30 + 12\sqrt{6}.$$

$$\boxed{6.} \text{ а) } \sqrt{8+4\sqrt{3}} = \sqrt{6+2\sqrt{6\cdot 2}+2} = \sqrt{(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2} = \sqrt{6} + \sqrt{2}.$$

$$\text{б) } \sqrt{38-12\sqrt{2}} = \sqrt{36-2\cdot 6\sqrt{2}+2} = \sqrt{(6-\sqrt{2})^2} = 6 - \sqrt{2}.$$

$$\boxed{7.} \text{ а) } \sqrt{2\sqrt{5}-2} \cdot \sqrt{2+2\sqrt{5}} = \sqrt{4\cdot 5-4} = \sqrt{16} = 4.$$

$$\text{б) } \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{2})\cdot 3\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3\sqrt{3}(\sqrt{2}+\sqrt{5})} = \sqrt{9\cdot 3\cdot (5-2)} = \sqrt{9\cdot 9} = 9.$$

$$\boxed{8.} \text{ а) } \frac{\sqrt{14}-7}{2-\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{7}(\sqrt{2}-\sqrt{7})}{\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{7})} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{x}+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+x\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^3+(\sqrt{x})^3} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{2}}{(\sqrt{x}+\sqrt{2})(x-\sqrt{2}x+2)} = \frac{1}{x-\sqrt{2}x+2}.$$

$$\text{в) } \frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{a}+a\sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a})^3-(\sqrt{b})^3}{\sqrt{a}(a+\sqrt{ab}+b)} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(a+\sqrt{ab}+b)}{\sqrt{a}(a+\sqrt{ab}+b)} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}}.$$

### С-23. Уравнения и их корни.

$$\boxed{1.} \text{ а) да.}$$

б) да.

в) да.

г) да.

д) да.

$$\boxed{2.} \text{ а) } (x+2)(x-7) = 0; \quad x = -2 \text{ и } x = 7.$$

$$\text{б) } (x-1)(x+5)(x-8) = 0; \quad x = 1, \quad x = -5 \text{ и } x = 8.$$

$$\text{в) } (3x-1)(x+4) = 0; \quad x = -4 \text{ и } x = \frac{1}{3}.$$

$$\text{г) } (2x-3)(x^2+9)(x+5) = 0; \quad x = -5 \text{ и } x = 1\frac{1}{2}.$$

$$\boxed{3.} \text{ а) } x^2+1 = 0; \quad x^2 = -1 - \text{нет корней, так как } x^2 \geq 0.$$

$$\text{б) } \sqrt{x}+9 = 0; \quad \sqrt{x} = -9 - \text{нет корней, так как } \sqrt{x} \geq 0.$$

$$\text{в) } \frac{2x+1}{x+0,5} = 0; \quad \frac{2(x+0,5)}{x+0,5} = 0; \quad 2 = 0 - \text{нет корней. г)}$$

$$\frac{5x-4}{(x+2)(x-0,8)} = 0; \quad \frac{5(x-0,8)}{(x+2)(x-0,8)} = 0; \quad \frac{5}{x+2} = 0 - \text{нет корней.}$$

4. а) да.

б) да.

в) да.

### С-24. Определение квадратного уравнения. Неполные квадратные уравнения.

1. а)  $4x^2 - 5x - 7 = 0$ .

б)  $3x^2 + 4x + 1 = 0$ .

в)  $7x^2 - 1x + 6 = 0$ .

г)  $1x^2 + 2 - 3x = 0$ .

д)  $3x^2 + 2x = 0$ .

е)  $8 - 9x^2 = 0$ .

ж)  $11x^2 = 0$ .

з)  $17 - 1x^2 - 1x = 0$ .

2. Уравнения д), е), ж) – неполные, так как какой-то из коэффициентов или свободный член равны нулю.

3. а)  $2x^2 - 18 = 0$ ;  $2(x^2 - 9) = 0$ ;  $x = \pm 3$ .

б)  $3x^2 - 12x = 0$ ;  $3x(x - 4) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = 4$ .

в)  $2, 7x^2 = 0$ ;  $x = 0$ .

г)  $x^2 + 16 = 0$ ;  $x^2 = -16$  – нет решений.

д)  $6x^2 - 18 = 0$ ;  $x^2 = 3$ ;  $x = \pm\sqrt{3}$ .

е)  $x^2 - 5x = 0$ ;  $x(x - 5) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = 5$ .

ж)  $-\frac{3}{7}x^2 = 0$ ;  $x = 0$ .

з)  $4x^2 + 36 = 0$ ;  $x^2 = -9$  – нет решений.

и)  $6x - 3x^2 = 0$ ;  $3x(2 - x) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = 2$ .

к)  $\frac{1}{6}x^2 - \frac{5}{6} = 0$ ;  $x^2 - 5 = 0$ ;  $x^2 = 5$ ;  $x = \pm\sqrt{5}$ .

л)  $12 + 4x^2 = 0$ ;  $x^2 = -3$  – нет решений.

м)  $3, 6x^2 = 0$ ;  $x = 0$ .

4. а)  $25y^2 - 1 = 0$ ;  $y^2 = \frac{1}{25}$ ;  $y = \pm\frac{1}{5}$ . Проверка:

$$25 \cdot \left(\pm\frac{1}{5}\right)^2 - 1 = 1 - 1 = 0.$$

б)  $-y^2 + 2 = 0$ ;  $y^2 = 2$ ;  $y = \pm\sqrt{2}$ . Проверка:  $-(\pm\sqrt{2})^2 + 2 = -2 + 2 = 0$ .

в)  $9 - 16y^2 = 0$ ;  $y^2 = \frac{9}{16}$ ;  $y = \pm\frac{3}{4}$ . Проверка:  $9 - 16 \cdot (\pm\frac{3}{4})^2 = 9 - 16 \cdot \frac{9}{16} = 0$ .

г)  $7y^2 + y = 0$ ;  $y(7y + 1) = 0$ ;  $y = 0$  и  $y = -\frac{1}{7}$ .  
Проверка:  $7 \cdot 0^2 + 0 = 0$ ;  $7 \cdot (-\frac{1}{7})^2 - \frac{1}{7} = 0$ .

д)  $4y - y^2 = 0$ ;  $y(4 - y) = 0$ ;  $y = 0$  и  $y = 4$ . Проверка:  $4 \cdot 0 - 0^2 = 0$ ;  $4 \cdot 4 - 4^2 = 0$ .

е)  $0,2y^2 - y = 0$ ;  $y(0,2y - 1) = 0$ ;  $y = 0$  и  $y = 5$ .  
Проверка:  $0,5 \cdot 0^2 - 0 = 0$ ;  $0,2 \cdot 5^2 - 5 = 0$ .

**5.** а)  $(x + 2)(x - 1) = 0$ ;  $x = -2$  и  $x = 1$ .

б)  $(x - 0,3)x = 0$ ;  $x = 0,3$  и  $x = 0$ .

в)  $x^2 + 4x = 0$ ;  $x(x + 4) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = -4$ .

г)  $x^2 - 36 = 0$ ;  $x^2 = 36$ ;  $x = \pm 6$ .

д)  $16x^2 - 1 = 0$ ;  $x^2 = \frac{1}{16}$ ;  $x = \pm\frac{1}{4}$ .

е)  $4x - 5x^2 = 0$ ;  $x(4 - 5x) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = \frac{4}{5}$ .

ж)  $x^2 = 7x$ ;  $x(x - 7) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = 7$ .

з)  $x^2 - 3x - 5 = 11 - 3x$ ;  $x^2 - 16 = 0$ ;  $x^2 = 16$ ;  $x = \pm 4$ .

и)  $5x^2 - 6 = 15x - 6$ ;  $5x^2 - 15x = 0$ ;  $5x(x - 3) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = 3$ .

**6.** а)  $(x + 0,1)(x - \frac{1}{6})(x + 3,9) = 0$ ;  $x = -0,1$ ;  $x = \frac{1}{6}$  и  $x = -3,9$ .

б)  $5x(4x - 0,2) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = \frac{1}{20}$ .

в)  $6,3x - 0,7x^2 = 0$ ;  $x(6,3 - 0,9x) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = 9$ .

г)  $\frac{1}{5}u^2 - \frac{9}{20} = 0$ ;  $u^2 = \frac{9}{4}$ ;  $u = \pm\frac{3}{2} = \pm 1\frac{1}{2}$ .

д)  $1,4a^2 - 4,2 = 0$ ;  $a^2 = 3$ ;  $a = \pm\sqrt{3}$ .

е)  $8y + 0,4y^2 = 0$ ;  $0,4y(20 + y) = 0$ ;  $y = 0$  и  $y = -20$ .

**7.** Уравнения б), в), г) не имеют корней.

**8.**  $x - y = 2$  и  $\frac{xy}{2} = \frac{x+y}{2}$ ;  $x = y + 2$ ,  $xy = x + y$ ;  $y(y + 2) = y + 2 + y$ ;  $y^2 + 2y = 2y + 2$ ;  $y^2 = 2$ ;  $y = \pm\sqrt{2}$ ,  $x = 2 \pm \sqrt{2}$ . Ответ:  $2 + \sqrt{2}$  и  $\sqrt{2}$  или

$$2 - \sqrt{2} \text{ и } -\sqrt{2}.$$

### С-25. Решение квадратных уравнений.

**1.** а) 1; -3.

б) 0;  $-\frac{1}{6}$ .

в) 0, 5; -3.

г)  $-\frac{1}{6}$ ; 1.

**2.** а)  $D = 4^2 + 4 \cdot 5 = 16 + 20 = 36$ .

б)  $D = 6^2 - 4 \cdot 9 = 0$ .

в)  $D = 3^2 + 4 \cdot 10 = 49$ .

г)  $D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 4 - 24 = -20$ .

**3.** а)  $6x^2 - 5x = 0$ ;  $x(6x - 5) = 0$ , два.

б)  $x^2 - 4x + 4 = 0$ ;  $(x - 2)^2 = 0$ , один.

в)  $3x^2 - 4 = 0$ ;  $x^2 = \frac{4}{3}$ , два.

г)  $D = 4^2 - 4 \cdot 5 < 0$ , не имеет корней.

**4.** а)  $(x - 2)(x - 5) = 0$ ;  $x^2 - 7x + 10 = 0$ .

б)  $(x + 1)(x - 0,8) = 0$ ;  $x^2 + 0,2x - 0,8 = 0$ .

в)  $x(x + 3) = 0$ ;  $x^2 + 3x = 0$ .

г)  $(x - \frac{1}{2})(x + \frac{1}{4}) = 0$ ;  $x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}x - \frac{1}{8} = 0$ ;  $x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{1}{8} = 0$ .

д)  $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$ ;  $x^2 - 2 = 0$ .

е)  $(x - (1 - \sqrt{2}))(x - (1 + \sqrt{2})) = 0$ ;  $x^2 - x - \sqrt{2}x - x + \sqrt{2}x + 1 - 2 = 0$ ;  $x^2 - 2x - 1 = 0$ .

**5.** а)  $m = \pm 6$ .

б)  $m = -1$ .

в)  $m = 4$ .

г)  $m = \frac{1}{49}$ .

**6.** а)  $x^2 - x = 0$ ;  $x(x - 1) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = 1$ .

б)  $x^2 + 5x + 6 = 0$ ;  $D = 5^2 - 4 \cdot 6 = 1$ ;  $x = \frac{-5 \pm 1}{2}$ ;  $x = -3$  и  $x = -2$ .

в)  $5x^2 + 8x - 4 = 0$ ;  $D = 8^2 + 4 \cdot 5 \cdot 4 = 144$ ;  $x = \frac{-8 \pm 12}{10}$ ;  $x = -2$  и  $x = 0,4$ .

г)  $x^2 - 6x + 7 = 0$ ;  $D = 6^2 - 4 \cdot 7 = 8$ ;  $x = \frac{6 \pm 2\sqrt{2}}{2}$ ;  $x = 3 \pm \sqrt{2}$ .

д)  $7x = 4x^2$ ;  $x(4x - 7) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$ .

е)  $x^2 - 6x + 5 = 0$ ;  $D = 6^2 - 4 \cdot 5 = 16$ ;  $x = \frac{6 \pm 4}{2}$ ;  $x = 1$  и  $x = 5$ .

ж)  $5x^2 - 3 = 0$ ;  $x^2 = \frac{3}{5}$ ;  $x = \pm \sqrt{\frac{3}{5}}$ .

з)  $2x^2 - x + 3 = 0$ ;  $D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot 3 < 0$  нет решений.

**7.** а)  $10x^2 - 3x - 0,4 = 0$ ;  $D = 3^2 + 4 \cdot 10 \cdot 0,4 = 9 + 16 = 25$ ;  $x = \frac{3 \pm 5}{20}$ ;  $x = -0,1$  и  $x = 0,4$ .

б)  $7x^2 + 6x - 1 = 0$ ;  $D = 6^2 + 4 \cdot 7 = 36 + 28 = 64$ ;  $x = \frac{-6 \pm 8}{14}$ ;  $x = -1$  и  $x = \frac{1}{7}$ .

в)  $3x^2 - 4x + 2 = 0$ ;  $D = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 16 - 24 < 0$  - нет решений.

г)  $x^2 + 12 = 7x$ ;  $x^2 - 7x + 12 = 0$ ;  $D = 7^2 - 4 \cdot 12 = 1$ ;  $x = \frac{7 \pm 1}{2}$ ;  $x = 4$  и  $x = 3$ .

д)  $7y^2 + 5y = 2$ ;  $7y^2 + 5y - 2 = 0$ ;  $D = 5^2 + 4 \cdot 7 \cdot 2 = 25 + 56 = 81$ ;  $y = \frac{-5 \pm 9}{14}$ ;  $y = -1$  и  $y = \frac{2}{7}$ .

е)  $1 + 8x = 9x^2$ ;  $9x^2 - 8x - 1 = 0$ ;  $D = 8^2 + 4 \cdot 9 = 64 + 36 = 100$ ;  $x = \frac{8 \pm 10}{18}$ ;  $x = 1$  и  $x = -\frac{1}{9}$ .

**8.** а)  $y^2 - 10y + 25 = (y - 5)^2$ .

б)  $9x^2 - \frac{49}{144} = (3x - \frac{7}{12})(3x + \frac{7}{12})$ .

в)  $D = 5^2 - 4 \cdot 4 = 9$ ;  $y = \frac{5 \pm 3}{2}$ ;  $y = 1$   $y = 4$ ;  $y^2 - 5y + 4 = (y - 1)(y - 4)$ .

г)  $D = 1 + 4 \cdot 6 = 25$ ;  $x = \frac{1 \pm 5}{2}$ ;  $x = 3$   $x = -2$ ;  $x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$ .

д)  $2x^2 - 7 = (2\sqrt{x} - \sqrt{7})(2\sqrt{x} + \sqrt{7})$ .

е)  $D = 7^2 + 4 \cdot 8 = 81$ ;  $y = \frac{-7 \pm 9}{2}$ ;  $y = -8$   $y = 1$ ;  $y^2 + 7y - 8 = (y + 8)(y - 1)$ .

**9.** а) При  $D = 0$ ;  $a^2 - 4 \cdot 16 = 0$ ;  $a^2 = 4 \cdot 16$ ;  $a =$

$$= \pm 2 \cdot 4; \quad a = \pm 8.$$

$$\text{б) При } D = 0; \quad (2a)^2 - 4 \cdot 3a = 0; \quad 4a^2 - 4 \cdot 3a = 0; \quad 4a(a - 3) = 0; \quad a = 0 \text{ и } a = 3.$$

$$\boxed{10.} \quad 2 \cdot (-3)^2 - (-3) - m = 0; \quad 2 \cdot 9 + 3 = m; \quad m = 21.$$

### С-26. Решение квадратных уравнений (продолжение).

$$\boxed{1.} \quad 1) \text{ а) } (x + 3)^2 = 2x + 6; \quad x^2 + 6x + 9 - 2x - 6 = 0; \quad x^2 + 4x + 3 = 0; \quad D = 4^2 - 4 \cdot 3 = 4; \quad x = \frac{-4 \pm 2}{2}; \quad x = -1 \text{ и } x = -3.$$

$$\text{б) } (x + 2)^2 = 43 - 6x; \quad x^2 + 4x + 4 - 43 + 6x = 0; \quad x^2 + 10x - 39 = 0; \quad D = 10^2 + 4 \cdot 39 = 256; \quad x = \frac{-10 \pm 16}{2}; \quad x = 3 \text{ и } x = -13.$$

$$\text{в) } 4(x - 1)^2 = 12x + 3; \quad 4x^2 - 8x + 4 - 12x - 3 = 0; \quad 4x^2 - 20x + 1 = 0; \quad D = 20^2 - 4 \cdot 4 = 384; \quad x = \frac{20 \pm 8\sqrt{6}}{8}; \quad x = \frac{5}{2} \pm \sqrt{6}.$$

$$\text{г) } (x - 2)^2 + 24 = (2 + 3x)^2; \quad x^2 - 4x + 4 + 24 = 4 + 12x + 9x^2; \quad 8x^2 + 16x - 24 = 0; \quad x^2 + 2x - 3 = 0; \quad D = 2^2 + 4 \cdot 3 = 16; \quad x = \frac{-2 \pm 4}{2}; \quad x = 1 \text{ и } x = -3.$$

$$2) \text{ а) } (x - 3)(x + 3) = 5x - 13; \quad x^2 - 9 - 5x + 13 = 0; \quad x^2 - 5x + 4 = 0; \quad D = 5^2 - 4 \cdot 4 = 9; \quad x = \frac{5 \pm 3}{2}; \quad x = 4 \text{ и } x = 1.$$

$$\text{б) } 7(1 - x) = (2x + 3)(1 - x); \quad (1 - x)(2x + 3 - 7) = 0; \quad (1 - x)(2x - 4) = 0; \quad x = 1 \text{ и } x = 2.$$

$$\text{в) } -x(4x + 1) = (x + 2)(x - 2); \quad -4x^2 - x = x^2 - 4; \quad 5x^2 + x - 4 = 0; \quad D = 1 + 4 \cdot 5 \cdot 4 = 81; \quad x = \frac{-1 \pm 9}{10}; \quad x = -1 \text{ и } x = \frac{4}{5}.$$

$$\text{г) } (x + 4)(2x - 1) = x(3x + 11); \quad 2x^2 - x + 8x - 4 = 3x^2 + 11x; \quad x^2 + 4x + 4 = 0; \quad (x + 2)^2 = 0; \quad x = -2.$$

$$3) \text{ а) } \frac{2x^2 + x}{5} = \frac{4x - 2}{3}; \quad 6x^2 + 3x = 20x - 10; \quad 6x^2 - 17x + 10 = 0; \quad D = 17^2 - 4 \cdot 6 \cdot 10 = 49; \quad x = \frac{17 \pm 7}{12}; \quad x = 2 \text{ и } x = \frac{5}{6}.$$

$$\text{б) } \frac{x^2 - 4}{3} + 4x = 3; \quad x^2 - 4 + 12x - 9 = 0; \quad x^2 + 12x -$$

$$-13 = 0; D = 12^2 + 4 \cdot 13 = 196; x = \frac{-12 \pm 14}{2}; x = 1 \text{ и } x = -13.$$

$$\text{в) } \frac{x^2 - 11}{7} = \frac{x - x^2}{2}; 2x^2 - 22 = 7x - 7x^2; 9x^2 - 7x - 22 = 0; D = 7^2 + 4 \cdot 9 \cdot 22 = 841; x = \frac{7 \pm 29}{18}; x = 2 \text{ и } x = -\frac{11}{9} = -1\frac{2}{9}.$$

$$\text{г) } \frac{4x^2 + x}{3} - \frac{5x - 1}{6} = \frac{x^2 + 17}{9}; 24x^2 + 6x - 15x + 3 = 2x^2 + 34; 22x^2 - 9x - 31 = 0; D = 9^2 + 4 \cdot 22 \cdot 31 = 2809; x = \frac{9 \pm 53}{44}; x = -1 \text{ и } x = \frac{31}{22} = 1\frac{9}{22}.$$

$$\boxed{2.} \text{ а) } a^2 - 11a + 28 = 0; D = 11^2 - 4 \cdot 28 = 121 - 112 = 9; a = \frac{11 \pm 3}{2}; a = 4 \text{ и } a = 7.$$

$$\text{б) } a^2 - 6a = 0, 5a^2 - 16; 0, 5a^2 - 6a + 16 = 0; a^2 - 12a + 32 = 0; D = 16^2 - 4 \cdot 32 = 16; a = \frac{12 \pm 4}{2}; a = 8 \text{ и } a = 4.$$

$$\text{в) } 2a^2 - 1, 6a = 1, 8a^2 + 0, 4a + 5; 0, 2a^2 - 2a - 5 = 0; a^2 - 10a - 25 = 0; D = 10^2 + 4 \cdot 25 = 200; a = \frac{10 \pm 10\sqrt{2}}{2}; a = 5 \pm 5\sqrt{2}.$$

$$\boxed{3.} \text{ а) } x^2 - 4x - 3 = 0; D = 4^2 + 4 \cdot 3 = 28; x = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{2}; x = 2 \pm \sqrt{7}; x \approx 4,646 \text{ и } x \approx -0,646.$$

$$\text{б) } 9y^2 + 6y - 17 = 0; D = 6^2 + 4 \cdot 9 \cdot 17 = 648; x = \frac{-6 \pm 18\sqrt{2}}{18}; x \approx -1,746 \text{ и } x \approx 1,081.$$

$$\boxed{4.} 4y^2 + my - 5 = 0; D = m^2 + 4 \cdot 4 \cdot 5 = m^2 + 80 > 0, \text{ значит, уравнение имеет 2 корня при любом значении } m.$$

$$\boxed{5.} \text{ Уравнение имеет один корень при } D = 0; x^2(a - 2) + ax + 1 = 0; D = a^2 - 4(a - 2) = a^2 - 4a + 8 = (a - 2)^2 + 4 > 0, \text{ уравнение имеет два корня.}$$

$$\boxed{6.} \text{ а) } \frac{x^3}{|x|} + 3x + 2 = 0;$$

$$1) x > 0; x^2 + 3x + 2 = 0; D = 9 - 4 \cdot 2 = 1; x = \frac{-3 \pm 1}{2} < 0 \text{ не подходит.}$$

$$2) x < 0; -x^2 + 3x + 2 = 0; x^2 - 3x - 2 = 0; D = 9 + 8 = 17; x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \text{ и } x < 0; x = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}. \text{ Ответ: } \frac{3 - \sqrt{17}}{2}.$$

$$б) x^2 + \frac{x^2}{|x|} - 6 = 0;$$

$$1) x > 0, \quad x^2 + x - 6 = 0; \quad D = 1 + 4 \cdot 6 = 25; \quad x = \frac{-1 \pm 5}{2}; \quad x = 2 \text{ и } x = -3 (\text{не подходит, так как } x > 0).$$

$$2) x < 0; \quad x^2 - x - 6 = 0; \quad D = 1 + 24 = 25; \quad x = \frac{1 \pm 5}{2} \text{ и } x < 0; \quad x = -2. \text{ Ответ: } 2 \text{ и } -2.$$

### С-27. Теорема Виета.

$$\boxed{1.} \quad 1) \text{ а) } x_1 + x_2 = 14; \quad x_1 x_2 = 33.$$

$$б) x_1 + x_2 = -17; \quad x_1 x_2 = 52.$$

$$в) y_1 + y_2 = -17; \quad y_1 y_2 = 52.$$

$$г) y_1 + y_2 = -12; \quad y_1 y_2 = 35.$$

$$2) \text{ а) } x_1 + x_2 = -17; \quad x_1 x_2 = 0.$$

$$б) z_1 + z_2 = 0; \quad z_1 z_2 = 15.$$

$$в) y_1 + y_2 = 0; \quad y_1 y_2 = -75.$$

$$г) z_1 + z_2 = 2, 3; \quad z_1 z_2 = 0.$$

$$3) \text{ а) } x_1 + x_2 = \frac{2}{7}; \quad x_1 x_2 = -2.$$

$$б) y_1 + y_2 = -\frac{15}{2}; \quad y_1 y_2 = \frac{3}{2}.$$

$$в) y_1 + y_2 = -\frac{1}{4}; \quad y_1 y_2 = -4.$$

$$г) x_1 + x_2 = 0; \quad x_1 x_2 = -\frac{14}{3}.$$

$$\boxed{2.} \quad \text{а) } x^2 - 7x + 12 = 0.$$

$$б) x^2 - 3x - 10 = 0.$$

$$в) x^2 - \frac{34}{15}x + 1 = 0;$$

$$\boxed{3.} \quad 1) \text{ а) } x_1 = 2; \quad x_2 = 4.$$

$$б) z_1 = -2; \quad z_2 = -3.$$

$$2) \text{ а) } x_1 = 5; \quad x_2 = -3.$$

$$б) y_1 = -8; \quad y_2 = 1.$$

$$3) \text{ а) } x_1 = 3; \quad x_2 = 12.$$

$$б) y_1 = -3; \quad y_2 = 13.$$

$$\boxed{4.} \quad \text{а) } x_2 = 54 : 3 = 18.$$

$$б) x_2 = -\frac{21}{9} : 3 = -\frac{7}{9}.$$

5. 1) а)  $x_1 < 0, x_2 < 0$ .

б)  $y_1 > 0; y_2 < 0$ .

2) а)  $y_1 < 0; y_2 > 0$ .

б)  $x_1 > 0, x_2 > 0$ .

3) а)  $x_1 > 0, x_2 < 0$ .

б)  $y_1 < 0; y_2 < 0$ .

6. 1) а)  $x^2 + 5x + k = 0; x_1 = -2; x_2 = -5 - (-2) = -3; k = x_1x_2 = 6$ .

б)  $x^2 + kx - 16 = 0; x_1 = -2; x_2 = -16 : (-2) = 8; k = -(x_1 + x_2) = -6$ .

2) а)  $5x^2 - 7x + k = 0; x_1 = -2; x_2 = \frac{7}{5} + 2 = \frac{17}{5}; k = 5x_1x_2 = -34$ .

б)  $3x^2 + kx + 10 = 0; x_1 = -2; x_2 = \frac{10}{3} : (-2) = -\frac{5}{3}; k = -3(x_1 + x_2) = -3 \cdot (-\frac{11}{3}) = 11$ .

7.  $x_1x_2 = -17; x_1 + x_2 = 9$ .

1) а)  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1x_2} = -\frac{9}{17}$ .

б)  $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 81 + 34 = 115$ .

в)  $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 81 + 68 = 149$ .

г)  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2} = \frac{115}{-17} = -6\frac{13}{17}$ .

д)  $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2) = 9 \cdot (115 + 17) = 1188$ .

2)  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1x_2} = -\frac{9}{17}; \frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} = -\frac{1}{17}; y^2 + \frac{9}{17}y - \frac{1}{17} = 0; 17y^2 + 9y - 1 = 0$ .

### С-28. Решение задач с помощью квадратных уравнений.

1.  $\begin{cases} n - m = 7 \\ nm = 330 \end{cases}; \begin{cases} n = 7 + m \\ m(7 + m) = 330 \end{cases};$

$\begin{cases} n = 7 + m \\ m^2 + 7m - 330 = 0 \end{cases}; D = 7^2 + 4 \cdot 330 = 49 + 1320; D = 1369; m = \frac{-7 \pm 37}{2}, m > 0; m = 15, n = 7 + m = 22$ .

Ответ: 15 и 22.

$$2. \begin{cases} ab = 360 \\ a + b = 39 \end{cases}; \begin{cases} a = 39 - b \\ b(39 - b) = 360 \end{cases};$$

$$\begin{cases} a = 39 - b \\ b^2 - 39b + 360 = 0 \end{cases}; D = 39^2 - 4 \cdot 360 = 1521 - 1440 =$$

$$= 81; \quad b = \frac{39 \pm 9}{2}; \quad b = 24, a = 39 - 24 = 15 \text{ или}$$

$$b = 15, a = 39 - 15 = 24. \text{ Ответ: } 15 \text{ дм и } 24 \text{ дм.}$$

$$3. \begin{cases} a - b = 14 \\ a^2 + b^2 = 26^2 \end{cases}; \begin{cases} a = 14 + b \\ a^2 + b^2 = 676 \end{cases};$$

$$\begin{cases} a = 14 + b \\ 196 + 28b + b^2 + b^2 = 676 \end{cases}; \quad 2b^2 + 28b - 480 = 0; \quad b^2 +$$

$$+ 14b - 240 = 0; \quad D = 14^2 + 4 \cdot 240 = 196 + 960 = 1156; \quad b =$$

$$= \frac{-14 \pm 34}{2}, \quad b > 0; \quad b = 10, \quad a = 14 + b = 24. \text{ Ответ: } 10 \text{ дм}$$

$$\text{и } 24 \text{ дм.}$$

$$4. \begin{cases} x^3 + z^3 = 1547 \\ x + z = 17 \end{cases}; \begin{cases} (x + z)(x^2 - xz + z^2) = 1547 \\ x + z = 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 17(x^2 - xz + z^2) = 1547 \\ x + z = 17 \end{cases}; \begin{cases} (x + z)^2 - 3xz = 91 \\ x = 17 - z \end{cases};$$

$$\begin{cases} 17^2 - 3xz = 91 \\ x = 17 - z \end{cases}; \begin{cases} 3xz = 198 \\ x = 17 - z \end{cases}; \begin{cases} xz = 66 \\ x = 17 - z \end{cases};$$

$$17z - z^2 = 66; \quad z^2 - 17z + 66 = 0; \quad D = 17^2 - 4 \cdot 66 =$$

$$= 289 - 264 = 25; \quad z = \frac{17 \pm 5}{2}; \quad z = 6, \quad x = 17 - z = 11$$

$$\text{или } z = 11, \quad x = 6. \text{ Ответ: } 6 \text{ и } 11.$$

$$5. \begin{cases} 75 = v_0 - 5 \\ 300 = v_0 t - 5t^2 \end{cases}; \begin{cases} v_0 = 80 \\ 5t^2 - v_0 t + 300 = 0 \end{cases};$$

$$5t^2 - 80t + 300 = 0; \quad t^2 - 16t + 60 = 0; \quad D = 16^2 - 4 \cdot 60 =$$

$$= 256 - 240 = 16; \quad t = \frac{16 \pm 4}{2}; \quad t = 10 \text{ и } t = 6. \text{ Ответ: через}$$

$$6 \text{ сек и через } 10 \text{ сек.}$$

**С-29. Разложение квадратного трехчлена на множители. Биквадратные уравнения.**

$$1. 1) a) x^2 - 8x + 15 = (x - 5)(x - 3).$$

$$б) x^2 + 5x - 14 = (x + 7)(x - 2).$$

$$в) x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4).$$

$$г) x^2 - 3x - 18 = (x - 6)(x + 3).$$

$$2) а) 5x^2 + 7x - 24 = (x + 3)(5x - 8).$$

$$б) 6x^2 + 5x - 1 = 6(x + 1)(x - \frac{1}{6}).$$

$$в) 15x^2 - 8x + 1 = (5x - 1)(3x - 1).$$

$$г) D = 4 + 8 = 12; \quad x = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2}; \quad x = 1 \pm \sqrt{3}; \quad x^2 - 2x - 2 = (x - 1 - \sqrt{3})(x - 1 + \sqrt{3}).$$

$$\boxed{2.} \quad 1) а) \frac{x^2+7x+12}{x+4} = \frac{(x+3)(x+4)}{x+4} = x + 3.$$

$$б) \frac{x-2}{x^2+3x-10} = \frac{x-2}{(x-2)(x+5)} = \frac{1}{x+5}.$$

$$2) а) \frac{3x^2-16x+5}{x-5} = \frac{(3x-1)(x-5)}{x-5} = 3x - 1.$$

$$б) \frac{x+1}{4x^2+x-3} = \frac{x+1}{(4x-3)(x+1)} = \frac{1}{4x-3}.$$

$$3) а) \frac{3x^2+5x-2}{x^2-4} = \frac{(x+2)(3x-1)}{(x-2)(x+2)} = \frac{3x-1}{x-2}.$$

$$б) \frac{9x^2-1}{3x^2-8x-3} = \frac{(3x-1)(3x+1)}{(3x+1)(x-3)} = \frac{3x-1}{x-3}.$$

$$\boxed{3.} \quad 1) а) x^4 - 17x^2 + 16 = 0; \quad x^2 = a; \quad a^2 - 17a + 16 = 0; \quad a = 1 \text{ и } a = 16; \quad x^2 = 1 \text{ и } x^2 = 16; \quad x = \pm 1 \text{ и } x = \pm 4.$$

$$б) x^4 - 29x^2 + 100 = 0; \quad a = x^2; \quad a^2 - 29a + 100 = 0; \quad a = 4 \text{ и } a = 25; \quad x^2 = 4 \text{ и } x^2 = 25; \quad x = \pm 2 \text{ и } x = \pm 5.$$

$$в) 4x^2 - 37x^2 + 9 = 0; \quad a = x^2; \quad 4a^2 + 37a + 9 = 0; \quad a = \frac{1}{4} \text{ и } a = 9; \quad x^2 = \frac{1}{4} \text{ и } x^2 = 9; \quad x = \pm \frac{1}{2} \text{ и } x = \pm 3.$$

$$г) 9x^4 - 40x^2 + 16 = 0; \quad a = x^2; \quad 9a^2 - 40a + 16 = 0; \quad a = \frac{4}{9} \text{ и } a = 4; \quad x^2 = \frac{4}{9} \text{ и } x^2 = 4; \quad x = \pm \frac{2}{3} \text{ и } x = \pm 2.$$

$$2) а) x^4 + 5x^2 - 36 = 0; \quad a = x^2; \quad a^2 + 5a - 36 = 0; \quad a = -9 \text{ и } a = 4; \quad x^2 = -9 \text{ и } x^2 = 4; \quad x = \pm 2.$$

$$б) 16x^4 + 55x^2 - 36 = 0; \quad a = x^2; \quad 16a^2 + 55a - 36 = 0; \quad a = -4 \text{ и } a = \frac{9}{16}; \quad x^2 = -4 \text{ и } x^2 = \frac{9}{16}; \quad x = \pm \frac{3}{4}.$$

$$3) а) x^4 - 8x^2 + 16 = 0; \quad a = x^2; \quad (x^2 - 4)^2 = 0; \quad x^2 = 4; \quad x = \pm 2.$$

$$б) x^4 + 5x^2 + 9 = 0; \quad a = x^2; \quad a^2 + 5a + 9 = 0; \quad D = 5^2 - 4 \cdot 9 = 25 - 36 < 0 \text{ нет решений.}$$

4. 1) а)  $\frac{x^2+x+6}{x^2-2x-15} = \frac{x^2+x+6}{(x-5)(x+3)}$  - дробь не сократима.

б)  $\frac{x^2-5x-6}{x^2-8x+12} = \frac{(x-6)(x+1)}{(x-2)(x-6)} = \frac{x+1}{x-2}$ .

в)  $\frac{3x^2+5x-2}{x^2-3x-10} = \frac{(x+2)(3x-1)}{(x+2)(x-5)} = \frac{3x-1}{x-5}$ .

г)  $\frac{4x^2-5x+1}{1-4x^2-5x} = \frac{(x-1)(4x-1)}{1-4x^2-5x}$  - дробь не сократима.

2) а)  $\frac{x^3-5x^2-14x}{x^2-2x-8} = \frac{x(x-7)(x+2)}{(x-4)(x+2)} = \frac{x(x-7)}{x-4}$ .

б)  $\frac{2x^2+11x-6}{x^3+3x^2-18x} = \frac{(x+6)(2x-1)}{x(x+6)(x-3)} = \frac{2x-1}{x(x-3)}$ .

3) а)  $\frac{x^4-10x^2+9}{x^2-2x-3} = \frac{(x^2-1)(x^2-9)}{(x-3)(x+1)} = (x-1)(x+3)$ .

б)  $\frac{x^3-4x}{x^4-3x^2-4} = \frac{x(x^2-4)}{(x^2-4)(x^2+1)} = \frac{x}{x^2+1}$ .

### С-30. Дробные рациональные уравнения.

1. 1) а)  $\frac{x^2+3x}{2} + \frac{x-3x^2}{8} = 2x$ ;  $4x^2 + 12x + x - 3x^2 = 16x$ ;  $x^2 - 3x = 0$ ;  $x(x-3) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = 3$ .

б)  $\frac{2x+1}{3} - \frac{4x-x^2}{12} = \frac{x^2-4}{9}$ ;  $24x + 14 - 12x + 3x^2 = 4x^2 - 16$ ;  $x^2 - 12x - 28 = 0$ ;  $x = 14$  и  $x = -2$ .

2) а)  $\frac{x^2}{3-x} = \frac{2x}{3-x}$ ;  $\begin{cases} x^2 = 2x \\ x \neq 3 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} x(x-2) = 0 \\ x \neq 3 \end{cases}$ ;  $x = 0$   
и  $x = 2$ .

б)  $\frac{x^2-1}{x+5} = \frac{5-x}{x+5}$ ;  $\begin{cases} x^2-1 = 5-x \\ x+5 \neq 0 \end{cases}$ ;

$\begin{cases} x^2+x-6=0 \\ x \neq -5 \end{cases}$ ;

$x = 2$  и  $x = -3$ .

в)  $\frac{x^2+3x}{x-4} = \frac{x^2-x}{4-x}$ ;  $\begin{cases} x^2+3x = x-x^2 \\ x-4 \neq 0 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} 2x^2+2x=0 \\ x \neq 4 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x(x+1)=0 \\ x \neq 4 \end{cases}$ ;  $x = 0$  и  $x = -1$ .

г)  $\frac{x^2-6x}{3x-1} = \frac{3x-4}{1-3x}$ ;  $\begin{cases} x^2-6x = 4-3x \\ 3x-1 \neq 0 \end{cases}$ ;

$\begin{cases} x^2-3x-4=0 \\ x \neq \frac{1}{3} \end{cases}$ ;

$x = -1$  и  $x = 4$ .

$$3) \text{ а) } \frac{2x+3}{x+2} = \frac{3x+2}{x}; \quad \begin{cases} x(2x+3) = (3x+2)(x+2) \\ x \neq 0; x \neq -2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 2x^2 + 3x = 3x^2 + 6x + 2x + 4 \\ x \neq 0; x \neq -2 \end{cases}; \quad \begin{cases} x^2 + 5x + 4 = 0 \\ x \neq -2; x \neq 0 \end{cases};$$

$$x = -1 \text{ и } x = -4.$$

$$6) \frac{y+3}{y-3} = \frac{2y+3}{y}; \quad \begin{cases} y(y+3) = (2y+3)(y-3) \\ y \neq 3; \\ y \neq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y^2 + 3y = 2y^2 - 6y + 3y - 9 \\ y \neq 3; y \neq 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} y^2 - 6y - 9 = 0 \\ y \neq 3; y \neq 0 \end{cases};$$

$$y = 3 \pm 3\sqrt{2}.$$

$$в) \frac{4x+1}{x-3} = \frac{3x-8}{x+1}; \quad \begin{cases} (4x+1)(x+1) = (3x-8)(x-3) \\ x \neq 3; x \neq -1 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 4x^2 + 5x + 1 = 3x^2 - 17x + 24 \\ x \neq 3; x \neq -1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x^2 + 22x - 23 = 0 \\ x \neq 3; x \neq -1 \end{cases};$$

$$x = 1 \text{ и } x = -23.$$

$$г) \frac{5y-2}{2y+1} = \frac{3y+2}{y+3}; \quad \begin{cases} (5y-2)(y+3) = (3y+2)(2y+1) \\ y \neq -0,5; y \neq -3 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 5y^2 + 13y - 6 = 6y^2 + 7y + 2 \\ y \neq -0,5; y \neq 3 \end{cases}; \quad \begin{cases} y^2 - 6y + 8 = 0 \\ y \neq -0,5; y \neq 3 \end{cases};$$

$$y = 2 \text{ и } y = 4.$$

$$4) \text{ а) } \frac{4x^2-11x-3}{3-x} = 0; \quad \begin{cases} 4x^2 - 11x - 3 = 0 \\ x \neq 3 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = 3; x = -\frac{1}{4} \\ x \neq 3 \end{cases}; \quad x = -\frac{1}{4}.$$

$$6) \frac{2x^2+x-1}{2x-1} = 2; \quad \begin{cases} 2x^2 + x - 1 = 2(2x-1) \\ 2x-1 \neq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 = 0 \\ x \neq 0,5 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 1; x = 0,5 \\ x \neq 0,5 \end{cases}; \quad x = 1.$$

$$в) \frac{2y^2+5y+2}{y^2-4} = 1; \quad \begin{cases} 2y^2 + 5y + 2 = y^2 - 4 \\ y^2 \neq 4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y^2 + 5y + 6 = 0 \\ y \neq \pm 2 \end{cases}; \quad \begin{cases} y = -2; y = -3 \\ y \neq \pm 2 \end{cases}; \quad y = -3.$$

$$\Gamma) \frac{3}{x-2} = 2x + 1; \begin{cases} 3 = (2x+1)(x-2) \\ x-2 \neq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 3x - 5 = 0 \\ x \neq 2 \end{cases}; \begin{cases} x = -1; \\ x = 2,5; \\ x \neq 2 \end{cases}; x = 2,5 \text{ и } x = -1.$$

$$\Delta) \frac{9x+3}{1+3x} = x-7; \frac{3(3x+1)}{3x+1} = x-7; \begin{cases} 3 = x-7 \\ x \neq -\frac{1}{3} \end{cases}; x = 10.$$

$$\boxed{2.} \quad 1) \text{ а) } \frac{3x-9}{x-1} + \frac{x+6}{x+1} = 3; \frac{(3x-9)(x+1) + (x+6)(x-1)}{x^2-1} = 3;$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 6x - 9 + x^2 + 5x - 6 = 3x^2 - 3 \\ x \neq \pm 1 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x^2 - x - 12 = 0 \\ x \neq \pm 1 \end{cases}; \begin{cases} x = -3; \\ x = 4 \\ x \neq \pm 1 \end{cases};$$

$$x = -3 \text{ и } x = 4.$$

$$\text{б) } \frac{4y+7}{2y-3} - \frac{y-3}{2y+3} = 1; \frac{(4y+7)(2y+3) - (y-3)(2y-3)}{(2y-3)(2y+3)} = 1;$$

$$\begin{cases} 8y^2 + 26y + 21 - 2y^2 + 9y - 9 = 4y^2 - 9 \\ 4y^2 - 9 \neq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 2y^2 + 35y + 21 = 0 \\ y \neq \pm 1,5 \end{cases}; y = \frac{-35 \pm \sqrt{1057}}{4}.$$

$$\text{в) } \frac{3}{x+2} - \frac{3}{2-x} = \frac{2}{x^2-4}; \frac{3x-6+3x+6}{x^2-4} = \frac{2}{x^2-4}; \begin{cases} 6x = 2 \\ x \neq \pm 2 \end{cases};$$

$$x = \frac{1}{3}.$$

$$\Gamma) \frac{2y-8}{y-5} + \frac{10}{y^2-25} = \frac{y+4}{y+5}; \frac{(2y-8)(y+5)+10}{y^2-25} = \frac{(y+4)(y-5)}{y^2-25};$$

$$\begin{cases} y^2 + 3y - 10 = 0 \\ y \neq \pm 5 \end{cases}; \begin{cases} y = 2; \\ y = -5 \\ y \neq \pm 5 \end{cases}; y = 2.$$

$$2) \text{ а) } \frac{5}{y+3} - \frac{3}{y} = \frac{2-y}{y^2+3y}; \frac{5y-3(y+3)}{y(y+3)} = \frac{2-y}{y^2+3y};$$

$$\begin{cases} 3y = 11 \\ y \neq 0; y \neq -3 \end{cases}; y = \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}.$$

$$\text{б) } \frac{2x-7}{x-4} - \frac{x+2}{x+1} = \frac{x+6}{(x-4)(x+1)}; \frac{(2x-7)(x+1) - (x+2)(x-4)}{(x-4)(x+1)} =$$

$$= \frac{x+6}{(x-4)(x+1)}; \begin{cases} x^2 - 4x - 5 = 0 \\ x \neq 4; x \neq -1 \end{cases}; \begin{cases} x = 5; \\ x = -1 \\ x \neq 4; x \neq -1 \end{cases};$$

$$x = 5.$$

$$3) \text{ а) } \frac{5}{x-2} + 1 = \frac{14}{x^2-4x+4}; \frac{5(x-2)+x^2-4x+4}{(x-2)^2} = \frac{14}{(x-2)^2};$$

$$\begin{cases} x^2 + x - 20 = 0 \\ x \neq 2 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = -5; x = 4 \\ x \neq 2 \end{cases}; \quad x = -5 \text{ и } x = 4.$$

$$\text{б) } \frac{1}{3x+1} - \frac{1}{9x^2+6x+1} = 2; \quad \frac{3x+1-1}{(3x+1)^2} = \frac{18x^2+12x+2}{9x^2+6x+1};$$

$$\begin{cases} 18x^2 + 9x + 2 = 0 \\ x \neq -\frac{1}{3} \end{cases} \quad \text{— нет решений.}$$

$$\text{в) } \frac{1}{(x-3)^2} + \frac{9}{(x+3)^2} - \frac{6}{x^2-9} = 0; \quad \frac{x^2+6x+9+9x^2-54x+81-6x^2+54}{(x-3)^2(x+3)^2} =$$

$$= 0; \quad \begin{cases} 4x^2 - 48x + 144 = 0 \\ x^2 \neq 3 \end{cases}; \quad \begin{cases} x^2 - 12x + 36 = 0 \\ x \neq \pm 3 \end{cases};$$

$$\begin{cases} (x-6)^2 = 0 \\ x \neq \pm 3 \end{cases}; \quad x = 6.$$

$$\text{г) } \frac{3}{1-4y^2} + \frac{4}{2y^2+y} = \frac{3}{4y^2+4y+1}; \quad \frac{3y(1+2y)+4(1-4y^2)}{y(1-2y)(1+2y)^2} =$$

$$= \frac{3y(1-2y)}{y(1-2y)(1+2y)^2}; \quad \begin{cases} 10y^2 - 6y - 4 = 0 \\ y \neq 0; y \neq \pm 0,5 \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = 1; y = -0,4 \\ y \neq 0; y \neq \pm 0,5 \end{cases}; \quad y = 1 \text{ и } y = -0,4.$$

$$\boxed{3.} \text{ а) } \frac{7a-6}{a^3+27} = \frac{1}{a^2-3a+9} - \frac{1}{a+3}; \quad \frac{7a-6}{a^3+27} = \frac{a+3-a^2+3a-9}{a^3+27};$$

$$\begin{cases} a^2 + 3a = 0 \\ a^3 \neq 27 \end{cases}; \quad \begin{cases} a(a+3) = 0 \\ a \neq \pm 3 \end{cases}; \quad a = 0.$$

$$\text{б) } \frac{y+3}{9y^2+3y+1} + \frac{3}{27y^3-1} = \frac{1}{3y-1}; \quad \frac{(y+3)(3y-1)+3}{27y^3-1} = \frac{9y^2+3y+1}{27y^3-1};$$

$$\begin{cases} 6y^2 - 5y + 1 = 0 \\ y \neq \frac{1}{3} \end{cases}; \quad \begin{cases} y = \frac{1}{3}; y = \frac{1}{2} \\ y \neq \frac{1}{3} \end{cases}; \quad y = \frac{1}{2}.$$

$$\text{в) } \frac{1-x}{x^3-3x^2-4x+12} - \frac{2}{(x+2)(x-3)} = \frac{1}{x-2}; \quad \frac{1-x-2(x-2)}{(x-3)(x+2)(x-2)} =$$

$$= \frac{(x+2)(x-3)}{(x-3)(x+2)(x-2)}; \quad \begin{cases} x^2 + 2x - 11 = 0 \\ x \neq 3; x \neq \pm 2 \end{cases}; \quad x = -1 \pm \sqrt{12}.$$

$$\text{г) } \frac{1}{x^3-x} + \frac{1}{x^3+x} - \frac{2}{x^4-1} = 0; \quad \frac{x^2+1+x^2-1-2x}{x(x^4-1)} = 0;$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 2x = 0 \\ x \neq \pm 1; x \neq 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 0; x = 1 \\ x \neq \pm 1; x \neq 0 \end{cases} \quad \text{— решений нет.}$$

$$\boxed{4.} \text{ а) } y = 0 \text{ и } y = \frac{(x-3)(2x+5)}{x+2}; \quad \frac{(x-3)(2x+5)}{x+2} = 0;$$

$$\begin{cases} x = 3; & x = -2, 5 \\ & x \neq 2 \end{cases}; \quad x = 3, \quad x = -2, 5. \text{ Ответ: } (3; 0) \text{ и } (-2, 5; 0).$$

б)  $y = 0$  и  $y = \frac{x^2 - 2x - 8}{x - 4}$ ;  $\frac{(x-4)(x+2)}{x-4} = 0$ ;  $x = -2$ . Ответ:  $(-2; 0)$ .

в)  $y = 3x + 1$  и  $y = \frac{x+27}{x-3}$ ;  $\frac{x+27}{x-3} = 3x + 1$ ;

$$\begin{cases} x + 27 = (3x + 1)(x - 3) \\ & x \neq -3 \end{cases}; \quad \begin{cases} 3x^2 - 9x - 30 = 0 \\ & x \neq -3 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 10 = 0 \\ & x \neq -3 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 5; \\ & x = -2 \\ & x \neq -3 \end{cases};$$

$x = 5$  и  $x = -2$ . Ответ:  $(5; 16)$  и  $(-2; -5)$ .

г)  $y = 4x$  и  $y = \frac{7}{x+1} - 1$ ;  $4x = \frac{7}{x+1} - 1$ ;  $\frac{7}{x+1} = 4x + 1$ ;

$$\frac{(4x+1)(x+1) - 7}{x+1} = 0; \quad \begin{cases} 4x^2 + 5x - 6 = 0 \\ & x \neq -1 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = -2; & x = \frac{3}{4} \\ & x \neq -1 \end{cases}; \quad x = -2 \text{ и } x = \frac{3}{4}. \text{ Ответ: } (-2; -8) \text{ и } (\frac{3}{4}; 3).$$

**5.** а)  $\frac{x\sqrt{7}}{x\sqrt{7}-\sqrt{2}} = \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{7}-x\sqrt{2}}$ ;  $\frac{7x-x^2\sqrt{14}-x^2\sqrt{14}+x}{(x\sqrt{7}-\sqrt{2})(\sqrt{7}-x\sqrt{2})} = 0$ ;

$$\begin{cases} x(9 - 2x\sqrt{14}) = 0 \\ & x \neq \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}; x \neq \sqrt{\frac{7}{2}} \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 0; & x = \frac{9}{2\sqrt{14}} \\ & x \neq \sqrt{\frac{2}{7}}; & x \neq \sqrt{\frac{7}{2}} \end{cases}; \quad x = 0$$

и  $x = \frac{9}{2\sqrt{14}}$ .

б)  $\frac{x\sqrt{5}+\sqrt{3}}{x\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{x\sqrt{5}-\sqrt{3}}{x\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{32x}{5x^2-3}$ ;  $\frac{5x^2+2\sqrt{15}x+3+5x^2-2\sqrt{15}x+3}{5x^2-3} =$

$$= \frac{32x}{5x^2-3}; \quad \begin{cases} 10x^2 - 32x + 6 = 0 \\ & x^2 \neq \frac{3}{5} \end{cases}; \quad \begin{cases} 5x^2 - 16x + 3 = 0 \\ & x \neq \pm\sqrt{\frac{3}{5}} \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = 3; & x = \frac{1}{5} \\ & x \neq \pm\sqrt{\frac{3}{5}} \end{cases}; \quad x = 3 \text{ и } x = \frac{1}{5}.$$

**6.** а)  $x^2 + 3x = \frac{8}{x^2+3x-2}$ ;  $y = x^2 + 3x$ ;  $y = \frac{8}{y-2}$ ;

$$\frac{y^2-2y-8}{y-2} = 0; \quad \frac{(y+2)(y-4)}{y-2} = 0; \quad y = -2 \text{ и } y = 4.$$

1)  $x^2 + 3x = -2$ ;  $x^2 + 3x + 2 = 0$ ;  $x = -1$  и  $x = -2$ .

2)  $x^2 + 3x = 4$ ;  $x^2 + 3x - 4 = 0$ ;  $x = 1$  и  $x = -4$ . Ответ:  $x = -4$ ,  $x = -2$ ,  $x = -1$  и  $x = 1$ .

б)  $(x-2)(x+7) = \frac{19}{(x+1)(x+4)}$ ;  $x^2 + 5x - 14 = \frac{19}{x^2 + 5x + 4}$ ;  $y = x^2 + 5x + 4$ ;  $y - 18 = \frac{19}{y}$ ;  $\frac{y^2 - 18y - 19}{y} = 0$ ;  $\frac{(y+1)(y-19)}{y} = 0$ ;  $y = -1$  и  $y = 19$ .

1)  $x^2 + 5x + 4 = -1$ ;  $x^2 + 5x + 5 = 0$ ;  $D = 25 - 4 \cdot 5 = 5$ ;  $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5}}{2}$ .

2)  $x^2 + 5x + 4 = 19$ ;  $x^2 + 5x - 15 = 0$ ;  $D = 25 + 4 \cdot 15 = 85$ ;  $x = \frac{-5 \pm \sqrt{85}}{2}$ . Ответ:  $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5}}{2}$  и  $x = \frac{-5 \pm \sqrt{85}}{2}$ .

### С-31. Решение задач с помощью рациональных уравнений.

**1.** Пусть числитель дроби это  $x$ , а знаменатель  $y$ . Тогда

$$\begin{cases} y = x + 4 \\ \frac{x+2}{y+21} = \frac{x}{y} - \frac{1}{4} \end{cases}; \quad \begin{cases} y = x + 4 \\ \frac{x+2}{x+25} = \frac{x}{x+4} - \frac{1}{4} \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = x + 4 \\ \frac{4(x+2)(x+4)}{4(x+25)(x+4)} = \frac{4x(x+25) - (x+25)(x+4)}{4(x+25)(x+4)} \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = x + 4 \\ x^2 - 47x + 132 = 0 \end{cases}; \quad x = 3, \quad y = 7 \text{ и } x = 44, \quad y = 48;$$

$x \neq -4$ ;  $x \neq 25$   
но  $\frac{44}{48} = \frac{11}{12}$  - дробь сократима. Ответ:  $\frac{3}{7}$ .

**2.** Пусть собственная скорость катера  $x > 2$ . Тогда,

$$\frac{40}{x+2} + \frac{6}{x-2} = 3; \quad \frac{40x - 80 + 6x + 12}{x^2 - 4} = \frac{3x^2 - 12}{x^2 - 4};$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 46x + 56 = 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 14; \quad x = \frac{4}{3} \\ x \neq \pm 2 \end{cases}; \quad x > 2;$$

$x = 14$ . Ответ: 14.

**3.** Пусть первая мастерская шила  $x$  курток в день, тогда

вторая  $x - 4$ . Значит,  $\frac{96}{x-4} - \frac{96}{x} = 2$ ;  $\frac{96x - 96x + 384}{x(x-4)} = \frac{2x^2 - 8x}{x(x-4)}$ ;

$$\begin{cases} x^2 - 4x - 192 = 0 \\ x \neq 0; \quad x \neq 4 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 16; \quad x = -12 \\ x \neq 0; \quad x \neq 4 \end{cases}; \quad x >$$

$> 0$ ;  $x = 16$ ;  $y = x - 4 = 12$ . Ответ: 12 дней и 16 дней.

**4.** Пусть  $S$  – заказ,  $v_0$  – скорость работы слесаря,  $v_1$  и  $v_2$  – скорость работы учеников. Тогда,

$$\begin{cases} V_0 = V_1 + V_2 \\ \frac{S}{V_0} + 2 = \frac{S}{V_1} \\ \frac{S}{V_0} + 8 = \frac{S}{V_2} \end{cases}; \quad \begin{cases} V_0 = V_1 + V_2 \\ \frac{S}{V_1 + V_2} + 2 = \frac{S}{V_1} \\ \frac{S}{V_1 + V_2} + 8 = \frac{S}{V_2} \end{cases};$$

$$\begin{cases} V_0 = V_1 + V_2 \\ S(V_1 + V_2) = 2(V_1 + V_2)V_1 + SV_1 \\ S(V_1 + V_2) = 8(V_1 + V_2)V_2 + SV_2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} V_0 = V_1 + V_2 \\ V_2 = \frac{2V_1^2}{S - 2V_1} \end{cases}; \quad SV_1 = 8V_1 \cdot \frac{2V_1^2}{S - 2V_1} + 8 \cdot \left( \frac{2V_1^2}{S - 2V_1} \right)^2;$$

$$SV_1(S - 2V_1)^2 = 16V_1^3(S - 2V_1) + 32V_1^4;$$

$$SV_1(S - 2V_1)^2 = 16SV_1^3; \quad V_1 \neq 0; \quad (S - 2V_1)^2 = 16V_1^2;$$

$$12V_1^2 + 4SV_1 - S^2 = 0; \quad V_1 = \frac{-4S \pm 8S}{24}; \quad V_1 > 0; \quad V_1 =$$

$$= \frac{S}{6}; \quad V_2 = \frac{2 \frac{S^2}{36}}{\frac{2S}{3}} = \frac{S}{12}; \quad V_0 = V_1 + V_2 = \frac{S}{4}; \quad \frac{S}{V_0} = 4; \quad \frac{S}{V_1} = 6; \quad \frac{S}{V_2} = 12. \text{ Ответ: за 4 ч, за 6 ч, за 12 ч.}$$

### С-32. Сравнение чисел (повторение).

**1.** 1) а)  $\frac{5}{12} > \frac{3}{8}$ .

б)  $2\frac{1}{8} = 2,125$ .

в)  $0,4 > \frac{2}{7}$ .

г)  $1,3 > 1\frac{1}{6}$ .

2) а)  $-\frac{1}{4} > -\frac{1}{3}$ .

б)  $-\frac{1}{9} > -0,16$ .

в)  $-\frac{3}{4} = -0,75$ .

г)  $-0,14 = -\frac{7}{50}$ .

**2.** а)  $-5$ ;  $-4,7$ ;  $-4,6$ .

б)  $-4,1$ ;  $-4$ .

**3.** 1) а)  $32, 16 : 1,6 = 20, 1 = 6, 7 : \frac{1}{3}$ .

б)  $8,165 : 0,5 = 16,33$ ;  $163 \cdot 0,1 = 16,3$ ;  $8,165 : 0,5 > > 163 \cdot 0,1$ .

2) а)  $-1,24 \cdot 7,5 = -9,3$ ;  $12 : (-1,5) = -8$ ;  $-1,24 \cdot 7,5 < < 12 : (-1,5)$ .

б)  $3 \cdot (-\frac{1}{2}) = -1,5 = 8,1 : (-5,4)$ .

**4.** а) верно.

б) верно.

в) верно.

г) неверно.

**5.** 1) а)  $(-1,7)^2 > 0$ .

б)  $(-3,15)^3 < 0$ .

в)  $(-1\frac{1}{3})^4 > 0$ .

г)  $(-\frac{2}{7})^5 < 0$ .

д)  $0^6 = 0$ .

2) а)  $5,1^5 \cdot (-1,6)^3 < 0$ .

б)  $(-3,8)^6 \cdot (-2,4)^4 > 0$ .

в)  $0^7 \cdot (-1,6)^{12} = 0$ .

г)  $(-1,75)^{10} \cdot (-3,16)^9 < 0$ .

**6.**  $0,9 > 0,8 > \frac{4}{7} > 0,5 > \frac{3}{7}$ .

**7.** а)  $1547 \cdot \frac{4}{9} < 1547 \cdot \frac{7}{9}$ .

б)  $2187 : \frac{2}{3} > 2187 \cdot \frac{2}{3}$ .

в)  $289 \cdot 17 = 289 : \frac{1}{17}$ .

г)  $156,4 : 0,2 > 156,4 \cdot 0,2$ .

**8.** а)  $3,7 < 3,72 < 3,8$ .

б)  $0 < 0,1 < 0,2$ .

в)  $-8,6 < -8,54 < -8,5$ .

г)  $-\frac{1}{3} = -\frac{8}{24}$ ;  $-\frac{1}{4} = -\frac{6}{24}$ ;  $-\frac{1}{3} < -\frac{7}{24} < -\frac{1}{4}$ .

**9.** а) да.

б) нет, так как  $21 + 22 = 43 < 54$ .

### С-33. Свойства числовых неравенств.

**1.** а)  $0 < 5$ ;  $-3 < 2$ .

б)  $-25 < -23$ ;  $-21 < -19$ .

в)  $18 > -30$ ;  $-4,5 < 7,5$ ;  $-3 < 5$ .

г)  $-3 < -1$ ;  $9 > 3$ ;  $45 > 15$ .

**2.**  $a > b$ .

1) а)  $a + 6 > b + 6$ .

б)  $7, 3a > 7, 3b$ .

в)  $-16, 2a < -16, 2b$ .

2) а)  $b - 8 < a - 8$ .

б)  $7 - a < 7 - b$ .

в)  $-\frac{a}{5} < -\frac{b}{5}$ .

**3.**  $c < a < b < d$ .

**4.** а)  $a > 0$ ;  $b > 0$ .

б)  $a < 0$ ;  $b < 0$ .

в)  $a > 0$ ;  $b > 0$ .

г)  $a > 0$ ;  $b > 0$ .

**5.**  $b - 8 < b - 6 < b < a < a + 2 < a + 11$ .

**6.**  $a < b$ .

а)  $a < b + 11$ .

б)  $a - 4 < b$ .

в)  $-a > -3 - b$ .

г)  $-(a - 4) > -b$ .

**7.**  $a > b > 0$ .

а)  $8a > 6b$ .

б)  $12a > b$ .

в)  $-6a < -4b$ .

г)  $-11a < -3b$ .

**8.** а) неверно.

б) неверно.

### **С-34. Сложение и умножение неравенств.**

**1.** 1) а)  $13 < 19$ .

б)  $6 > 2$ .

2) а)  $0 > -4$ .

б)  $-\frac{2}{3} < -\frac{1}{6}$ .

**2.** 1) а)  $96 > 30$ .

б)  $400 < 505$ .

2) а)  $\frac{6}{49} < \frac{1}{6}$ .

б)  $0,036 > 0,0032$ .

**3.** 1) а) верно.

б) верно.

в) неверно.

2) а) верно.

б) верно.

в) неверно.

3) неверно.

**4.**  $a > 5$ ;  $b > 6$ .

1) а)  $2a > 10$ ;  $2a + b > 16 > 15$ .

б)  $6a > 30$ ;  $8b > 48$ ;  $6a + 8b > 78 > 60$ .

2) а)  $10a > 50$ ;  $3b > 18$ ;  $10a + 3b > 68 > 65$ .

б)  $12a > 60$ ;  $4b > 24$ ;  $12a + 4b > 84 > 80$ .

**5.**  $a > 6$ ;  $-a < -6$ ;  $b < -1$ ;  $-b > 1$ .

1) а)  $3a > 18$ ;  $3a - b > 19 > 16$ .

б)  $8a > 48$ ;  $-9b > 9$ ;  $8a - 9b > 57 > 49$ .

в)  $10b < -10$ ;  $-6a < -36$ ;  $10b - 6a < -46$ .

2) а)  $-4b > 4$ ;  $a - 4b > 10 > 4$ .

б)  $11a > 66$ ;  $-10b > 10$ ;  $11a - 10b > 76 > 64$ .

в)  $-12a < -72$ ;  $b - 12a < -73 < -50$ .

**6.**  $0 < a < 7$ ;  $0 < b < 3$ .

а)  $5a < 35$ ;  $11b < 33$ ;  $5a + 11b < 68 < 70$ .

б)  $ab < 21$ ;  $ab + 4 < 25 < 30$ .

**7.** а)  $3a + 2b > 16$  при  $a > 4$  и  $b > 8$ .

б)  $b - 4a$  и  $-40$  – нельзя сравнить при  $a > 8$  и  $b < 6$ .

в)  $5a - b > 20$  при  $a > 4$  и  $b < -3$ .

г)  $a - 4b$  и  $4$  – нельзя сравнить при  $a > 4$  и  $b > 2$ .

### С-35. Доказательство неравенств.

**1.**  $a < 0$ ;  $b > 0$ .

1)  $5a < 0$ ;  $3b > 0$ ;  $-4a > 0$ ;  $-8b < 0$ ;  $-a > 0$ ;  $-b < 0$ .

2)  $a^2 > 0$ ;  $b^3 > 0$ ;  $a^5 < 0$ ;  $b^4 > 0$ ;  $a^2b > 0$ ;  $a^3b^2 < 0$ ;  $(ab)^4 > 0$ ;  $(ab)^5 < 0$ .

**2.**  $b > 0$ .

1)  $b^2 > 0$ ;  $(-b)^2 > 0$ ;  $-b^2 < 0$ ;  $8b^2 > 0$ ;  $-10b^2 < 0$ ;  $(-12b)^2 > 0$ .

2)  $b^2 + 8 > 0$ ;  $(b - 8)^2 \geq 0$ ;  $-b^2 - 1 < 0$ ;  $(b - 4)^2 + 1 > 0$ ;  $b^2 - 6b + 9 = (b - 3)^2 \geq 0$ .

**3.**  $b^2 \geq 0$ ;  $1 + b^2 > 0$ .

**4.** 1) а)  $x(x + 4) + 6 > 4x$ ;  $x^2 + 4x + 6 - 4x > 0$ ;  $x^2 + 6 > 0$ .

б)  $(a - 2)(a + 2) + 11 > 0$ ;  $a^2 - 4 + 11 > 0$ ;  $a^2 + 7 > 0$ .

в)  $(a + 6)^2 > 12a$ ;  $a^2 + 12a + 36 - 12a > 0$ ;  $a^2 + 36 > 0$ .

2) а)  $(a + 5)(a - 2) > (a - 5)(a + 8)$ ;  $a^2 + 3a - 10 > a^2 + 3a - 40$ ;  $-10 > -40$ .

б)  $x(x + 10) < (x + 5)^2$ ;  $x^2 + 10x < x^2 + 10x + 25$ ;  $0 < 25$ .

в)  $b(b - 4) \geq -4$ ;  $b^2 - 4b + 4 \geq 0$ ;  $(b - 2)^2 \geq 0$ . 3) а)

$$\frac{(5x+1)^2}{5} > 2x; ; \quad 25x^2 + 10x + 1 - 10x > 0; ; \quad 25x^2 + 1 > 0.$$

$$6) \frac{(a+3)^2}{6} \geq a - 2; ; \quad a^2 + 6a + 9 \geq 6a - 12; ; \quad a^2 + 21 \geq 0.$$

$$5. \quad a < 0; ; \quad b > 0. \quad \text{а) } a - b < 0. \quad \text{б) } b - a > 0. \quad \text{в) } 12a - 5b < 0. \\ \text{г) } 3b - 6a > 0. \quad \text{д) } \frac{a}{2a-b} > 0. \quad \text{е) } \frac{b}{b-4a} > 0.$$

$$6. \quad \text{а) } -b^2 - 16 < 0. \quad \text{б) } 1 + b^2 > 0. \quad \text{в) } (b-6)^2 + 9 > 0. \quad \text{г) } \\ -(b-1)^2 + (-3)^5 < 0. \quad \text{д) } (b+6)^2 + (1-b)^2 > 0.$$

$$7. \quad \frac{a^4+2}{0,5+a^2} - 2 = \frac{a^4-2a^2+1}{a^2+0,5} = \frac{(a^2-1)^2}{a^2+0,5} \geq 0; ; \quad \text{значит } \frac{a^4+2}{0,5+a^2} \geq 2.$$

$$8. \quad \text{а) } a^2 + 8a + 17 = (a+4)^2 + 1 > 0. \quad \text{б) } b^2 + 9 > - \\ -4b; ; \quad b^2 + 9 + 4b > 0; ; \quad (b+2)^2 + 5 > 0. \quad \text{в) } x^2 + y^2 \geq \\ 2(x+y-1); ; \quad x^2 + y^2 - 2(x+y-1) \geq 0; ; \quad x^2 - 2x + \\ + 1 + y^2 - 2y + 1 \geq 0; ; \quad (x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 0.$$

$$9. \quad \frac{a+n}{b+n} - \frac{a}{b} = \frac{ab+bn-ab-an}{b(b+n)} = \frac{n(b-a)}{b(b+n)} < 0, \quad \text{так как } a > \\ > 0, \quad b > 0, \quad a > b, \quad n > 0, \quad \text{значит, } \frac{a+n}{b+n} < \frac{a}{b}.$$

$$10. \quad \text{Пусть } V - \text{ скорость первого велосипедиста, } S - \\ \text{ путь, тогда } \frac{2S}{V} - \left( \frac{S}{V+2} + \frac{S}{V-2} \right) = \frac{2S}{V} - \frac{2SV}{V^2-4} = \frac{2SV^2-8S-2SV^2}{V(V^2-4)} = \\ = \frac{-8S}{V(V^2-4)}, \quad \text{так как } V > 2, \quad \text{то } \frac{2S}{V} < \frac{S}{V+2} + \frac{S}{V-2}, \quad \text{первый} \\ \text{ велосипедист затратил меньше времени.}$$

### С-36. Оценка значения выражения.

$$1. \quad -6 < x < 8.$$

$$1) \quad \text{а) } -18 < 3x < 24.$$

$$\text{б) } -32 < -4x < 24.$$

$$\text{в) } -8 < -x < 6.$$

$$\text{г) } -2 < \frac{x}{3} < \frac{8}{3}.$$

$$\text{д) } -7 < x - 1 < 7.$$

$$2) \quad \text{а) } -3 < 5 - x < 11.$$

б)  $\frac{1}{x}$  – оценить нельзя.

в)  $\frac{4}{x}$  – оценить нельзя.

г)  $-19 < 3x - 1 < 23$ .

д)  $-38 < 2 - 5x < 32$ .

**2.**  $3 < a < 4$ ;  $-5 < b < -4$ .

а)  $-2 < a + b < 0$ .

б)  $7 < a - b < 9$ .

в)  $-20 < ab < -12$ .

г)  $-1 < \frac{a}{b} < -\frac{3}{5}$ .

**3.**  $4,4 < a < 4,5$ ;  $2,4 < b < 2,5$ ;  $P = 2(a + b)$ ;  $S = ab$ ;  $13,6 < P < 14$ ;  $10,56 < S < 11,25$ .

**4.**  $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ ;  $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$ .

а)  $2,8 < 3\sqrt{3} - \sqrt{5} < 3,2$ .

б)  $3,74 < \sqrt{15} < 4,14$ .

в)  $\sqrt{20} + \sqrt{3} = 4\sqrt{5} + \sqrt{3}$ ;  $6,1 < \sqrt{20} + \sqrt{3} < 6,4$ .

г)  $\sqrt{12} + \sqrt{15} = 2\sqrt{3} + \sqrt{15}$ ;  $7,14 < \sqrt{12} + \sqrt{15} < 7,74$ .

**5.**  $6,2 < a < 6,3$ ;  $1 < b < 1,2$ ;  $6,2^2 - 1,2^2 < a^2 - b^2 < 6,3^2 - 1^2$ ;  $37 < a^2 - b^2 < 39,69$ .

**6.** а) При  $1 < a < 2$  и  $0 < b < 4$ ,  $3 < 3a + 4b < 22$ .

б) При  $-2 < a < -1$  и  $0 < b < 3$ ,  $-2 < a + \frac{1}{3}b < 0$ .

в) При  $-3 < a < -2$  и  $1 < b < 2$ ,  $5 < -a + 3b < 9$ .

г) При  $0,5 < a < 1,5$  и  $1,2 < b < 1,6$ ,  $-2,7 < \frac{b}{4} - 2a < -0,6$ .

**7.**  $2 \leq a \leq 3$ ;  $1 \leq b \leq 2$ .

1)  $0 \leq a - b \leq 2$ ;  $3 \leq a + b \leq 5$ ;  $0 \leq (a - b)(a + b) \leq 10$ .

2)  $4 \leq a^2 \leq 9$ ;  $1 \leq b^2 \leq 4$ ;  $0 \leq a^2 - b^2 \leq 8$ .

**8.**  $\angle A = 180 - \angle B - \angle C$ ;  $80 < \angle A < 82$ .

**9.**  $6,3 \leq \frac{a}{2} \leq 6,4$ .

### С-37. Оценка погрешности приближения.

1. а)  $4,7 - 4,63 = 0,07$ ;  $4,63 - 4,6 = 0,03$ .  
б)  $0,8535 - 0,8 = 0,0535$ ;  $0,9 - 0,8535 = 0,0465$ .  
в)  $\frac{3}{26} - \frac{1}{9} = \frac{1}{234}$ .  
г)  $0,2 - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$ .

2. а)  $2,9 - 2,85 = 0,05$ .  
б)  $26,3 - 26 = 0,3$ .  
в)  $6,748 - 6,7 = 0,048$ .  
г)  $19 - 18,65 = 0,35$ .

3. 1) а)  $5 \leq b \leq 7$ .  
б)  $16 \leq x \leq 20$ .  
в)  $110 \leq a \leq 130$ .  
2) а)  $14,9 \leq m \leq 15,1$ .  
б)  $9 \leq c \leq 10$ .  
в)  $29,5 \leq n \leq 30,5$ .  
3) а)  $6,74 \leq u \leq 6,76$ .  
б)  $10,19 \leq v \leq 10,29$ .  
в)  $4,567 \leq d \leq 4,569$ .

4. 1) а)  $x = 30 \pm 3$ .  
б)  $x = 20 \pm 0,5$ .  
2) а)  $x = 7,8 \pm 0,2$ .  
б)  $32,6 \pm 0,2$ .  
3) а)  $x = 2,79 \pm 0,02$ .  
б)  $x = 12,95 \pm 0,25$ .

5.  $x - \frac{x-y}{2} = \frac{x+y}{2}$ ,  $x - \frac{x-y}{2} \leq \frac{x+y}{2} \leq x + \frac{x-y}{2}$ ;  $y + \frac{x-y}{2} = \frac{x+y}{2}$ ,  $y - \frac{x-y}{2} \leq \frac{x-y}{2} \leq y + \frac{x-y}{2}$ ; значит,  $\frac{x+y}{2}$  является приближением  $x$  и  $y$ , с точностью до  $\frac{x-y}{2}$ .

### С-38. Округление чисел.

1. 1) а)  $367 \approx 370$ .

б)  $28,5 \approx 29$ .

2) а)  $69,8349 \approx 69,8$ .

б)  $0,73694 \approx 0,737$ .

3) а)  $58560,4 \approx 59000$ .

б)  $2,4108439 \approx 2,41084$ .

**2.** а)  $\frac{2}{3} \approx 0,67$ ;  $\Delta = 0,00(3)$ .

б)  $\frac{5}{7} \approx 0,71$ ;  $\Delta = 0,0042\dots$

в)  $\frac{6}{13} \approx 0,46$ ;  $\Delta = 0,0015\dots$

г)  $2\frac{5}{14} \approx 2,36$ ;  $\Delta = 0,0028\dots$

д)  $10\frac{8}{11} \approx 10,73$ ;  $\Delta = 0,00(3)$ .

е)  $1\frac{1}{17} \approx 1,06$ ;  $\Delta = 0,00117\dots$

**3.**  $\frac{7}{19} - 0,001 < 0,368 < \frac{7}{19} + 0,001$ ;  $\frac{7}{19} - 0,001 < 0,369 < \frac{7}{19} + 0,001$  и  $\frac{7}{19} - 0,0005 < 0,368 < \frac{7}{19} + 0,0005$ , так что числа  $0,368$  и  $0,369$  являются приближенными значениями числа  $\frac{7}{19}$  с точностью до  $0,001$ , а число  $0,368$  с точностью до  $0,0005$ .

### С-39. Относительная погрешность.

**1.** а)  $1,7 \approx 2$ ;  $\Delta = \frac{2-1,7}{2} = 0,15$ .

б)  $9,85 \approx 10$ ;  $\Delta = \frac{10-9,85}{10} = 0,015$ .

в)  $5,314 \approx 5$ ;  $\Delta = \frac{5,314-5}{5} = 0,0628$ .

г)  $99,83 \approx 100$ ;  $\Delta = \frac{100-99,83}{100} = 0,0017$ .

**2.**  $6\frac{3}{4} = 6,75 \approx 6,8$ ;  $\Delta = 0,05$ ;  $\Delta = \frac{0,05}{6,8} = \frac{1}{136}$ .  $18\frac{7}{8} = 18,875 \approx 18,9$ ;  $\Delta = 0,025$ ;  $\Delta = \frac{0,025}{18,9} = \frac{1}{756}$ .

**3.**  $\Delta = \frac{100}{356400} = \frac{1}{3564}$ .

**4.** Для  $M$   $\Delta = \frac{0,5}{184} = \frac{1}{368}$ . Для  $m$   $\Delta = \frac{0,01}{0,25} = \frac{1}{25}$ .  
Качество измерения  $M$  точнее.

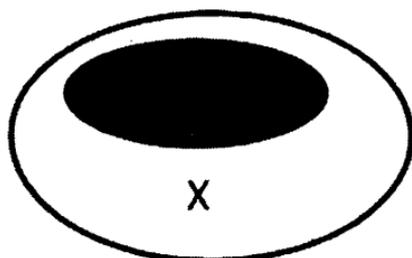
### С-40. Пересечение и объединение множеств.

1. Пересечение {а;и;н;с;т}, объединение {п;а;и;н;с;т;м;ш}.

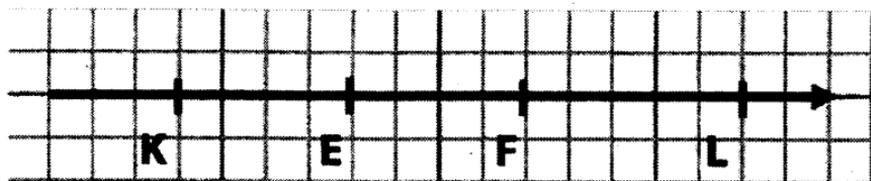
2.  $A \cap B = \{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19\}$ ;

$X \cup Y = \{1; 4; 6; 8; 9; 10; 12; 14; 15; 16; 18; 20\}$  }.

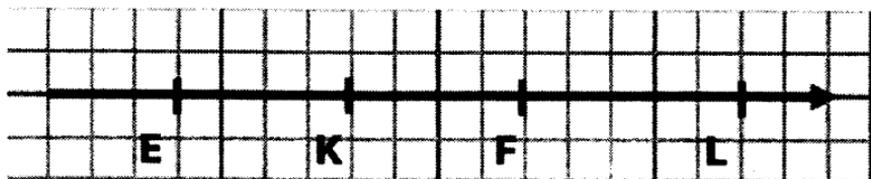
3.



4. а)



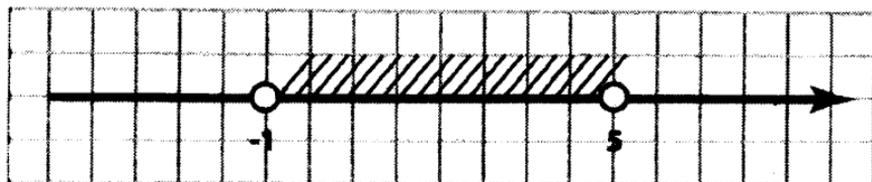
б)



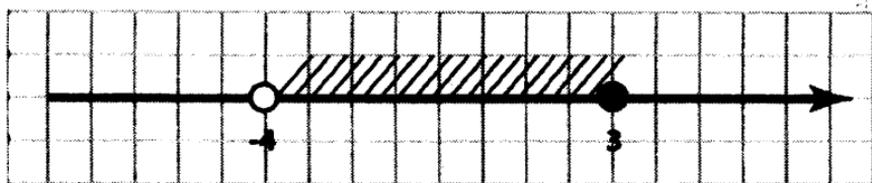
5. Наибольшее 17. Наименьшее 98.

### С-41. Числовые промежутки.

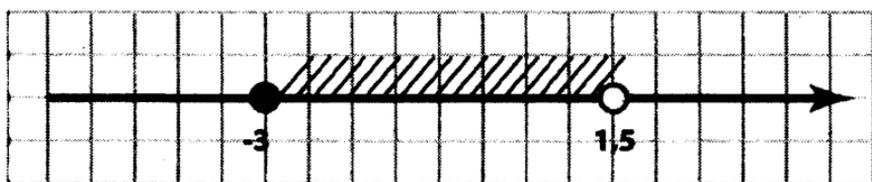
1. 1) а)  $(-1; 5)$ .



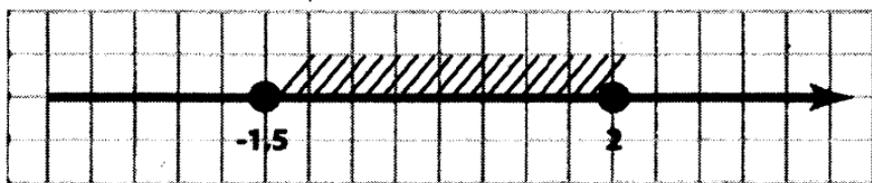
б)  $(-4; 3]$ .



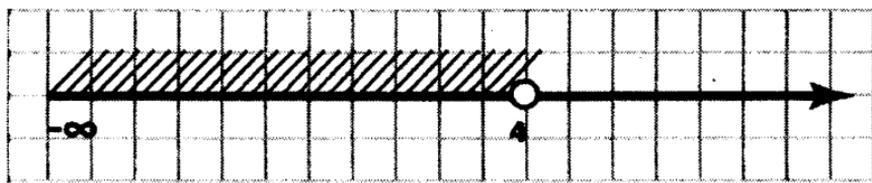
в)  $[-3; 1,5)$ .



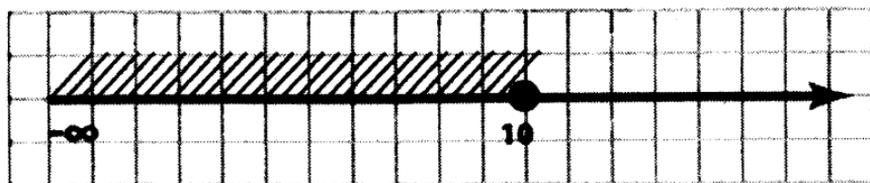
г)  $[-1,5; 2]$ .



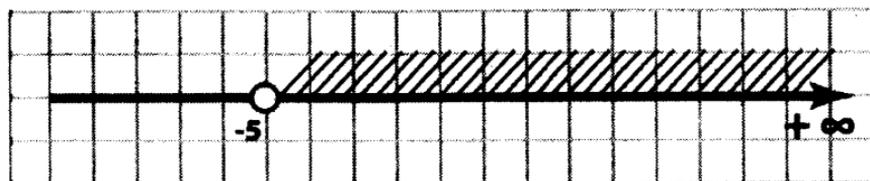
2) а)  $(-\infty; 4)$ .



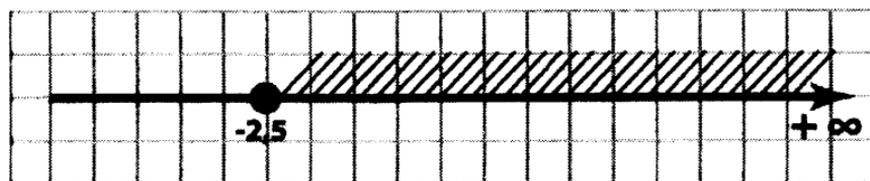
6)  $(-\infty; 10]$ .



В)  $(-5; +\infty)$ .

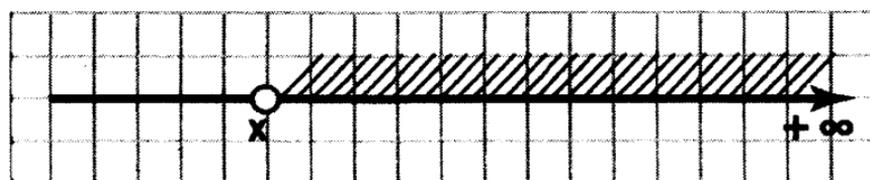


Г)  $[-2, 5; +\infty)$ .

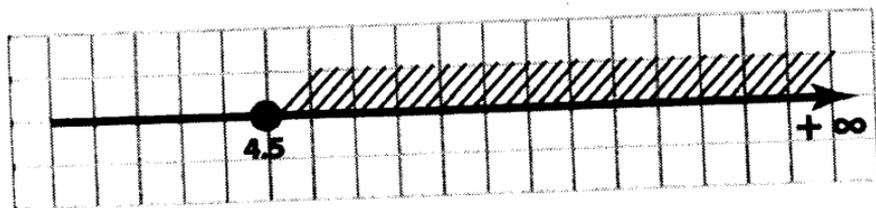


2.  $(-10; -5)$ ;  $[4; 15]$ ;  $[-3; 2)$ ;  $[11; +\infty)$ ;  $(-\infty; -8)$ .

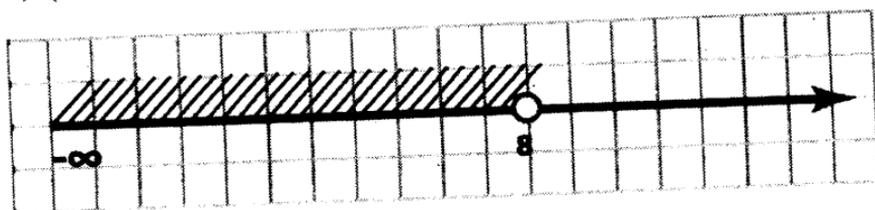
3. 1) а)  $(x; +\infty)$ .



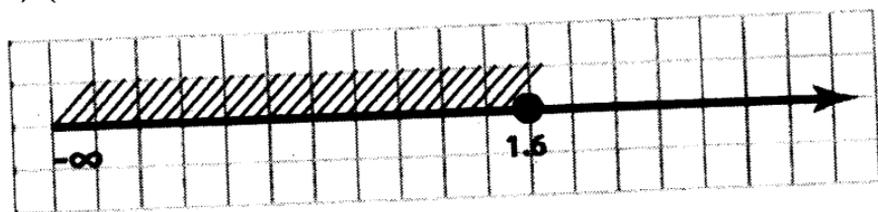
6)  $[4, 5; +\infty)$ .



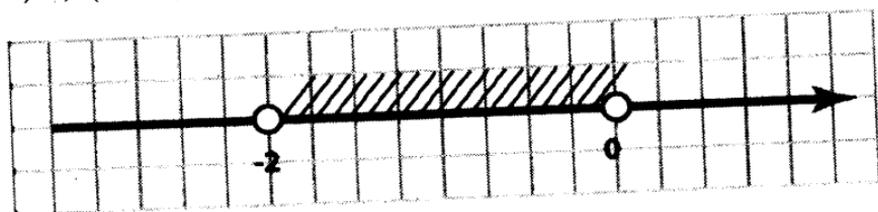
B)  $(-\infty; 8)$ .



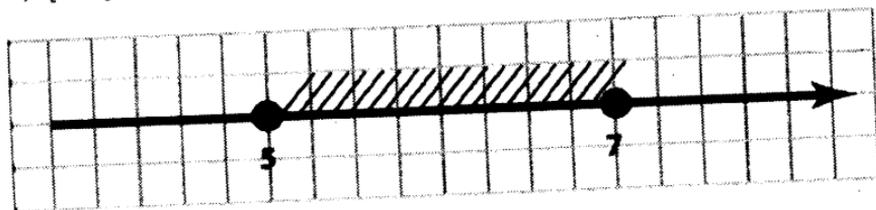
r)  $(-\infty; 1, 6]$ .



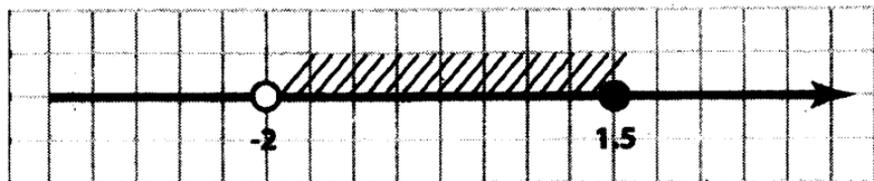
2) a)  $(-2; 0)$ .



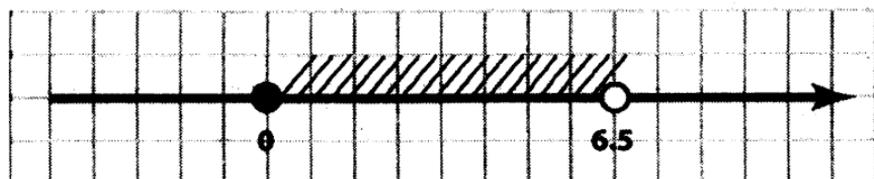
б)  $[5; 7]$ .



B)  $(-2; 1, 5]$ .



г)  $[0; 6, 5)$ .



**4.** Числа  $-2, 1; 0; 1; 2, 3; 2, 4$  принадлежат промежутку  $[-2, 5; 2, 4]$ , а число  $-2, 6$  не принадлежит промежутку  $[-2, 5; 2, 4]$ .

**5.** а)  $-1; 0; 1; 2$ .

б)  $0$ .

в)  $-3; -2; -1; 0; 1$ .

г)  $-3; -2; -1; 0$ .

**6.** а)  $11$ .

б)  $-1$ .

в)  $0$ .

г)  $1$ .

**7.**  $-0, 05; -0, 12$  и  $0, 05; 0, 16$ .

**8.** а) нет.

б) да.

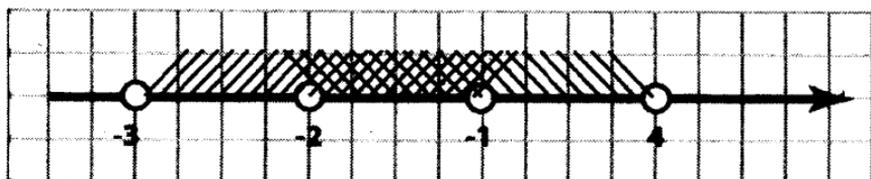
в) да.

г) да.

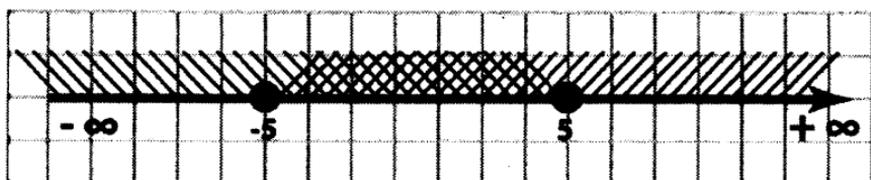
**9.** а)  $[-4; 5] \cap [0; 10] = [0; 5]$ .



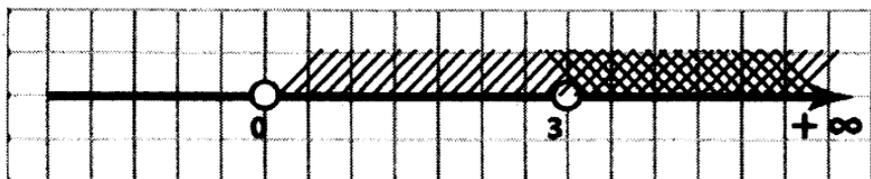
б)  $(-3; -1) \cap (-2; 4) = (-2; -1)$ .



в)  $(-\infty; 5] \cap [-5; +\infty) = [-5; 5]$ .



г)  $(3; +\infty) \cap (0; +\infty) = (3; +\infty)$ .



**10.** а)  $(-3; 8) \cup (1; 9) = (-3; 9)$ .

б)  $[-4; 4] \cup [-1; 1] = [-4; 4]$ .

в)  $(-\infty; 1) \cup (-\infty; 4) = (-\infty; 4)$ .

г)  $(-\infty; 0) \cup (-2; +\infty) = (-\infty; +\infty)$ .

**С-42. Решение неравенств.**

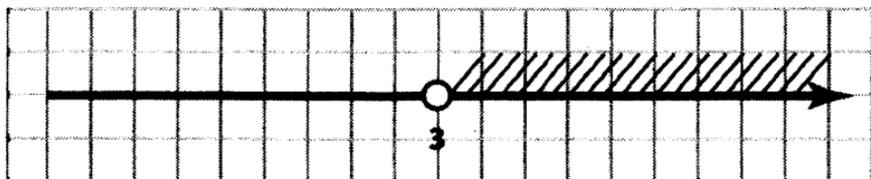
1. a)  $6x > 54$ ;  $x > 9$ ;  $x = 11$ ,  $x = 13$ ,  $x = 16$ .

б)  $3x < 108$ ;  $x < 36$ ;  $x = 5$ ,  $x = 13$ ,  $x = 16$ .

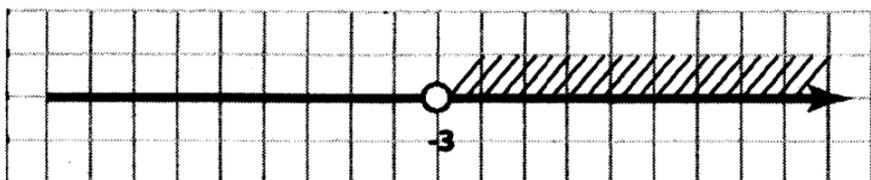
в)  $-8x > 32$ ;  $x < -4$ ;  $x = -5$ ,  $x = -10$ ,  $x = -16$ .

г)  $-5x < -65$ ;  $x > 13$ ;  $x = 14$ ,  $x = 15$ ,  $x = 16$ .

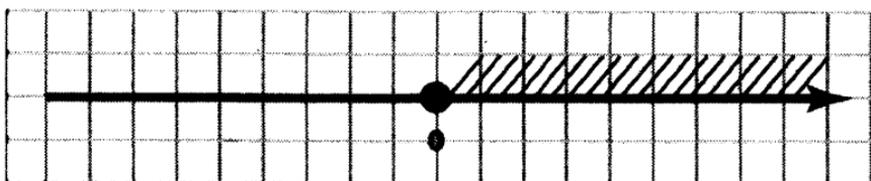
2. a)  $17x < 51$ ;  $x > 3$ .



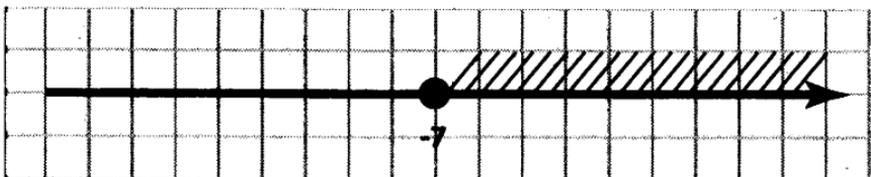
б)  $-9x < 27$ ;  $x > -3$ .



в)  $18x \geq 0$ ;  $x \geq 0$ .



г)  $-5x \leq 35$ ;  $x \geq -7$ .



3. 1) a)  $6x > 48$ ;  $x > 8$ .

б)  $7x < 42$ ;  $x < 6$ .

в)  $-x > -8$ ;  $x < 8$ .

г)  $-12x < 24$ ;  $x > -2$ . 2) а)  $6x > 13$ ;  $x > \frac{13}{6}$ ;  $x > 2\frac{1}{6}$ .

б)  $4x < 1,6$ ;  $x < 0,4$ .

в)  $12x \geq -18$ ;  $x \geq -\frac{3}{2}$ ;  $x \geq -1\frac{1}{2}$ .

г)  $-9x \leq 24$ ;  $x \geq -\frac{8}{3}$ ;  $x \geq -2\frac{2}{3}$ .

3) а)  $\frac{1}{3}x > 2$ ;  $x > 6$ .

б)  $\frac{2}{9}x < 36$ ;  $x < 162$ .

в)  $-\frac{1}{4}x < 6$ ;  $x > -24$ .

г)  $-\frac{3}{7}x > 21$ ;  $x < -49$ .

4) а)  $0,5x > 3$ ;  $x > 6$ .

б)  $-0,7x < 1,4$ ;  $x > -2$ .

в)  $10x < 0,1$ ;  $x < 0,01$ .

г)  $-9x > 1,3$ ;  $x < \frac{13}{90}$ .

**4.** а)  $-6x > -48$ ;  $6x < 48$ ;  $x < 8$ .

б)  $-6x < 6$ ;  $6x > -6$ ;  $x > -1$ .

**5.** а) 7.

б) 6.

в) -3.

г) 3.

**6.** а)  $-16x < -16$ .

б)  $3x < -9$ .

**7.** Неравенство  $bx > 6$  равносильно неравенству  $x > \frac{6}{b}$  при  $b > 0$ .

### **С-43. Решение неравенств (продолжение).**

**1.**  $3x - 1 < 11$ ;  $3x < 12$ ;  $x < 4$ . Числа 0; 3,9 являются решением неравенства  $3x - 1 < 11$ , а числа 4; 4,1 не являются.

**2.** 1) а)  $17 + x \geq 37$ ;  $x > 20$ .

б)  $5 - x \leq 1$ ;  $x \geq 4$ .

в)  $6, 2 + x \geq 10; \quad x \geq 3, 8.$

г)  $0, 6 - 2x < 0; \quad 2x > 0, 6; \quad x > 0, 3.$

2) а)  $1 + 6x < 7; \quad 6x < 6; \quad x < 1.$

б)  $6x + 1 > 0; \quad 6x > -1; \quad x > -\frac{1}{6}.$

в)  $3 - 2x \leq 8; \quad 2x \geq -5; \quad x \geq -2, 5.$

г)  $6 - 15x \geq 0; \quad 15x \leq 6; \quad x \leq \frac{2}{5}.$

3) а)  $4 + x < 1 - 2x; \quad 3x < -3; \quad x < -1.$

б)  $2 + 6x > 5 + 7x; \quad x < -3.$

в)  $4x + 7 \leq 6x + 1; \quad 2x \geq 6; \quad x \geq 3.$

г)  $9x \geq 4x + 2; \quad 5x \geq 2; \quad x \geq \frac{2}{5}.$

4) а)  $4(1 + x) > x - 2; \quad 4x + 4 > x - 2; \quad 3x > -6; \quad x > -2.$

б)  $-(2x + 1) \leq 3(x + 2); \quad -2x - 1 \leq 3x + 6; \quad 5x \geq -7; \quad x \geq -1, 4.$

в)  $6(2x - 1) - (2 + x) < 0; \quad 12x - 6 - 2 - x < 0; \quad 11x < 8; \quad x < \frac{8}{11}.$

г)  $4(1 - x) + 5(x + 8) \geq 0; \quad 4 - 4x + 5x + 40 \geq 0; \quad x \geq -44.$

5) а)  $\frac{3x}{5} < 1; \quad x < \frac{5}{3}; \quad x < 1\frac{2}{3}.$

б)  $\frac{x}{8} > 0; \quad x > 0.$

в)  $\frac{4x}{3} \geq 2; \quad x \geq \frac{2 \cdot 3}{4}; \quad x \geq 1\frac{1}{2}.$

г)  $\frac{5x}{6} \leq 0; \quad x \leq 0.$

6) а)  $\frac{2+x}{20} < 1; \quad 2 + x < 20; \quad x < 18.$

б)  $\frac{3-x}{6} > 3; \quad 3 - x > 18; \quad x < -15.$

в)  $\frac{1+6x}{7} \leq 1; \quad 1 + 6x \leq 7; \quad 6x \leq 6; \quad x \leq 1.$

г)  $\frac{7-2x}{3} \geq 0; \quad 7 - 2x \geq 0; \quad 2x \leq 7; \quad x \leq 3, 5.$

7) а)  $\frac{3x}{4} - x > 2; \quad 3x - 4x > 8; \quad -x > 8; \quad x < -8.$

б)  $2x + \frac{x}{3} \geq 7; \quad 6x + x \geq 21; \quad 7x \geq 21; \quad x \geq 3.$

в)  $\frac{4x}{8} - x \leq 0; \quad \frac{x}{2} - x \leq 0; \quad x - 2x \leq 0; \quad -x \leq 0; \quad x \geq 0.$

г)  $\frac{2x-1}{5} - 3x > \frac{10x+1}{5}; \quad 2x - 1 - 15x > 10x + 1; \quad 23x < -2; \quad x < -\frac{2}{23}.$

**3.** а)  $12 - a > 0; \quad a < 12.$

б)  $6a + 37 < 0; \quad 6a < -37; \quad a < -\frac{37}{6}; \quad a < -6\frac{1}{6}.$

**4.**  $2b - 1 > \frac{4+3b}{5}; \quad 10b - 5 > 4 + 3b; \quad 7b > 9; \quad b >$

$$> \frac{9}{7}; \quad b > 1\frac{2}{7}.$$

$$\boxed{5.} \text{ а) } 1,5x - 9 > 0; \quad 1,5x > 9; \quad x > 6.$$

$$\text{б) } 1,5x - 9 < 0; \quad 1,5x < 9; \quad x < 6.$$

$$\boxed{6.} \text{ а) } 6x^2 - 3x(2x + 4) > 48; \quad 6x^2 - 6x^2 - 12x > 48; \quad 12x < < -48; \quad x < -4.$$

$$\text{б) } (a + 6)(3a - 8) - 3(a^2 - 1) < 20; \quad 3a^2 + 10a - 48 - 3a^2 + 3 < 20; \quad 10a < 65; \quad a < 6,5.$$

$$\text{в) } \frac{5x}{12} - \frac{x-2}{4} + \frac{x+1}{3} < 0; \quad 5x - 3x + 6 + 4x + 4 < 0; \quad 6x < < -10; \quad x < -\frac{5}{3}; \quad x < -1\frac{2}{3}.$$

$$\text{г) } x - \frac{3x-1}{3} + \frac{x+1}{2} \geq 1; \quad 6x - 6x + 2 + 3x + 3 \geq 6; \quad 3x \geq > 1; \quad x \geq \frac{1}{3}.$$

$$\boxed{7.} \text{ а) } 3x - 4 = b; \quad 3x = b + 4; \quad x = \frac{b+4}{3}; \quad x < 0 \text{ при } \frac{b+4}{3} < 0; \quad b + 4 < 0; \quad b < -4.$$

$$\text{б) } 5 - 2x = b - 1; \quad 2x = 6 - b; \quad x = \frac{6-b}{2}; \quad x > 0 \text{ при } \frac{6-b}{2} > 0; \quad 6 - b > 0; \quad b < 6.$$

$$\boxed{8.} \quad bx < 3x - 5; \quad (b - 3)x < -5, \text{ неравенство } bx < 3x - 5 \text{ не имеет решений при } b = 3.$$

### С-44. Решение систем неравенств.

$$\boxed{1.} \text{ а) да.}$$

$$\text{б) нет.}$$

$$\text{в) да.}$$

$$\boxed{2.} \text{ 1) а) } \begin{cases} x > 1,5 \\ x < 3 \end{cases}; \quad 1,5 < x < 3.$$

$$\text{б) } \begin{cases} x > 4 \\ x < -6 \end{cases} \text{ - нет решений.}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x > -6 \\ x > -3 \end{cases}; \quad x > -3.$$

$$\text{г) } \begin{cases} x < -1,5 \\ x < -2 \end{cases}; \quad x < -2.$$

2) а)  $\begin{cases} 4x < 12 \\ -x > -5 \end{cases} ; \begin{cases} x < 3 \\ x < 5 \end{cases} ; x < 3.$

б)  $\begin{cases} 0,2x > 2 \\ -3x < -12 \end{cases} ; \begin{cases} x > 10 \\ x > 4 \end{cases} ; x > 10.$

в)  $\begin{cases} 0,6x > 3 \\ -10x > -70 \end{cases} ; \begin{cases} x > 5 \\ x < 7 \end{cases} ; 5 < x < 7.$

г)  $\begin{cases} \frac{1}{3}x > 1 \\ -8x > -16 \end{cases} ; \begin{cases} x > 3 \\ x < 2 \end{cases} - \text{нет решений.}$

3) а)  $\begin{cases} 3x < x + 4 \\ 0,5x < 1,4 - 0,2x \end{cases} ; \begin{cases} 2x < 4 \\ 0,7x < 1,4 \end{cases} ; \begin{cases} x < 2 \\ x < 2 \end{cases} ; x < 2.$

б)  $\begin{cases} 7x + 2 > 6x - 1 \\ x + 1,6 > 2 \end{cases} ; \begin{cases} x > -3 \\ x > 0,4 \end{cases} ; x > 0,4.$

в)  $\begin{cases} 6,5x - 2 < 1,5x - 1 \\ 2 - 3x < x + 6 \end{cases} ; \begin{cases} 5x < 1 \\ 4x > -4 \end{cases} ; \begin{cases} x < 0,2 \\ x > -1 \end{cases} ; -1 < x < 0,2.$

4) а)  $\begin{cases} 5(x + 1) - 6 < 2,6 + x \\ 3x - 0,5 > 2(x - 0,4) - x \end{cases} ;$   
 $\begin{cases} 5x + 5 - 6 < 2,6 + x \\ 3x - 0,5 > 2x - 0,8 - x \end{cases} ; \begin{cases} 4x < 3,6 \\ 2x > -0,3 \end{cases} ;$   
 $\begin{cases} x < 0,9 \\ x > -0,15 \end{cases} ; -0,15 < x < 0,9.$

б)  $\begin{cases} 3(x + 1) - (x - 2) < x \\ 2 > 5x - (2x - 1) \end{cases} ; \begin{cases} 3x + 3 - x + 2 < x \\ 2 > 5x - 2x + 1 \end{cases} ;$   
 $\begin{cases} x < -5 \\ 3x < 1 \end{cases} ; \begin{cases} x < -5 \\ x < \frac{1}{3} \end{cases} ; x < -5.$

в)  $\begin{cases} 1,2(3 - x) - 0,8x > 6 \\ -2(1 - 4x) - 5x < x \end{cases} ;$   
 $\begin{cases} 3,6 - 1,2x - 0,8x > 6 \\ -2 + 8x - 5x < x \end{cases} ;$   
 $\begin{cases} -2x > 2,4 \\ 2x < 2 \end{cases} ; \begin{cases} x < -1,2 \\ x < 1 \end{cases} ; x < -1,2.$

5) а)  $\begin{cases} \frac{x}{3} \leq 12 \\ \frac{x}{6} > 1 \end{cases} ; \begin{cases} x \leq 36 \\ x > 6 \end{cases} ; 6 < x \leq 36.$

$$6) \begin{cases} \frac{5x-1}{4} < 1 & ; & \begin{cases} 5x-1 < 4 \\ x \geq 0 \end{cases} & ; & \begin{cases} 5x < 5 \\ x \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x < 1 \\ x \geq 0 \end{cases} & ; & 0 \leq x < 1. \end{cases}$$

$$B) \begin{cases} 1 - \frac{x}{4} > x & ; & \begin{cases} 4-x > 4x \\ 5x-x+4 > 5 \end{cases} & ; & \begin{cases} 5x < 4 \\ 4x > 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x < \frac{4}{5} \\ x > \frac{1}{4} \end{cases} & ; & \frac{1}{4} < x < \frac{4}{5}. \end{cases}$$

$$\boxed{3.} \begin{cases} -x+8 > 0 \\ 6x+2 > 0 \end{cases} ; \begin{cases} x < 8 \\ 6x > -2 \end{cases} ; \begin{cases} x < 8 \\ x > -\frac{1}{3} \end{cases} ; \\ -\frac{1}{3} < x < 8.$$

$$\boxed{4.} a) \begin{cases} 9x+2 > 3+x \\ 3x-4 < x \end{cases} ; \begin{cases} 8x > 1 \\ 2x < 4 \end{cases} ; \begin{cases} x > \frac{1}{8} \\ x < 2 \end{cases} ; \\ \frac{1}{8} < x < 2; \{1\}.$$

$$6) \begin{cases} 1,5x+0,5 > 2 \\ 0,7x-0,2 < 4 \end{cases} ; \begin{cases} 1,5x > 1,5 \\ 0,7x < 4,2 \end{cases} ; \begin{cases} x > 1 \\ x < 6 \end{cases} ; \\ 1 < x < 6; \{2; 3; 4; 5\}.$$

$$B) \begin{cases} 1,4x-7 \geq 0 \\ 0,9-0,1x \geq 0 \end{cases} ; \begin{cases} 1,4x \geq 7 \\ 0,1x \leq 0,9 \end{cases} ; \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 9 \end{cases} ; \\ 5 \leq x \leq 9; \{5; 6; 7; 8; 9\}.$$

$$\boxed{5.} a) \begin{cases} 0,8(x-3)-3,2 < 0,3(2-x) \\ 0,2(1+2x) > -(x-1,6) \end{cases} ; \\ \begin{cases} 0,8x-2,4-3,2 < 0,6-0,3x \\ 0,2+0,4x > -x+1,6 \end{cases} ; \begin{cases} 1,1x < 6,2 \\ 1,4x > 1,4 \end{cases} ; \\ \begin{cases} x < \frac{62}{11} \\ x > 1 \end{cases} ; 1 < x < 5\frac{7}{11}.$$

$$6) \begin{cases} \frac{2x-1}{6} + \frac{x+2}{3} - \frac{x-8}{2} > x-1 \\ 2-2x > 0,5+0,5x \end{cases} ; \\ \begin{cases} 2x-1+2x+4-3x+24 > 6x-6 \\ 4-4x > 1+x \end{cases} ; \begin{cases} 5x < 33 \\ 5x < 3 \end{cases} ; \\ \begin{cases} x < \frac{33}{5} \\ x < \frac{3}{5} \end{cases} ; x < \frac{3}{5}.$$

$$6. \text{ а) } \begin{cases} x > 6 \\ x < 12 \\ x < 20 \end{cases}; \quad 6 < x < 12.$$

$$6. \text{ б) } \begin{cases} 3x > 7 \\ 6x < 20 \\ 5x > 15 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > \frac{7}{3} \\ x < \frac{10}{3} \\ x > 3 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > 2\frac{1}{3} \\ x < 3\frac{1}{3} \\ x > 3 \end{cases};$$

$$3 < x < 3\frac{1}{3}.$$

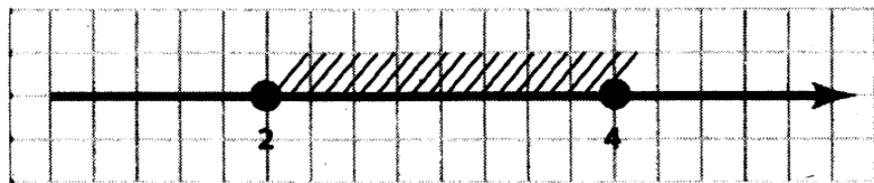
$$6. \text{ в) } \begin{cases} x - 8 > 4 \\ 2x + 6 > 1 \\ 6 - x > 26 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > 12 \\ 2x > -5 \\ x < -20 \end{cases} \quad \text{— нет решений.}$$

$$7. \begin{cases} 6x < 36 \\ x > b \end{cases}; \quad \begin{cases} x < 6 \\ x > b \end{cases} \quad \text{— система не имеет решений при } b \geq 6.$$

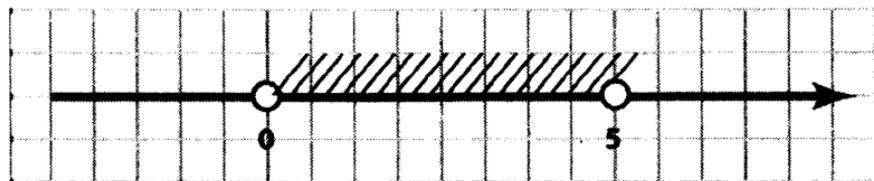
8. Пусть боковая сторона треугольника равняется  $a$  см, тогда  $\begin{cases} 2a > 16 \\ 2a + 16 > 48 \end{cases}; \quad \begin{cases} a > 8 \\ 2a > 32 \end{cases}; \quad \begin{cases} a > 8 \\ a > 16 \end{cases};$   
 $a > 16$ . Ответ: больше 16 см.

### С-45. Решение двойных неравенств.

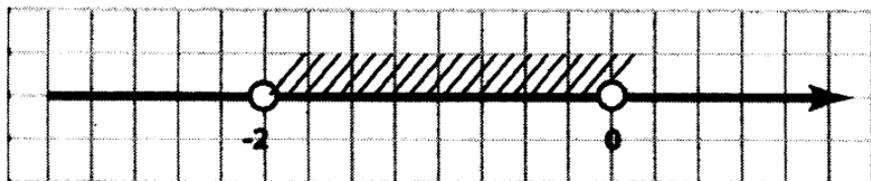
$$1. \text{ а) } -2 \leq x \leq 4.$$



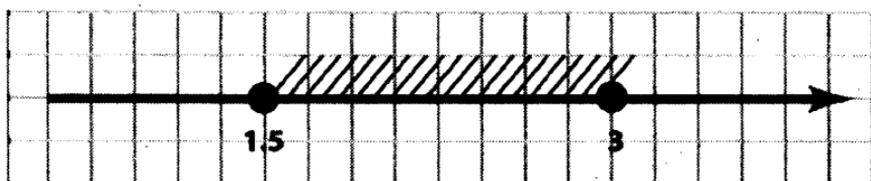
$$6) \quad 0 < x < 5.$$



в)  $-2 < x < 0$ .



г)  $1,5 \leq x \leq 3$ .



**2.** а)  $-7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1$ .

б)  $-4; -3; -2; -1; 0; 1$ .

в)  $0; 1; 2; 3; 4$ .

г)  $0; 1; 2; 3; 4; 5$ .

**3.** 1) а)  $3,5 < 5x < 10; \quad 0,7 < x < 2$ .

б)  $-2 \leq 3x \leq 6; \quad -\frac{2}{3} \leq x \leq 2$ .

в)  $6 < -6x < 12; \quad -2 < x < -1$ .

2) а)  $3 < x + 1 < 8; \quad 2 < x < 7$ .

б)  $-2 < 9 + x < 9; \quad -11 < x < 0$ .

в)  $-3 < 15 + x < 3; \quad -18 < x < -12$ .

3) а)  $-6 < 5x - 1 < 5; \quad -5 < 5x < 6; \quad -1 < x < 1\frac{1}{5}$ .

б)  $-2 \leq 1 - 2x \leq 2; \quad -3 \leq -2x \leq 1; \quad -\frac{1}{2} \leq x \leq 1\frac{1}{2}$ .

в)  $-9 < 1 - x < -1; \quad -10 < -x < -1; \quad 1 < x < 10$ .

4) а)  $-1 < \frac{x}{6} < 1; \quad -6 < x < 6$ .

б)  $0 \leq \frac{x}{4} \leq 2; \quad 0 \leq x \leq 8$ .

в)  $0,5 < \frac{x}{2} < 4,5; \quad 1 < x < 9$ .

5) а)  $-3 < \frac{5x+2}{2} < 1; \quad -6 < 5x + 2 < 2; \quad -8 < 5x < 0;$   
 $-1\frac{3}{5} < x < 0$ .

б)  $-1 \leq \frac{6+2x}{4} \leq 0; \quad -4 \leq 6 + 2x \leq 0; \quad -10 \leq 2x \leq -6;$

$$-5 \leq x \leq -3.$$

$$\text{в) } 3 < \frac{1-x}{4} < 7; \quad 12 < 1-x < 28; \quad 11 < -x < 27; \\ -27 < x < -11.$$

$$\boxed{4.} \text{ а) } -6 < 3-5x < 6; \quad -9 < -5x < 3; \quad -\frac{3}{5} < x < 1\frac{4}{5}.$$

$$\text{б) } -4 \leq \frac{2x+1}{3} \leq 0; \quad -12 \leq 2x+1 \leq 0; \quad -13 \leq 2x \leq -1; \\ -6\frac{1}{2} \leq x \leq -\frac{1}{2}.$$

$$\boxed{5.} \quad -4 < 2+3x < 7; \quad -6 < 3x < 5; \quad -2 < x < 1\frac{2}{3}.$$

Наибольшее целое  $x = 1$ , наименьшее целое  $x = -1$ .

$$\boxed{6.} \text{ а) } \begin{cases} 3x-1 < 0 \\ 0 < 2x < 4 \end{cases}; \quad \begin{cases} 3x < 1 \\ 0 < x < 2 \end{cases}; \quad \begin{cases} x < \frac{1}{3} \\ 0 < x < 2 \end{cases}; \\ 0 < x < \frac{1}{3}.$$

$$\text{б) } \begin{cases} 1,5x > 0 \\ -3 < x+1 < 3 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > 0 \\ -4 < x < 2 \end{cases}; \quad 0 < x < 2.$$

$$\text{в) } \begin{cases} 2+8x > 10 \\ -2 < -x < 3 \end{cases}; \quad \begin{cases} 8x > 8 \\ -3 < x < 2 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > 1 \\ -3 < x < 2 \end{cases}; \\ 1 < x < 2.$$

$$\boxed{7.} \text{ а) } |y| < 5; \quad -5 < y < 5.$$

$$\text{б) } |y+1| < 8; \quad -8 < y+1 < 8; \quad -9 < y < 7.$$

$$\text{в) } |3-y| < 4; \quad -4 < 3-y < 4; \quad -7 < -y < 1; \quad -1 < y < 7.$$

$$\text{г) } |y-6| > 3; \quad \begin{cases} y-6 > 3 \\ y-6 < -3 \end{cases}; \quad \begin{cases} y > 9 \\ y < 3 \end{cases}.$$

**С-46. Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля.**

$$\boxed{1.} \text{ а) два, } x = \pm 8.$$

б) не имеет корней.

в) один,  $x = 0$ .

г) бесконечно много корней.

$$\boxed{2.} \text{ 1) а) } |x| = 3, 7; \quad x = \pm 3, 7.$$

б)  $|x| = -4$  - нет решений.

в)  $|x| = 100$ ;  $x = \pm 100$ .

2) а)  $|x + 15| = 8$ ;  $x + 15 = \pm 8$ ;  $x = -7$  и  $x = -23$ .

б)  $|3 - x| = 4$ ;  $3 - x = \pm 4$   $x = 3 \pm 4$ ;  $x = 7$  и  $x = -1$ .

в)  $|6 - x| = 0$ ;  $6 - x = 0$ ;

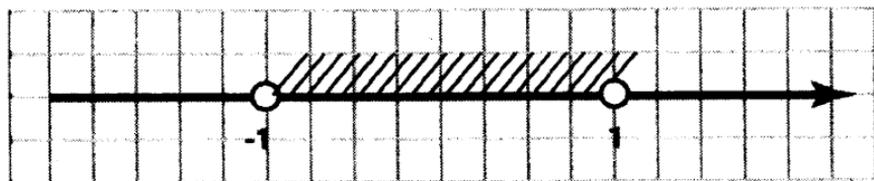
$x = 6$ .

3) а)  $|2x + 4| = 5$ ;  $2x + 4 = \pm 5$ ;  $2x = \pm 5 - 4$ ;  $x = \frac{1}{2}$  и  $x = -\frac{9}{2} = -4\frac{1}{2}$ .

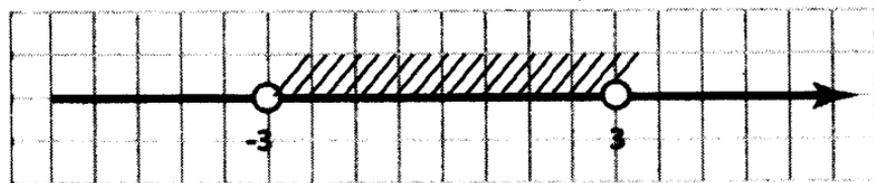
б)  $|6 - 3x| = 2$ ;  $6 - 3x = \pm 2$ ;  $3x = 6 \pm 2$ ;  $x = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$  и  $x = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ .

в)  $|1 + 4x| = 5$ ;  $1 + 4x = \pm 5$ ;  $4x = \pm 5 - 1$ ;  $x = 4$  и  $x = -\frac{6}{4} = -1\frac{1}{2}$ .

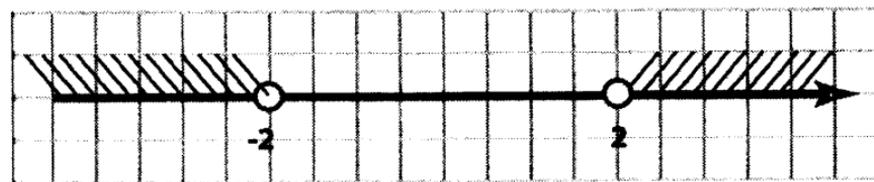
**3.** а)  $|x| < 1$ ;  $-1 < x < 1$ .



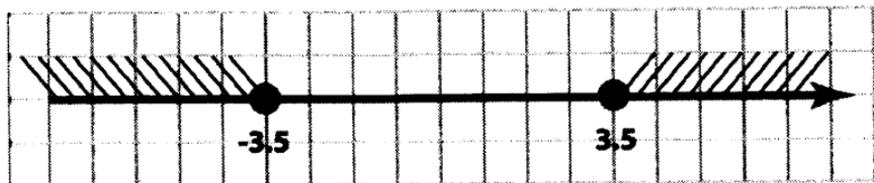
б)  $|x| \leq 3$ ;  $-3 \leq x \leq 3$ .



в)  $|x| > 2$ ;  $x < -2$  и  $x > 2$ .



г)  $|x| \geq 3,5$ ;  $x \leq -3,5$  и  $x \geq 3,5$ .



4. 1) а)  $|x| < 2$ ;  $-2 < x < 2$ .

б)  $|x| \leq 5$ ;  $-5 \leq x \leq 5$ .

в)  $|x| > 4$ ;  $x < -4$  и  $x > 4$ .

г)  $|x| \geq 1,5$ ;  $x \leq -1,5$  и  $x \geq 1,5$ .

2) а)  $|x + 4| < 7$ ;  $-7 < x + 4 < 7$ ;  $-11 < x < 3$ .

б)  $|5 - x| > 1$ ;  $5 - x < -1$  и  $5 - x > 1$ ;  $x > 6$  и  $x < 4$ .

в)  $|x - 4| \geq 1,5$ ;  $x - 4 \leq -1,5$  и  $x - 4 \geq 1,5$ ;  $x \leq 2,5$  и  $x \geq 5,5$ .

г)  $|7 + x| \leq 2$ ;  $-2 \leq 7 + x \leq 2$ ;  $-9 \leq x \leq -5$ .

3) а)  $|3x + 4| > 2$ ;  $3x + 4 < -2$  и  $3x + 4 > 2$ ;  $x < -2$  и  $x > -\frac{2}{3}$ .

б)  $|6 + 5x| < 1$ ;  $-1 < 6 + 5x < 1$ ;  $-7 < 5x < -5$ ;  $-1\frac{2}{5} < x < -1$ .

в)  $|1 - 5x| \geq 2$ ;  $1 - 5x \leq -2$  и  $1 - 5x \geq 2$ ;  $x \geq \frac{3}{5}$  и  $x \leq -\frac{1}{5}$ .

г)  $|4x + 1| \leq 3$ ;  $-3 \leq 4x + 1 \leq 3$ ;  $-4 \leq 4x \leq 2$ ;  $-1 \leq x \leq \frac{1}{2}$ .

5. а)  $b \neq 0$ .

б)  $b < 0$ .

в)  $b > 0$ .

г)  $b < 0$ .

6. 1) а)  $a \geq 0$ .

б)  $a + 2 \geq 0$ ;  $a \geq -2$ .

в)  $4 - a \leq 0$ ;  $a \geq 4$ .

2) а)  $a < 0$ .

б)  $a + 11 < 0$ ;  $a < -11$ .

в)  $16 - a < 0$ ;  $a > 16$ .

**7.** 1) а)  $\frac{|x+4|}{2} = 1$ ;  $|x+4| = 2$ ;  $x+4 = \pm 2$ ;  $x = -2$  и  $x = -6$ .

б)  $\frac{|5-x|}{3} = 5$ ;  $|5-x| = 15$ ;  $5-x = \pm 15$ ;  $x = 20$  и  $x = -10$ .

в)  $\frac{4}{|2-x|} = 2$ ;  $|2-x| = 2$ ;  $2-x = \pm 2$ ;  $x = 0$  и  $x = 4$ .

2) а)  $|x+6| = |x-8|$ ;

1)  $\begin{cases} x+6 = x-8 \\ x \leq -6; x \geq 8 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} 6 = -8 \\ x \leq -6; x \geq 8 \end{cases}$  - нет решений.

2)  $\begin{cases} x+6 = 8-x \\ -6 \leq x \leq 8 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} 2x = 2 \\ -6 \leq x \leq 8 \end{cases}$ ;  $x = 1$ . Ответ:  $x = 1$ .

б)  $|3-x| = |6+x|$ ; 1)  $\begin{cases} 3-x = 6+x \\ -6 \leq x \leq 3 \end{cases}$ ;

$\begin{cases} 2x = -3 \\ -6 \leq x \leq 3 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} x = -1\frac{1}{2} \\ -6 \leq x \leq 3 \end{cases}$ ;  $x = -1\frac{1}{2}$ , или

$\begin{cases} x-3 = 6+x \\ x \leq -6; x \geq 3 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} -3 = 6 \\ x \leq -6; x \geq 3 \end{cases}$  - нет решений.

Ответ:  $x = -1\frac{1}{2}$ .

в)  $|5-x| = |x|$ ;

1)  $\begin{cases} 5-x = x \\ 0 \leq x \leq 5 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} 2x = 5 \\ 0 \leq x \leq 5 \end{cases}$ ;

$\begin{cases} x = 2,5 \\ 0 \leq x \leq 5 \end{cases}$ ;  $x = 2,5$ .

2)  $\begin{cases} x-5 = x \\ x \leq 0; x \geq 5 \end{cases}$  - нет решений. Ответ:  $x = 2,5$ .

**8.**  $|3+x| = |4-x|$ ;

1)  $\begin{cases} 3+x = 4-x \\ -3 \leq x \leq 4 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} 2x = 1 \\ -3 \leq x \leq 4 \end{cases}$ ;

$\begin{cases} x = 0,5 \\ -3 \leq x \leq 4 \end{cases}$ ;  $x = 0,5$ .

2)  $\begin{cases} 3+x = x-4 \\ x \leq -3; x \geq 4 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} 3 = -4 \\ x \leq -3; x \geq 4 \end{cases}$

- нет решений.  $y = |3 + 0,5| = 3,5$ . Ответ:  $(0,5; 3,5)$ .

**9.** а)  $|x| + 3x = 4$ ;

1)  $\begin{cases} x + 3x = 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x = 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$  ;  $x = 1$ .

2)  $\begin{cases} -x + 3x = 4 \\ x \leq 0 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x = 2 \\ x \leq 0 \end{cases}$  - нет решений.

Ответ:  $x = 1$ .

б)  $|x + 6| + 4x = 5$ ;

1)  $\begin{cases} x + 6 + 4x = 5 \\ x + 6 \geq 0 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} 5x = -1 \\ x \geq -6 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x = -0,2 \\ x \geq -6 \end{cases}$  ;  
 $x = -0,2$ .

2)  $\begin{cases} -x - 6 + 4x = 5 \\ x + 6 \leq 0 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} 3x = 11 \\ x \leq -6 \end{cases}$  - нет корней.

Ответ:  $x = -0,2$ .

**10.** а)  $|x| > 6 - 2x$ ;

1)  $\begin{cases} x > 6 - 2x \\ x \geq 0 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} 3x > 6 \\ x \geq 0 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x > 2 \\ x \geq 0 \end{cases}$  ;  $x > 2$ .

2)  $\begin{cases} -x > 6 - 2x \\ x \leq 0 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x > 6 \\ x \leq 0 \end{cases}$  - нет решений.

Ответ:  $x > 2$ .

б)  $|x + 4| + 5x > 6$ ;

1)  $\begin{cases} x + 4 + 5x > 6 \\ x + 4 \geq 0 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} 6x > 2 \\ x \geq -4 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ x \geq -4 \end{cases}$  ;  
 $x > \frac{1}{3}$ .

2)  $\begin{cases} -x - 4 + 5x > 6 \\ x + 4 \leq 0 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} 4x > 10 \\ x \leq -4 \end{cases}$  - нет решений.

Ответ:  $x > \frac{1}{3}$ .

**11.** а)  $2 < |x| < 6$ ;  $2 < x < 6$  и  $-6 < x < -2$ .

б)  $0 < |x| < 5$ ;  $0 < x < 5$  и  $-5 < x < 0$ .

**С-47. Степень с целым показателем.**

$$\boxed{1.} \text{ a) } \frac{1}{3^4} = 3^{-4}.$$

$$\text{б) } \frac{1}{6} = 6^{-1}.$$

$$\text{в) } \frac{1}{10} = x^{-10}.$$

$$\text{г) } \frac{1}{b} = b^{-1}.$$

$$\text{д) } \frac{1}{32} = 32^{-1}.$$

$$\boxed{2.} \text{ a) } 5^{-7} = \frac{1}{5^7}.$$

$$\text{б) } 7^{-1} = \frac{1}{7}.$$

$$\text{в) } a^{-11} = \frac{1}{a^{11}}.$$

$$\text{г) } x^{-1} = \frac{1}{x}.$$

$$\text{д) } (2y)^{-5} = \frac{1}{2^5 y^5}.$$

$$\boxed{3.} \text{ 1) a) } 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}.$$

$$\text{б) } (-7)^{-2} = \frac{1}{(-7)^2} = \frac{1}{49}.$$

$$\text{в) } (-5)^{-1} = -\frac{1}{5}.$$

$$\text{г) } -3 \cdot (-3)^{-2} = \frac{-3}{(-3)^2} = -\frac{1}{3}.$$

$$2) \text{ a) } \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2.$$

$$\text{б) } \left(\frac{3}{7}\right)^{-2} = \frac{7^2}{3^2} = \frac{49}{9} = 5\frac{4}{9}.$$

$$\text{в) } (0,2)^{-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 5^3 = 125.$$

$$\text{г) } \left(1\frac{1}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{4}{3}\right)^{-4} = \frac{3^4}{4^4} = \frac{81}{256}.$$

$$3) \text{ a) } 6^{-1} + 2^{-2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2^2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{5}{12}.$$

$$\text{б) } 10^0 - 1,2^{-1} = 1 - \left(\frac{6}{5}\right)^{-1} = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}.$$

$$\text{в) } 247 - 0,1^{-2} = 247 - \left(\frac{1}{10}\right)^{-2} = 247 - 100 = 147.$$

$$\text{г) } 25 - \left(\frac{1}{7}\right)^{-2} = 25 - 7^2 = 25 - 49 = -24.$$

$$\boxed{4.} \text{ 1) a) } 6a^{-8} = \frac{6}{a^8}.$$

$$\text{б) } 3(xy)^{-1} = \frac{3}{xy}.$$

$$\text{в) } 12(a-b)^{-2} = \frac{12}{(a-b)^2}.$$

$$\text{г) } 5x^2y^{-3}z^0 = \frac{5x^2}{y^3}.$$

$$2) \text{ a) } x^{-1} + y^{-3} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y^3} = \frac{y^3+x}{xy^3}.$$

$$\text{б) } a^0 - a^{-2} = 1 - \frac{1}{a^2} = \frac{a^2-1}{a^2}.$$

$$\text{в) } x^{-4} - y = \frac{1}{x^4} - y = \frac{1-x^4y}{x^4}.$$

$$\text{г) } ab^{-2} + a^{-1}b^3 = \frac{a}{b^2} + \frac{b^3}{a} = \frac{a^2+b^5}{ab^2}.$$

$$\boxed{5.} \quad 1) \text{ а) } (a^{-2} - b^{-2})(a - b)^{-1} = \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right) \cdot \frac{1}{a-b} = \\ = \frac{b^2 - a^2}{a^2b^2(a-b)} = \frac{(b-a)(a+b)}{a^2b^2(a-b)} = -\frac{a+b}{a^2b^2}.$$

$$\text{б) } (x^{-3} - 1)(1 - x)^{-2}x^3 = \left(\frac{1}{x^3} - 1\right) \cdot \frac{x^3}{(1-x)^2} = \frac{1-x^3}{x^3} \cdot \frac{x^3}{(1-x)^2} = \\ = \frac{(1-x)(1+x+x^2)}{(1-x)^2} = \frac{1+x+x^2}{1-x}.$$

$$2) \text{ а) } \left(\frac{x}{y}\right)^{-2} - \left(\frac{x}{y}\right)^{-3} = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y^3}{x^3} = \frac{xy^2 - y^3}{x^3}.$$

$$\text{б) } \left(\frac{1}{a^{-1}} + \frac{1}{b^{-1}}\right)(a - b)^{-1} = \frac{a+b}{a-b}.$$

### С-48. Преобразование выражений, содержащих степени с целым показателем.

$$\boxed{1.} \quad 1) \text{ а) } x^3 \cdot x^2 = x^5.$$

$$\text{б) } x^{-11} \cdot x^5 = x^{-6}.$$

$$\text{в) } x^8 \cdot x^{-3} = x^5.$$

$$\text{г) } x^{-14} \cdot x = x^{-13}.$$

$$\text{д) } x^4 \cdot x \cdot x^{-6} = x^{-1}.$$

$$2) \text{ а) } a^2 : a^5 = a^{-3}.$$

$$\text{б) } a^{-8} : a = a^{-9}.$$

$$\text{в) } a^{12} : a^{-4} = a^{16}.$$

$$\text{г) } a^{-2} : a^3 = a^{-5}.$$

$$\text{д) } a^{-3} : a^{-6} = a^3.$$

$$3) \text{ а) } (y^3)^2 = y^6.$$

$$\text{б) } (y^4)^{-4} = y^{-16}.$$

$$\text{в) } (y^{-6})^6 = y^{-36}.$$

$$\text{г) } (y^{-3})^{-5} = y^{15}.$$

$$\text{д) } (y^{-7})^0 = 1.$$

$$4) \text{ а) } (ab)^{-2} = a^{-2}b^{-2}.$$

$$\text{б) } (a^{-1}b^2)^{-4} = a^4b^{-8}.$$

$$\text{в) } (abc)^{-3} = a^{-3}b^{-3}c^{-3}.$$

$$\text{г) } (a^{-3}b^2)^{-1} = a^3b^{-2}.$$

$$\text{д) } (a^{-2}b^0c^{-5})^3 = a^{-6}c^{-15}.$$

$$\text{5) а) } \left(\frac{x}{y}\right)^{-3} = x^{-3}y^3.$$

$$\text{б) } \left(\frac{x}{y^2}\right)^{-1} = x^{-1}y^2.$$

$$\text{в) } \left(\frac{x^{-2}}{y^{-1}}\right)^{-4} = x^8y^{-4}.$$

$$\text{г) } \left(\frac{x^0}{y^{-3}}\right)^{-4} = y^{-12}.$$

$$\text{д) } \left(\frac{x^{-2}}{y^5z^{-1}}\right)^2 = x^{-4}y^{-10}z^2.$$

$$\boxed{2.} \text{ 1) а) } 2^5 \cdot 2^{-4} = 2.$$

$$\text{б) } 5^{-6} \cdot 5 = 5^{-5} = \frac{1}{3125}.$$

$$\text{в) } \left(\frac{1}{7}\right)^{-8} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^7 = 7^8 \cdot 7^{-7} = 7.$$

$$\text{г) } \left(\frac{1}{3}\right)^{12} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-15} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 3^3 = 27.$$

$$\text{2) а) } 3^6 : 3^7 = 3^{-1} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{б) } 7 : 7^{-1} = 7^2 = 49.$$

$$\text{в) } 4^{-7} : 4^{-10} = 4^3 = 64.$$

$$\text{г) } \left(\frac{1}{5}\right)^{-9} : \left(\frac{1}{5}\right)^{-9} = 1.$$

$$\text{3) а) } (2^{-2})^3 = 2^{-6} = \frac{1}{64}.$$

$$\text{б) } \left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}\right)^{-4} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}.$$

$$\text{в) } (0,01^{-2})^4 = 0,01^{-8} = 100^8 = 10^{16}.$$

$$\text{г) } \left(\left(\frac{1}{7}\right)^{-2}\right)^0 = 1.$$

$$\text{4) а) } -13 \cdot 26^{-1} = -\frac{13}{26} = -0,5.$$

$$\text{б) } -6 \cdot 3^{-3} = -\frac{6}{3^3} = -\frac{2}{9}.$$

$$\text{в) } \left(\frac{1}{9}\right)^{-2} + 0,1^{-2} = 9^2 + 10^2 = 181.$$

$$\text{г) } 14^{-1} - 7^{-2} = \frac{1}{14} - \frac{1}{49} = \frac{7}{98} - \frac{2}{98} = \frac{5}{98}.$$

$$\text{5) а) } 81 \cdot 3^{-5} = \frac{3^4}{3^5} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{б) } 16 \cdot (2^{-3})^2 = 2^4 \cdot 2^{-6} = 2^{-2} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{в) } 5^{-6} \cdot 5^8 : 125 = 5^2 : 5^3 = \frac{1}{5}.$$

$$\text{г) } 36^{-1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{-4} = \frac{6^4}{6^2} = 36.$$

$$\text{6) а) } 32^{-2} \cdot 4^4 = 2^{-10} \cdot 2^8 = 2^{-2} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{б) } 27^{-3} : 9^{-4} = 3^{-9} : 3^{-8} = 3^{-1} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{в) } \frac{7^{-6} \cdot 7^{-8}}{(-7)^{-13}} = -\frac{7^{13}}{7^{14}} = -\frac{1}{7}.$$

$$\Gamma) \frac{81^{-5} \cdot 9^{-8}}{27^{-11}} = \frac{3^{-20} \cdot 3^{-16}}{3^{-33}} = \frac{3^{33}}{3^{36}} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}.$$

$$\boxed{3.} \quad 1) \text{ а) } 2, 2a^{-8}b^5 \cdot 5a^{10}b^{-4} = 11a^2b.$$

$$\text{б) } 2x^{-4}y^7 \cdot 3, 5x^8y^{-7} = 7x^4.$$

$$2) \text{ а) } 2, 8m^8n : (0, 7m^4n^{-2}) = 4m^4n^3.$$

$$\text{б) } 2\frac{1}{2}a^{-16}b^{-3} : \left(-\frac{5}{6}a^{-8}b^{-3}\right) = -\frac{5}{2}a^{-16}b^{-3} \cdot \frac{6}{5}a^8b^3 = -3a^{-8}b^0 = -3a^{-8}.$$

$$3) \text{ а) } \frac{14a}{b^{-3}} \cdot \frac{b^{-2}}{56a^{-4}} = \frac{1}{4}a^5b.$$

$$\text{б) } \frac{18p^{-6}}{q^5} \cdot \frac{7q^{-5}}{6p^{-12}} = 21p^6q^{-10}.$$

$$4) \text{ а) } \left(\frac{5x^{-2}}{6y^{-1}}\right)^{-3} \cdot 125x^{-6}y^5 = 216y^2.$$

$$\text{б) } \left(\frac{3a^4}{b^5}\right)^{-2} \cdot (a^{-2}b)^{-4} = \frac{1}{9}b^6.$$

$$\boxed{4.} \quad \text{а) } \frac{33^n}{3^{n-4} \cdot 11^n} = \frac{3^n \cdot 11^n}{3^{n-4}} = 3^4 = 81.$$

$$\text{б) } \frac{49^{n-1}}{7^{2n-3}} = \frac{7^{2n-2}}{7^{2n-3}} = 7.$$

$$\text{в) } \frac{a^{8n}b^{n-1}}{a^{2n}b^{n-3}} = a^{6n}b^2.$$

$$\Gamma) \frac{x^{2n} + x^{-3n}}{x^{-n}} = x^{3n} + x^{-2n}.$$

$$\text{д) } \frac{4^{n+2} - 4^n}{15} = \frac{4^n(4^2 - 1)}{15} = 4^n.$$

$$\text{е) } \frac{3^{-n+1}}{3^{n+1}} = \frac{3^{-n}(1+3^n)}{3^{n+1}} = 3^{-n}.$$

$$\boxed{5.} \quad \text{а) } \frac{x^8 + x^{13}}{x^{-4} + x} = \frac{x^{12}(x^{-4} + x)}{x^{-4} + x} = x^{12}.$$

$$\text{б) } \frac{a^3 + 3a^4 - a^6}{3 - a^2 + a^{-1}} = \frac{a^4(a^{-1} + 3 - a^2)}{3 - a^2 + a^{-1}} = a^4.$$

### С-49. Стандартный вид числа.

$$\boxed{1.} \quad \text{а) } 1000 \cdot 10^{-6} = 10^3 \cdot 10^{-6} = 10^{-3}.$$

$$\text{б) } 10^{-10} \cdot 10^{-5} = 10^{-15}.$$

$$\text{в) } 10^{-8} : 10^4 = 10^{-12}.$$

$$\Gamma) (10^{-2})^3 = 10^{-6}.$$

$$\boxed{2.} \quad 1) \text{ а) } 900000 = 9 \cdot 10^5.$$

$$\text{б) } 5700 = 5,7 \cdot 10^3.$$

$$\text{в) } 30400 = 3,04 \cdot 10^4.$$

$$\Gamma) 526 = 5,26 \cdot 10^2.$$

$$2) \text{ а) } 800,5 = 8,005 \cdot 10^2.$$

- б)  $63,09 = 6,309 \cdot 10$ .  
 в)  $2400,8 = 2,4008 \cdot 10^3$ .  
 г)  $701,1 = 7,011 \cdot 10^2$ .  
 3) а)  $0,73 = 7,3 \cdot 10^{-1}$ .  
 б)  $0,0025 = 2,5 \cdot 10^{-3}$ .  
 в)  $0,000004 = 4 \cdot 10^{-6}$ .  
 г)  $0,0809 = 8,09 \cdot 10^{-2}$ .  
 4) а)  $47 \cdot 10^4 = 4,7 \cdot 10^5$ .  
 б)  $672 \cdot 10^{-5} = 6,72 \cdot 10^{-3}$ .  
 в)  $0,0055 \cdot 10^7 = 5,5 \cdot 10^4$ .  
 г)  $0,046 \cdot 10^{-3} = 4,6 \cdot 10^{-5}$ .

- 3.** 1) а)  $(3,6 \cdot 10^3) \cdot (1,5 \cdot 10^{-5}) = 5,4 \cdot 10^{-2}$ .  
 б)  $(7,8 \cdot 10^{-4}) \cdot (3,5 \cdot 10^{-6}) = 27,3 \cdot 10^{-10} = 2,73 \cdot 10^9$ .  
 2) а)  $(8,4 \cdot 10^{-2}) : (2,4 \cdot 10^{-4}) = 3,5 \cdot 10^2$ .  
 б)  $(3,36 \cdot 10^{-3}) : (4,8 \cdot 10^{-7}) = 0,7 \cdot 10^4 = 7 \cdot 10^3$ .  
 3) а)  $4,1 \cdot 10^{-3} + 7,9 \cdot 10^{-3} = 12 \cdot 10^{-3} = 1,2 \cdot 10^{-2}$ .  
 б)  $5,2 \cdot 10^4 + 2,8 \cdot 10^5 = 0,52 \cdot 10^5 + 2,8 \cdot 10^5 = 3,32 \cdot 10^5$ .

- 4.** а)  $1,78 \cdot 10^6 < 2,1 \cdot 10^6$ .  
 б)  $3,9 \cdot 10^{-8} < 6,5 \cdot 10^{-8}$ .  
 в)  $8,3 \cdot 10^4 < 1,4 \cdot 10^5$ .  
 г)  $4,7 \cdot 10^{-7} > 5,8 \cdot 10^{-8}$ .

- 5.** а)  $-10$ .  
 б)  $-15$ .  
 в)  $3$ .  
 г)  $8$ .

- 6.** а) 2 или 3.  
 б)  $-14$  или  $-15$ .  
 в)  $8$ .

### С-50. Запись приближенных значений.

- 1.** а)  $3,47 \approx 3,5$ ;  $\triangle = 0,03$ ;  $\triangle = \frac{0,03}{3,5} = \frac{3}{350}$ .

б)  $25,1 \approx 25$ ;  $\Delta = 0,1$ ;  $\Delta = \frac{0,1}{25} = \frac{1}{250}$ .

в)  $198 \approx 200$ ;  $\Delta = 2$ ;  $\Delta = \frac{2}{200} = \frac{1}{100}$ .

г)  $0,4824 \approx 0,48$ ;  $\Delta = 0,0024$ ;  $\Delta = \frac{0,0024}{0,48} = \frac{1}{200}$ .

**2.** 1) а)  $28 \leq x \leq 30$ .

б)  $755 \leq x \leq 775$ .

в)  $3928 \leq x \leq 3986$ .

2) а)  $6,2 \leq x \leq 6,4$ .

б)  $5,5 \leq x \leq 6,3$ .

в)  $9,5 \leq x \leq 12,2$ .

3) а)  $30,22 \leq x \leq 30,82$ .

б)  $0,0807 \leq x \leq 0,0825$ .

в)  $0,0142 \leq x \leq 0,0174$ .

**3.** 1) а)  $\Delta \leq 0,5$ .

б)  $\Delta \leq 0,05$ .

в)  $\Delta \leq 0,0005$ .

г)  $\Delta \leq 0,00005$ .

2) а)  $\Delta \leq 0,000005$ .

б)  $\Delta \leq 0,005$ .

в)  $\Delta \leq 0,05$ .

г)  $\Delta \leq 0,0005$ .

**4.** а) до 0,1.

б) до 0,01.

в) до 0,1.

г) до 0,01.

д) до 0,01.

е) до 0,1.

**5.** а)  $\Delta \leq 5$ .

б)  $\Delta \leq 5000$ .

в)  $\Delta \leq 5 \cdot 10^{-8}$ .

г)  $\Delta \leq 0,0005$ .

**6.** а)  $\Delta \leq \frac{0,05}{8,7} = \frac{5}{870} = \frac{1}{174}$ .

$$б) \Delta \leq \frac{0,05}{5,8} = \frac{5}{580} = \frac{1}{116}.$$

$$в) \Delta \leq \frac{0,005}{1,49} = \frac{5}{1490} = \frac{1}{298}.$$

$$г) \Delta \leq \frac{0,0005}{4,6} = \frac{5}{46000} = \frac{1}{9200}.$$

$$7. \text{ Для мячика: } \Delta \leq 0,05 \cdot 10^{-3}; \quad \Delta \leq \frac{0,05}{2,4} = \frac{5}{240} = \frac{1}{48}.$$

$$\text{Для электровоза: } \Delta \leq 0,005 \cdot 10^5; \quad \Delta \leq \frac{0,005}{1,84} = \frac{5}{1840} = \frac{1}{368}.$$

Вычисления для электровоза точнее.

### С-51. Элементы статистики.

1.	Баллы	5	6	7	8	9	10
	Число учащихся	1	3	2	2	2	2

$$2. \text{ Один токарь в среднем обработал } \frac{16+17+18+19+20}{9+11+10+12+8} = \frac{90}{50} = 1,8 \text{ деталей.}$$

3. Пшеница – 50%; овес – 17%; просо – 22%; гречиха – 11%.

4.	Возраст, лет	16-22	22-28	28-34	34-42
	Число участников	12	15	10	6

5. Пусть стёртое число это  $x$ , тогда  $\frac{1+2\cdot 5+3\cdot x+4\cdot 20+5\cdot 11}{1+5+x+20+11} = 3,7$ ;  $\frac{146+3x}{x+37} = 3,7$ ;  $146+3x = 3,7x+136,9$ ;  $0,7x = 9,1$ ;  $x = 13$ .

### С-52. Понятие функции. График функции (повторение).

1.  $y(x) = -x^3 + 6x$ ;  $y(-6) = 6^3 - 6 \cdot 6 = 180$ ;  $y(-2) = 2^3 - 6 \cdot 2 = 8 - 12 = -4$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y(\frac{1}{2}) = 3 - \frac{1}{8} = 2\frac{7}{8}$ ;  $y(6) = -180$ .

2.  $y = (5x + 7)(x - 2)$ ;  $y = 5x^2 - 3x - 14 = 0$ ;

1) а)  $y(-4) = -13 \cdot (-6) = 78$ .

б)  $y(-1,5) = -0,5 \cdot (-3,5) = 1,75$ .

в)  $y(0) = 7 \cdot (-2) = -14$ .

г)  $y(5) = 32 \cdot 3 = 96$ .

2) а)  $y = -14$  при  $5x^2 - 3x - 14 = -14$ ;  $5x^2 - 3x = 0$ ;  $x(5x - 3) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = \frac{3}{5}$ .

б)  $y = 18$  при  $5x^2 - 3x - 14 = 18$ ;  $5x^2 - 3x - 32 = 0$ ;  $D =$

$$= 9 + 4 \cdot 5 \cdot 32 = 649; \quad x = \frac{3 \pm \sqrt{649}}{10}.$$

в)  $y = 0$  при  $(5x + 7)(x - 2) = 0$ ;  $x = 2$  и  $x = -\frac{7}{5} = -1\frac{2}{5}$ .

г)  $y = 22$  при  $5x^2 - 3x - 14 = 22$ ;  $5x^2 - 3x - 36 = 0$ ;  $D = 9 + 4 \cdot 5 \cdot 36 = 729$ ;  $x = \frac{3 \pm 27}{10}$ ;  $x = 3$  и  $x = -2,4$ .

**3.**  $P = 2 \cdot (x + (x + 5)) = 2 \cdot (2x + 5) = 4x + 10$ (см);  
 $S = x(x + 5)$ . При  $x = 15$ ,  $P = 4 \cdot 15 + 10 = 70$ ;  $S = 15 \cdot 20 = 300$ .

**4.** 1) 

$x$	-3	-1	0	2	3	5	8
$y = 6x - 9$	-27	-15	-9	3	9	21	39

2) 

$x$	-2	-1	0	2	-3	5
$y = \frac{x+3}{x-4}$	$-\frac{1}{6}$	-0,4	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{5}{2}$	0	8

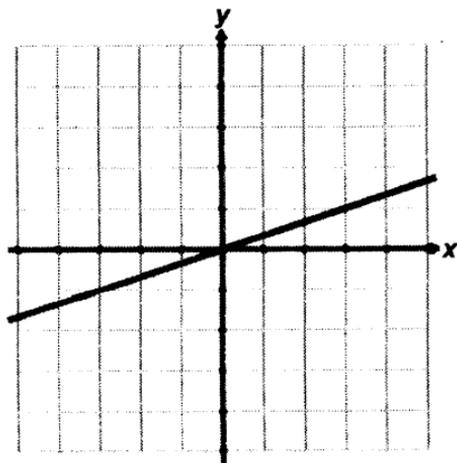
**5.** а)  $y(-1,5) = 1,5$ ;  $y(0) = -2$ ;  $y(2) = 2$ ;  $y(6) = -2$ .

б)  $y = -1$  при  $x = \pm 0,7$  и  $x = 5,5$ ;  $y = 0$  при  $x = -1$ ,  $x = 1$  и  $x = 5$ ;  $y = 2$  при  $x = -1,7$ ,  $x = 2$  и  $x = 4$ .

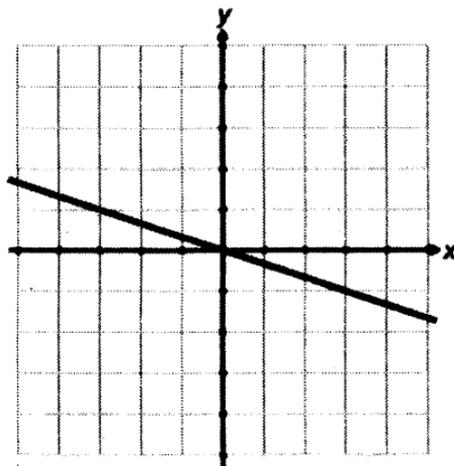
в)  $y > 0$  при  $x \in [-2; -1) \cup (1; 5)$ .

г)  $y < 0$  при  $x \in (-1; 1) \cup (5; 6]$ .

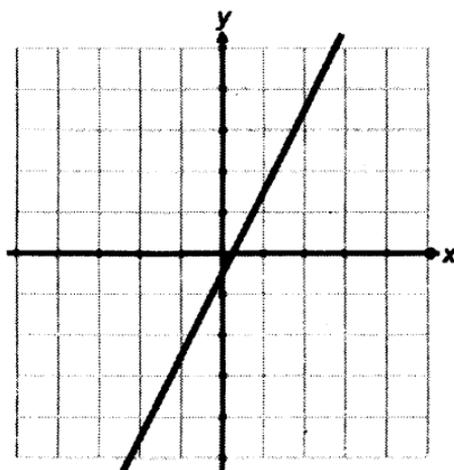
**6.** а)  $y = \frac{1}{3}x$ .



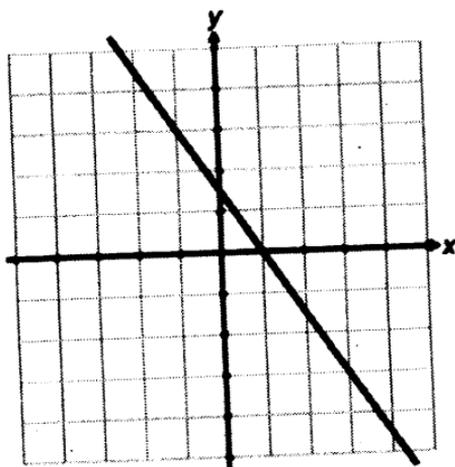
б)  $y = -\frac{1}{3}x$ .



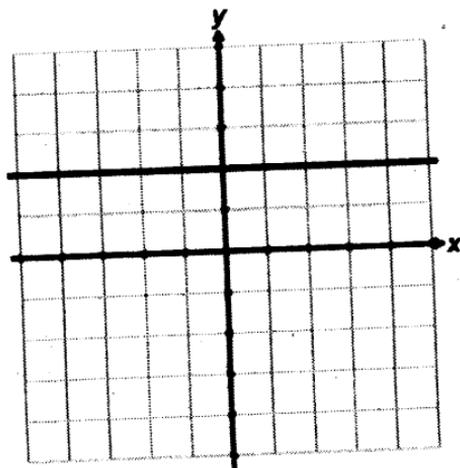
в)  $y = 2x - 1$ .



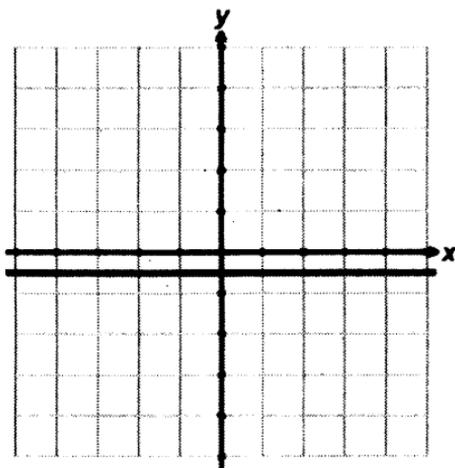
г)  $y = -1,5x + 3$ .



д)  $y = 4$ .



е)  $y = -1$ .



**7.**  $y = -20x + 15$ . Точки  $A(1; -5)$ ,  $C(-4; 95)$  – принадлежат графику функции. Точка  $B(-3; 45)$  – не принадлежит.

**8.** Графики функций  $y = 4x - 35$  и  $y = 0,2x + 3$  проходят через точку  $4x - 35 = 0,2x + 3$ ;  $3,8x = 38$ ;  $x = 10$ ;  $y = 0,2 + 3 = 5$ ,  $(10; 5)$ . Точка  $(10; 5)$  принадлежит графику функции  $y = -5x + 55$ , значит, графики функций проходят через точку  $(10; 5)$ .

$$\mathbf{9.} \begin{cases} 6 = k + b \\ -15 = -2k + b \end{cases}; \begin{cases} k = 6 - b \\ -15 = -12 + 2b + b \end{cases};$$

$$\begin{cases} 3b = -3 \\ k = 6 - b \end{cases}; \begin{cases} b = -1 \\ k = 7 \end{cases}. \text{ Ответ: } y = 7x - 1.$$

**10.** У прямой параллельной прямой  $y = 25x - 18$ ,  $k = 25$ ; значит,  $12 = 25 \cdot \frac{1}{5} + b$ ;  $b = 12 - 5$ ;  $b = 7$ . Ответ:  $y = 25x + 7$ .

### **С-53. Определение квадратичной функции.**

**1.**  $y = x^2 + 2x - 15$ ;  $y = -15$  при  $x^2 + 2x - 15 = -15$ ;  $x^2 + 2x = 0$ ;  $x(x + 2) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = -2$ ;  $y = -7$

при  $x^2 + 2x - 15 = -7$ ;  $x^2 + 2x - 8 = 0$ ;  $D = 4 + 4 \cdot 8 = 36$ ;  $x = \frac{-2 \pm 6}{2}$ ;  $x = 2$  и  $x = -4$ ;  $y = 0$   
 при  $x^2 + 2x - 15 = 0$ ;  $x = -5$  и  $x = 3$ ;  $y = 9$  при  
 $x^2 + 2x - 24 = 0$ ;  $x = -6$  и  $x = 4$ .

**2.** а)  $-4, 2$ .

б)  $-4; 0$ .

в)  $-\sqrt{2}$ .

г)  $-4; \frac{1}{3}$ .

**3.** а)  $x^2 - 12x + 36 = 0$ ;  $(x - 6)^2 = 0$ ;  $x = 6$ .

б)  $x^2 - 25 = 0$ ;  $x^2 = 25$ ;  $x = \pm 5$ .

в)  $5x^2 - 4x + 1 = 0$ ;  $D = 4^2 - 4 \cdot 5 = 16 - 20 < 0$ , у данной квадратичной функции нет нулей.

г)  $6x^2 - x + 1 = 0$ ;  $D = 1^2 - 4 \cdot 6 < 0$ , у данной квадратичной функции нет нулей.

**4.** а)  $p = -(x_1 + x_2) = -(2 + 7) = -9$ ;  $q = x_1 x_2 = 2 \cdot 7 = 14$ .

б)  $p = -(x_1 + x_2) = -(-5 + 0) = 5$ ;  $q = x_1 x_2 = -5 \cdot 0 = 0$ .

в)  $p = -(x_1 + x_2) = -(-\sqrt{5} + \sqrt{5}) = 0$ ;  $q = x_1 x_2 = -\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = -5$ .

г)  $p = -(x_1 + x_2) = -(2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3}) = -4$ ;  $q = x_1 x_2 = (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$ .

**5.** а)  $x^2 - 11x + 13 = -3x + 1$ ;  $x^2 - 8x + 12 = 0$ ;  $x = 2$  и  $x = 6$ ;  $(2; -5)$  и  $(6; -17)$ .

б)  $3x^2 - 7x + 10 = 5x + 2$ ;  $3x^2 - 12x + 8 = 0$ ;  $D = 12^2 - 4 \cdot 3 \cdot 8 = 48$ ;  $x = \frac{12 \pm \sqrt{48}}{6} = 2 \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ;  $(2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}; 12 + \frac{10\sqrt{3}}{3})$  и  $(2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}; 12 - \frac{10\sqrt{3}}{3})$ .

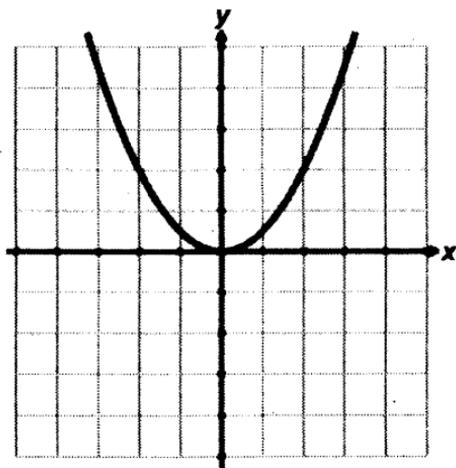
в)  $5x^2 - 2x - 3 = 2x - 7$ ;  $5x^2 - 4x + 4 = 0$ ;  $D = 16 - 4 \cdot 5 \cdot 4 = 16 - 80 < 0$  - нет решений, значит графики функций не пересекаются.

г)  $x^2 + 2x - 1 = 6x + 7$ ;  $x^2 - 4x - 8 = 0$ ;  $D = 16 + 4 \cdot 8 =$

$$= 48; \quad x = \frac{4 \pm \sqrt{48}}{2} = 2 \pm 2\sqrt{3}; \quad (2 + 2\sqrt{3}; 19 + 12\sqrt{3}) \text{ и } (2 - 2\sqrt{3}; 19 - 12\sqrt{3}).$$

**С-54. Функция  $y=ax^2$ .**

**1.**



1) а)  $y = \frac{1}{4}x^2$ .

б)  $y = \frac{1}{4}x^2$ .

2) а)  $-2 < x < 2$ .

б)  $x \leq -\sqrt{6}$  и  $x \geq \sqrt{6}$ .

в)  $x$  - любое.

г) нет решений.

**2.**  $y = -8x^2$ . Точки  $A(2; -32)$ ,  $C(-5; -200)$  - принадлежат графику функции, а точка  $B(-0, 5; 2)$  не принадлежит.

**3.** а)  $5x^2 = 4x + 1$ ;  $5x^2 - 4x - 1 = 0$ ;  $x = 1$  и  $x = -\frac{1}{5}$ ;  $(1; 5)$  и  $(-\frac{1}{5}; \frac{1}{5})$ .

б)  $5x^2 = 15x$ ;  $5x(x - 3) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = 3$ ;  $(0; 0)$  и  $(3; 45)$ .

в)  $5x^2 = 20$ ;  $x^2 = 4$ ;  $x = \pm 2$ ;  $(2; 20)$  и  $(-2; 20)$ .

г)  $5x^2 = -1$  – нет решений.

**4.** а) убывает.

б) не является ни возрастающей, ни убывающей.

в) возрастает.

г) не является ни возрастающей, ни убывающей.

**5.**  $y = -\frac{1}{8}x^2$ ;  $-8 \leq x \leq 4$ ;  $y_{\min} = y(-8) = -\frac{1}{8} \cdot (-8)^2 = -8$ ;  $y_{\max} = y(0) = 0$ .

### С-55. График функции $y = ax^2 + bx + c$ .

**1.** 1) а) (2; 7).

б) (-6; 5).

в) (0; -10).

г) (-3; 0).

2) а)  $y = x^2 - 10x + 9$ ;  $y = (x - 5)^2 - 16$ ; (5; -16).

б)  $y = 5x^2 - 14$ ; (0; -14).

в)  $y = 4x^2 + 3x - 10$ ;  $y = 4 \cdot (x + \frac{3}{8})^2 - 10\frac{9}{16}$ ;  $(-\frac{3}{8}; -10\frac{9}{16})$ .

г)  $y = -6x^2 + 18$ ; (0; 18).

**2.** а) С осью ординат (0; 12);  $x^2 - 7x + 12 = 0$ ;  $x = 3$  и  $x = 4$ , с осью абсцисс (3; 0) и (4; 0).

б) С осью ординат (0; 15);  $-4x^2 - 4x + 15 = 0$ ,  $4x^2 + 4x - 15 = 0$ ;  $x = 1\frac{1}{2}$  и  $x = -2\frac{1}{2}$ , с осью (1 $\frac{1}{2}$ ; 0) и (-2 $\frac{1}{2}$ ; 0).

в) С осью ординат (0; 0);  $-x^2 + 6x = 0$ ,  $x = 0$  и  $x = 6$ , с осью (0; 0) и (6; 0).

г) С осью ординат (0; -18);  $2x^2 - 18 = 0$ ,  $x = \pm 3$ , с осью (3; 0) и (-3; 0).

**3.** Постройте график функции  $y = -x^2 + 4x + 5$ :

а)  $y(1, 5) = 8, 75$ ;

$y(-2, 5) = -11, 25$ ;  $y(-6) = -55$ .

б)  $y = 6$  при  $x \approx 3, 7$  и  $x \approx 0, 3$ ;  $x = -7$  при  $x = -2$  и  $x = 6$ .

в)  $y = 0$  при  $x = -1$  и  $x = 5$ ;  $y > 0$  при  $-1 < x < 5$ ;  $y <$

$< 0$  при  $x < -1$  и  $x > 5$ .

г)  $y$  – возрастает при  $x < 2$ ;  $y$  – убывает при  $x > 2$ .

**4.**  $y = x^2 - 13x + 40$ . Точка  $A(4; 4)$  принадлежит графику функции, а точки  $B(-15; -460)$  и  $C(-2; -70)$  не принадлежат.

**5.**  $y = -4x^2 + 4x + 3$ ;  $y = -4(x - \frac{1}{2})^2 + 4$ ;  $y_{\max} = 4$  при  $x = \frac{1}{2}$ .

**6.**  $\begin{cases} -5 = 9 - 3p + q \\ -8 = 16 + 4p + q \end{cases}$ ;  $\begin{cases} q - 3p = -14 \\ q + 4p = -24 \end{cases}$ ;  
 $\begin{cases} 7p = -10 \\ q = 3p - 14 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} p = -\frac{10}{7} \\ q = -14 - \frac{30}{7} \end{cases}$ ;  $\begin{cases} p = -1\frac{3}{7} \\ q = -18\frac{2}{7} \end{cases}$ .

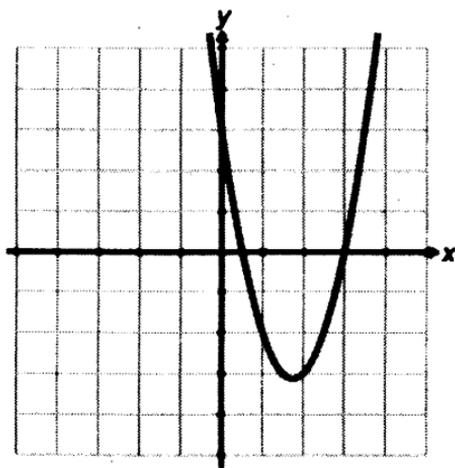
### С-56. Решение квадратных неравенств.

**1.** а) никакие.

б)  $-2; 1$ .

в)  $-2; 0; 1$ .

**2.**



а)  $x^2 - 7x + 6 > 0$ , при  $x < 1$  и  $x > 6$ .

б)  $x^2 - 7x + 6 < 0$ ; при  $1 < x < 6$ .

**3.** а)  $3x^2 + 4x - 4 = 0$ ;  $3x^2 + 4x - 4 < 0$ , при  $-2 < x < \frac{2}{3}$ .

б)  $x^2 - 9 = 0$ ;  $x^2 - 9 < 0$  при  $x < -3$  и  $x > 3$ . в)  $-x^2 - 6 = 0$ ;  $-x^2 - 6 < 0$ , при любых  $x$ .

**4.** 1) а)  $x^2 - 16 < 0$ ;  $x^2 < 16$ ;  $-4 < x < 4$ .

б)  $x^2 - 36 > 0$ ;  $x^2 > 36$ ;  $x < -6$  и  $x > 6$ .

в)  $x^2 + 5 > 0$ ;  $x$  - любое.

г)  $x^2 + 1 < 0$  - нет решений.

2) а)  $x^2 - 7x > 0$ ;  $x(x - 7) < 0$ ;  $0 < x < 7$ .

б)  $x^2 + 3x > 0$ ;  $x(x + 3) > 0$ ;  $x < -3$  или  $x > 0$ .

в)  $x^2 + \frac{1}{3} > 0$ ;  $x$  - любое число.

г)  $x^2 - 4,2x < 0$ ;  $x(x - 4,2) < 0$ ;  $0 < x < 4,2$ .

3) а)  $x^2 - 3x - 40 > 0$ ;  $(x - 8)(x + 5) > 0$ ;  $x > 8$  или  $x < -5$ .

б)  $3x^2 + 5x - 2 < 0$ ;  $(x + 2)(3x - 1) < 0$ ;  $-2 < x < \frac{1}{3}$ .

в)  $x^2 + 12x + 40 > 0$ ;  $(x + 6)^2 + 4 > 0$ ;  $x$  - любое число.

г)  $-4x^2 + 12x - 9 < 0$ ;  $4x^2 - 12x + 9 > 0$ ;  $(2x - 3)^2 > 0$ ;  $x \neq 1,5$ .

д)  $x^2 - 5x - 50 < 0$ ;  $(x - 10)(x + 5) < 0$ ;  $-5 < x < 10$ .

е)  $9x^2 + 6x + 1 > 0$ ;  $(3x + 1)^2 > 0$ ;  $x \neq -\frac{1}{3}$ .

**5.** а)  $x^2 \leq 16$ ;  $-4 \leq x \leq 4$ .

б)  $5x^2 < \frac{1}{3}x$ ;  $5x^2 - \frac{1}{3}x < 0$ ;  $x(5x - \frac{1}{3}) < 0$ ;  $0 < x < \frac{1}{15}$ .

в)  $0,2x^2 > 5$ ;  $x^2 > 10$ ;  $x < -\sqrt{10}$  и  $x > \sqrt{10}$ .

г)  $0,8x^2 > x$ ;  $0,8x^2 - x > 0$ ;  $x(0,8x - 1) > 0$ ;  $x > \frac{5}{4}$  или  $x < 0$ .

**6.** а)  $x(x - 8) > (2x - 1)^2$ ;  $x^2 - 8x > 4x^2 - 4x + 1$ ;  $3x^2 + 4x + 1 < 0$ ;  $(x + 1)(3x + 1) < 0$ ;  $-1 < x < -\frac{1}{3}$ .

б)  $3x(x - 2) + 1 > (x - 1)^2$ ;  $3x^2 - 6x + 1 > x^2 - 2x + 1$ ;  $2x^2 - 4x > 0$ ;  $2x(x - 2) > 0$ ;  $x > 2$  или  $x < 0$ .

в)  $\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} - 2 < 0$ ;  $x^2 + 2x - 8 < 0$ ;  $(x - 2)(x + 4) < 0$ ;  $-4 < x < 2$ .

г)  $\frac{x^2}{3} + \frac{5}{6} < \frac{x}{2}$ ;  $2x^2 - 3x + 5 < 0$ ;  $(x - \frac{3}{4})^2 + 3\frac{7}{8} < 0$  - нет решений.

7. а)  $\begin{cases} 2x^2 + 5x - 18 > 0 \\ x < 0 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} (x - 2)(2x + 9) > 0 \\ x < 0 \end{cases}$  ;

$\begin{cases} 2x + 9 < 0 \\ x < 0 \end{cases}$  ;  $x < -4,5$ .

б)  $\begin{cases} x^2 - 10x - 24 < 0 \\ 2x - 16 > 0 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} (x - 12)(x + 2) < 0 \\ x > 8 \end{cases}$  ;

$\begin{cases} x - 12 < 0 \\ x > 8 \end{cases}$  ;  $8 < x < 12$ .

в)  $\begin{cases} 6x - x^2 < 0 \\ 2x - 9 > 0 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x(6 - x) < 0 \\ x > 4,5 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} 6 - x < 0 \\ x > 4,5 \end{cases}$  ;  
 $x > 6$ .

8. а) При  $3x^2 + 10x - 8 \geq 0$ ;  $(x + 4)(3x - 2) \geq 0$ ;  $x \geq \frac{2}{3}$  и  $x \leq -4$ .

б) При  $6x^2 - 15x > 0$ ;  $3x(2x - 5) > 0$ ;  $x < 0$  и  $x > 2,5$ .

в) При  $\begin{cases} 9 - x^2 \geq 0 \\ x - 2 \geq 0 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x^2 \leq 9 \\ x \geq 2 \end{cases}$  ;  $2 \leq x \leq 3$ .

### С-57. Метод интервалов.

1. 1) а)  $(x + 3)(x - 4) < 0$ ;  $-3 < x < 4$ .

б)  $(x + 6)(x + 8) > 0$ ;  $x < -8$  и  $x > 6$ .

в)  $(x + 1,5)(x + 2,5) < 0$ ;  $-2,5 < x < -1,5$ .

г)  $(x - 0,5)(x - \frac{1}{3}) > 0$ ;  $x < \frac{1}{3}$  и  $x > 0,5$ .

2) а)  $(x - 4)(x + 1)(x - 11) > 0$ ;  $-1 < x < 4$  и  $x > 11$ .

б)  $(x - 2)(x + 12)(x + 16) < 0$ ;  $x < -16$  и  $-12 < x < 2$ .

в)  $x(x - 4)(x + 2) < 0$ ;  $x < -2$  и  $0 < x < 4$ .

3) а)  $(x^2 - 25)(x - 6) < 0$ ;  $(x - 5)(x + 5)(x - 6) < 0$ ;  $x < -5$  и  $5 < x < 6$ .

б)  $(x + 1)(x^2 - 16) > 0$ ;  $(x + 1)(x - 4)(x + 4) > 0$ ;  $-4 < x < -1$  и  $x > 4$ .

в)  $x^3 - 49x > 0$ ;  $x(x - 7)(x + 7) > 0$ ;  $-7 < x < 0$  и

$$x > 7.$$

$$\text{г) } x^3 - 0,64x < 0; \quad x(x - 0,8)(x + 0,8) < 0; \quad x < -0,8 \text{ и } 0 < x < 0,8.$$

$$4) \text{ а) } (x^2 + 8)(x - 4)(x - 2) < 0; \quad 2 < x < 4.$$

$$\text{б) } (x + 6)(x + 8)(x^2 + 11) > 0; \quad x < -8 \text{ и } x > -6.$$

$$\text{в) } (x - 1)(x - 2)(x - 3)^2 > 0; \quad x < 1, \quad 2 < x < 3 \text{ и } x > 3.$$

$$\text{г) } (x - 4)(x - 6)(x - 5)^2 < 0; \quad 4 < x < 5 \text{ и } 5 < x < 6.$$

$$\boxed{2.} \text{ а) При } (x - 3,5)(x + 4)(x - 1,8) < 0; \quad x < -4 \text{ и } 1,8 < x < 3,5.$$

$$\text{б) При } (x - 2,5)(x - 3)(x^2 + 9) < 0; \quad 2,5 < x < 3.$$

$$\boxed{3.} \text{ 1) а) } \frac{x-5}{x+7} < 0; \quad -7 < x < 5.$$

$$\text{б) } \frac{x-2}{x+2} > 0; \quad x < -2 \text{ и } x > 2.$$

$$\text{в) } \frac{x+1}{x+3} < 0; \quad -3 < x < -1.$$

$$\text{г) } \frac{x+3,5}{x+4} > 0; \quad x < -4 \text{ и } x > -3,5.$$

$$2) \text{ а) } \frac{(x-1)(x+3)}{x-12} < 0; \quad x < -3 \text{ и } 1 < x < 12.$$

$$\text{б) } \frac{(x-2)(x+2)}{x-5} > 0; \quad -2 < x < 2 \text{ и } x > 5.$$

$$\text{в) } \frac{(x-1,5)(x-1)}{x} < 0; \quad x < 0 \text{ и } 1 < x < 1,5.$$

$$3) \text{ а) } \frac{x^2-16}{x+3} < 0; \quad \frac{(x-4)(x+4)}{x+3} < 0; \quad x < -4 \text{ и } -3 < x < 4.$$

$$\text{б) } \frac{x+8}{x^2-6x} > 0; \quad \frac{x+8}{x(x-6)} > 0; \quad -8 < x < 0 \text{ и } x > 6.$$

$$\text{в) } \frac{x^2+2}{x^2-2x} > 0; \quad x(x-2) > 0; \quad x < 0 \text{ и } x > 2.$$

$$\text{г) } \frac{x^2-11x}{x-10} < 0; \quad \frac{x(x-11)}{x-10} < 0; \quad x < 0 \text{ и } 10 < x < 11.$$

$$\boxed{4.} \text{ 1) а) } (x^2 + x - 6)(x - 1) > 0; \quad (x - 2)(x + 3)(x - 1) > 0; \quad -3 < x < 1 \text{ и } x > 2.$$

$$\text{б) } (x + 8)(x^2 + 3x - 4) < 0; \quad (x + 8)(x + 4)(x - 1) < 0; \quad x < -8 \text{ и } -4 < x < 1.$$

$$\text{в) } (x^2 - 5x + 6)(x^2 - 9x + 14) > 0; \quad (x - 2)^2(x - 3)(x - 7) > 0; \quad x < 2, \quad 2 < x < 3 \text{ и } x > 7.$$

$$\text{г) } (x^2 + 3x - 10)(x^2 - 13x + 42) < 0; \quad (x + 5)(x - 2)(x - 6) < 0; \quad -5 < x < 2 \text{ и } 6 < x < 7.$$

$$2) \text{ а) } \frac{x^2-4x}{x^2-9} > 0; \quad x(x-4)(x-3)(x+3) > 0; \quad x < -$$

-3;  $0 < x < 3$  и  $x > 4$ .

б)  $\frac{x^2-25}{x^2-3x} < 0$ ;  $x(x-5)(x+5)(x-3) < 0$ ;  $-5 < x < 0$  и  $3 < x < 5$ .

в)  $\frac{x^2-x}{x^2+4} > 0$ ;  $x(x-1) > 0$ ;  $x < 0$  и  $x > 1$ .

г)  $\frac{(x-6)^2}{x^2-25} < 0$ ;  $(x-5)(x+5)(x-6)^2 < 0$ ;  $-5 < x < 5$ .

3) а)  $\frac{x^2+x-2}{x^2-9} > 0$ ;  $\frac{(x+2)(x-1)}{(x-3)(x+3)} > 0$ ;  $x < -3$ ,  $-2 < x < 1$  и  $x > 3$ .

б)  $\frac{x^2-16}{x^2-11x+30} < 0$ ;  $\frac{(x-4)(x+4)}{(x-5)(x-6)} < 0$ ;  $-4 < x < 4$  и  $5 < x < 6$ .

в)  $\frac{x^2-3x-4}{x^2+5x+6} > 0$ ;  $\frac{(x-4)(x+1)}{(x+2)(x+3)} > 0$ ;  $x < -3$ ,  $-2 < x < -1$  и  $x > 4$ .

г)  $\frac{x^2+3x-4}{x^2-5x-6} < 0$ ;  $\frac{(x+4)(x-1)}{(x-6)(x+1)} < 0$ ;  $-4 < x < -1$  и  $1 < x < 6$ .

**5.** 1) а) При  $x^3 - 16x \geq 0$ ;  $x(x-4)(x+4) \geq 0$ ;  $-4 \leq x \leq 0$  и  $x \geq 4$ .

б) При  $x^2 - 7x + 12 \geq 0$ ;  $(x-3)(x-4) \geq 0$ ;  $x \leq 3$  и  $x \geq 4$ .

2) а) При  $\frac{x^2-1}{x^2-6x+8} \geq 0$ ;  $\frac{(x-1)(x+1)}{(x-2)(x-4)} \geq 0$ ;  $x \leq -1$ ;  $1 \leq x < 2$  и  $x > 4$ .

б) При  $\frac{x^2-4x-5}{x^2+x-6} \geq 0$ ;  $\frac{(x-5)(x+1)}{(x+3)(x-2)} \geq 0$ ;  $x < -3$ ,  $-1 \leq x < 2$  и  $x \geq 5$ .

# Контрольные работы.

## К-1.

### Вариант 1.

1. а)  $\frac{14a^4b}{49a^3b^2} = \frac{2 \cdot 7a^4b}{7 \cdot 7a^3b^2} = \frac{2a}{7b}$ , где  $a \neq 0$  и  $b \neq 0$ .

б)  $\frac{3x}{x^2+4x} = \frac{3x}{x(x+4)} = \frac{3}{x+4}$ , где  $x \neq 0$  и  $x \neq -4$ .

в)  $\frac{y^2-z^2}{2y+2z} = \frac{(y-z)(y+z)}{2(y+z)} = \frac{y-z}{2}$ , где  $y \neq -z$ .

2. а)  $\frac{3x-1}{x^2} + \frac{x-9}{3x} = \frac{9x-3}{3x^2} + \frac{x^2-9x}{3x^2} = \frac{x^2-3}{3x^2}$ .

б)  $\frac{1}{2a-b} - \frac{1}{2a+b} = \frac{2a+b}{(2a-b)(2a+b)} - \frac{2a-b}{(2a-b)(2a+b)} = \frac{2a+b-2b+b}{4a^2-b^2} = \frac{2b}{4a^2-b^2}$ .

в)  $\frac{5}{c+3} - \frac{5c-2}{c^2+3c} = \frac{5c}{c(c+3)} - \frac{5c-2}{c(c+3)} = \frac{5c-5c+2}{c(c+3)} = \frac{2}{c^2+3c}$ .

3.  $\frac{a^2-b}{a} - a = \frac{a^2-b}{a} - \frac{a^2}{a} = \frac{a^2-b-a^2}{a} = -\frac{b}{a}$ ; при  $a = 0,2$ ,  $b = -5$ ,  $-\frac{b}{a} = -\frac{-5}{0,2} = \frac{50}{2} = 25$ .

4.  $\frac{3}{x-3} - \frac{x+15}{x^2-9} - \frac{2}{x} = \frac{3}{x-3} - \frac{x+15}{(x-3)(x+3)} - \frac{2}{x} = \frac{3x(x+3) - x(x+15) - 2(x-3)(x+3)}{x(x-3)(x+3)} = \frac{3x^2+9x - x^2-15x - 2x^2+18}{x(x^2-9)} = \frac{18-6x}{x(x-3)(x+3)} = \frac{-6(x-3)}{x(x-3)(x+3)} = -\frac{6}{x(x+3)}$ .

5.  $\frac{(a+1)^2-6a+4}{a} = \frac{a^2+2a+1-6a+4}{a} = \frac{a^2-4a+5}{a} = a - 4 + \frac{5}{a}$ ; при  $a = \pm 1$  и  $a = \pm 5$ .

### Вариант 2.

1. а)  $\frac{39x^3y}{26x^2y^2} = \frac{3 \cdot 13 \cdot x^2 \cdot x \cdot y}{2 \cdot 13 \cdot x^2 \cdot y \cdot y} = \frac{3x}{2y}$ , при  $x \neq 0$ ,  $y \neq 0$ .

б)  $\frac{5y}{y^2-2y} = \frac{5y}{y(y-2)} = \frac{5}{y-2}$ , при  $y \neq 2$ ,  $y \neq 0$ .

в)  $\frac{3a-3b}{a^2-b^2} = \frac{3(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{3}{a+b}$ , при  $a \neq b$ ,  $a \neq -b$ .

2. а)  $\frac{3-2a}{2a} - \frac{1-a^2}{a^2} = \frac{3a-2a^2}{2a^2} - \frac{2-2a^2}{2a^2} = \frac{3a-2a^2-2+2a^2}{2a^2} = \frac{3a-2}{2a^2}$ .

$$\text{б) } \frac{1}{3x+y} - \frac{1}{3x-y} = \frac{3x-y}{(3x+y)(3x-y)} - \frac{3x+y}{(3x+y)(3x-y)} = \frac{3x-y-3x-y}{9x^2-y^2} =$$

$$= -\frac{2y}{9x^2-y^2} = \frac{2y}{y^2-9x^2}.$$

$$\text{в) } \frac{4-3b}{b^2-2b} + \frac{3}{b-2} = \frac{4-3b}{b(b-2)} + \frac{3}{b-2} = \frac{4-3b+3b}{b(b-2)} = \frac{4}{b^2-2b}.$$

$$\boxed{3.} \quad \frac{x-6y^2}{2y} + 3y = \frac{x-6y^2}{2y} + \frac{6y^2}{2y} = \frac{x}{2y}; \text{ при } x = -8,$$

$$y = 0, 1, \quad \frac{x}{2y} = \frac{-8}{2 \cdot 0,1} = -\frac{4}{0,1} = -40.$$

$$\boxed{4.} \quad \frac{2}{x-4} - \frac{x+8}{x^2-16} - \frac{1}{x} = \frac{2}{x-4} - \frac{x+8}{(x-4)(x+4)} - \frac{1}{x} =$$

$$= \frac{2x(x+4) - x(x+8) - (x^2-16)}{x(x-4)(x+4)} = \frac{2x^2+8x-x^2-8x-x^2+16}{x(x-4)(x+4)} = \frac{16}{x(x^2-16)}.$$

$$\boxed{5.} \quad \frac{(b-2)^2+8b+1}{b} = \frac{b^2-4b+4+8b+1}{b} = \frac{b^2+4b+5}{b} = b + 4 + \frac{5}{b};$$

$$b = \pm 1 \text{ и } b = \pm 5.$$

### Вариант 3.

$$\boxed{1.} \quad \text{а) } \frac{22p^4q^2}{99p^3q} = \frac{2 \cdot 11 \cdot p^4 \cdot q \cdot q}{9 \cdot 11 \cdot p^3 \cdot p \cdot q} = \frac{2q}{9p}, \text{ при } p \neq 0, q \neq 0.$$

$$\text{б) } \frac{7a}{a^2+5a} = \frac{7a}{a(a+5)} = \frac{7}{a+5}, \text{ при } a \neq 0, a \neq -5.$$

$$\text{в) } \frac{x^2-y^2}{4x+4y} = \frac{(x-y)(x+y)}{4(x+y)} = \frac{x-y}{4}, \text{ при } x \neq -y.$$

$$\boxed{2.} \quad \text{а) } \frac{y-20}{4y} + \frac{5y-2}{y^2} = \frac{y^2-20y}{4y^2} + \frac{20y-8}{4y^2} = \frac{y^2-20y+20y-8}{4y^2} = \frac{y^2-8}{4y^2}.$$

$$\text{б) } \frac{1}{5c-d} - \frac{1}{5c+d} = \frac{5c+d}{(5c-d)(5c+d)} - \frac{5c-d}{(5c-d)(5c+d)} = \frac{5c+d-5c+d}{(5c-d)(5c+d)} =$$

$$= \frac{2d}{25c^2-d^2}.$$

$$\text{в) } \frac{7}{a+5} - \frac{7a-3}{a^2+5a} = \frac{7a}{a(a+5)} - \frac{7a-3}{a(a+5)} = \frac{7a-7a+3}{a^2+5a} = \frac{3}{a^2+5a}.$$

$$\boxed{3.} \quad \frac{14b^2-c}{7b} - 2b = \frac{14b^2-c}{7b} - \frac{14b^2}{7b} = \frac{14b^2-c-14b^2}{7b} = -\frac{c}{7b}; \text{ при}$$

$$b = 0, 5, \quad c = -14, \quad -\frac{-14}{7 \cdot 0,5} = \frac{2}{0,5} = 4.$$

$$\boxed{4.} \quad \frac{5}{x-7} - \frac{2}{x} - \frac{3x}{x^2-49} + \frac{21}{49-x^2} = \frac{5}{x-7} - \frac{2}{x} - \frac{3x}{(x-7)(x+7)} -$$

$$- \frac{21}{(x-7)(x+7)} = \frac{5x(x+7) - 2(x^2-49) - 3x^2 - 21x}{x(x-7)(x+7)} =$$

$$= \frac{5x^2+35x-2x^2+98-3x^2-21x}{x(x^2-49)} = \frac{14x+98}{x(x-7)(x+7)} = \frac{14(x+7)}{x(x-7)(x+7)} =$$

$$= \frac{14}{x(x-7)}.$$

$$5. \frac{(2p+1)^2 - 3p + 2}{p} = \frac{4p^2 + 4p + 1 - 3p + 2}{p} = \frac{4p^2 + p + 3}{p} = 4p + 1 + \frac{3}{p}; \quad p = \pm 1 \text{ и } p = \pm 3.$$

### Вариант 4.

$$1. \text{ а) } \frac{75b^5c^3}{50b^4c^4} = \frac{3 \cdot 25 \cdot b^4 \cdot b \cdot c^3}{2 \cdot 25 \cdot b^4 \cdot c^3 \cdot c} = \frac{3b}{2c}, \text{ при } b \neq 0, \quad c \neq 0.$$

$$\text{б) } \frac{2b}{b^2 - 9b} = \frac{2b}{b(b-9)} = \frac{2}{b-9}, \text{ при } b \neq 0, \quad b \neq 9.$$

$$\text{в) } \frac{7x-7y}{x^2-y^2} = \frac{7(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{7}{x+y}, \text{ при } x \neq y, \quad x \neq -y.$$

$$2. \text{ а) } \frac{3b+7}{3b} - \frac{b^2-5}{b^2} = \frac{3b^2+7b}{3b^2} - \frac{3b^2-15}{3b^2} = \frac{3b^2+7b-3b^2+15}{3b^2} = \frac{7b+15}{3b^2}.$$

$$\text{б) } \frac{1}{4p+q} - \frac{1}{4p-q} = \frac{4p-q}{(4p+q)(4p-q)} - \frac{4p+q}{(4p+q)(4p-q)} = \frac{4p-q-4p-q}{16p^2-q^2} = \frac{-2q}{16p^2-q^2} = \frac{2q}{q^2-16p^2}.$$

$$\text{в) } \frac{5-4y}{y^2-6y} + \frac{4}{y-6} = \frac{5-4y}{y(y-6)} + \frac{4y}{y(y-6)} = \frac{5}{y^2-6y}.$$

$$3. \frac{12p^2-q}{4p} - 3p = \frac{12p^2-q}{4p} - \frac{12p^2}{4p} = \frac{12p^2-q-12p^2}{4p} = -\frac{q}{4p}, \text{ при } p = -0,35, \quad q = 28, \quad -\frac{q}{4p} = -\frac{28}{4 \cdot (-0,35)} = \frac{28}{1,4} = 20.$$

$$4. \frac{4}{y} - \frac{2}{y-5} + \frac{2y}{25-y^2} - \frac{10}{y^2-25} = \frac{4}{y} - \frac{2}{y-5} - \frac{2y}{y^2-25} - \frac{10}{y^2-25} = \frac{4(y^2-25) - 2y(y+5) - 2y^2 - 10y}{y(y^2-25)} = \frac{4y^2 - 100 - 2y^2 - 10y - 2y^2 - 10y}{y(y-5)(y+5)} = \frac{-20y - 100}{y(y-5)(y+5)} = \frac{20(y+5)}{y(5-y)(y+5)} = \frac{20}{5y-y^2}.$$

$$5. \frac{(3x-1)^2 - 6x + 6}{x} = \frac{9x^2 - 6x + 1 - 6x + 6}{x} = \frac{9x^2 - 12x + 7}{x} = 9x - 12 + \frac{7}{x}; \quad x = \pm 1 \text{ и } x = \pm 7.$$

### К-2.

### Вариант 1.

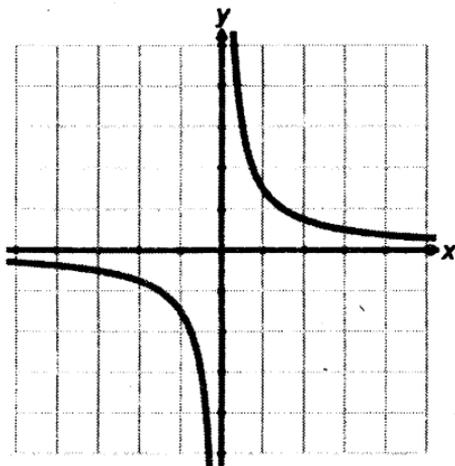
$$1. \text{ а) } \frac{42x^5}{y^4} \cdot \frac{y^2}{14x^5} = \frac{3 \cdot 14x^5y^2}{14x^5y^4} = \frac{3}{y^2}.$$

$$\text{б) } \frac{63a^3b}{c} : (18a^2b) = \frac{7 \cdot 9a^3b}{2 \cdot 9a^2bc} = \frac{7a}{2c}.$$

$$\text{в) } \frac{4a^2-1}{a^2-9} : \frac{6a+3}{a+3} = \frac{(2a-1)(2a+1)}{(a-3)(a+3)} \cdot \frac{a+3}{3(2a+1)} = \frac{2a-1}{3(a-3)}.$$

$$\Gamma) \frac{p-q}{p} \cdot \left( \frac{p}{p-q} + \frac{p}{q} \right) = \frac{p-q}{p} \cdot \frac{pq+p(p-q)}{q(p-q)} = \frac{p-q}{p} \cdot \frac{pq+p^2-pq}{q(p-q)} = \frac{p^2}{pq} = \frac{p}{q}$$

2.



Область определения функции:  $x \neq 0$ ;  $y < 0$  при  $x < 0$ .

$$\begin{aligned} \text{3. } (b-1)^2 \left( \frac{1}{b^2-2b+1} + \frac{1}{b^2-1} \right) + \frac{2}{b+1} &= (b-1)^2 \cdot \\ \cdot \left( \frac{1}{(b-1)^2} + \frac{1}{(b-1)(b+1)} \right) + \frac{2}{b+1} &= (b-1)^2 \frac{b+1+b-1}{(b+1)(b-1)^2} + \frac{2}{b+1} = \\ = \frac{2b}{b+1} + \frac{2}{b+1} &= \frac{2(b+1)}{b+1} = 2 - \text{не зависит от } b. \end{aligned}$$

4. При  $3 + \frac{21}{4a-6} \neq 0$  и  $4a - 6 \neq 0$ ;  $3 + \frac{21}{4a-6} \neq 0$  и  $4a \neq 6$ ;  $\frac{21}{4a-6} \neq -3$  и  $a \neq 1,5$ ;  $4a - 6 \neq -7$  и  $a \neq 1,5$ ;  $4a \neq -1$  и  $a \neq 1,5$ ;  $a \neq -0,25$  и  $a \neq 1,5$ . Ответ: при  $a \neq -0,25$  и  $a \neq 1,5$ .

Вариант 2.

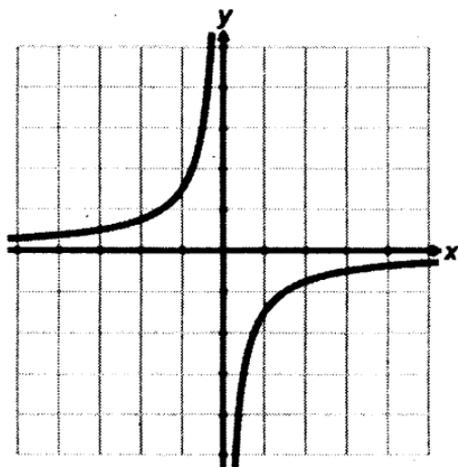
$$\text{1. а) } \frac{2a}{51x^6y} \cdot 17x^7y = \frac{2 \cdot 17ax^7y}{3 \cdot 17x^6y} = \frac{2ax}{3}$$

$$\text{б) } \frac{24b^2c}{3a^6} : \frac{16bc}{a^5} = \frac{3 \cdot 8b^2c}{3a^6} \cdot \frac{a^5}{2 \cdot 8bc} = \frac{b}{2a}$$

$$\text{в) } \frac{5x+10}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x^2-4} = \frac{5(x+2)}{x-1} \cdot \frac{(x-1)(x+1)}{(x-2)(x+2)} = \frac{5(x+1)}{x-2}$$

$$\Gamma) \frac{y+c}{c} \cdot \left( \frac{c}{y} - \frac{c}{y+c} \right) = \frac{y+c}{c} \cdot \frac{c(y+c)-cy}{y(y+c)} = \frac{cy+c^2-cy}{cy} = \frac{c^2}{cy} = \frac{c}{y}$$

2.



Область определения функции:  $x \neq 0$ ;  $y > 0$  при  $x < 0$ .

$$\begin{aligned} \text{3. } & \frac{x}{x+2} - \frac{(x-2)^2}{2} \cdot \left( \frac{1}{x^2-4} + \frac{1}{x^2-4x+4} \right) = \frac{x}{x+2} - \frac{(x-2)^2}{2} \\ & \cdot \left( \frac{1}{(x-2)(x+2)} + \frac{1}{(x-2)^2} \right) = \frac{x}{x+2} - \frac{(x-2)^2}{2} \cdot \frac{x-2+x+2}{(x+2)(x-2)^2} = \frac{x}{x+2} - \\ & - \frac{2x}{2(x+2)} = \frac{x}{x+2} - \frac{x}{x+2} = 0 \text{ - не зависит от } x. \end{aligned}$$

4. При  $2 - \frac{4}{3-2b} \neq 0$  и  $3 - 2b \neq 0$ ;  $\frac{4}{3-2b} \neq 2$  и  $2b \neq 3$ ;  $3 - 2b \neq 2$  и  $b \neq 1,5$ ;  $2b \neq 1$  и  $b \neq 0,5$ ;  $b \neq 0,5$  и  $b \neq 1,5$ .  
 Ответ: при  $b \neq 0,5$  и  $b \neq 1,5$ .

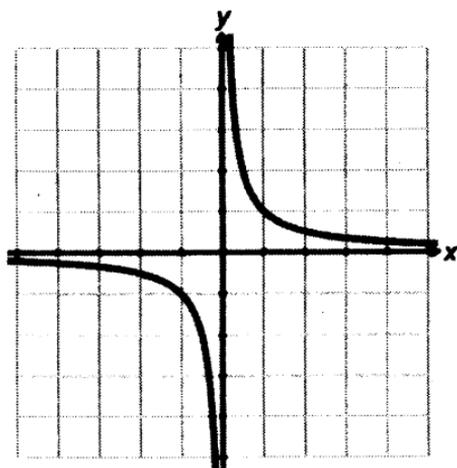
### Вариант 3.

$$\text{1. а) } \frac{28b^6}{c^3} \cdot \frac{c^5}{84b^6} = \frac{28b^6 c^5}{3 \cdot 28b^6 c^3} = \frac{c^2}{3}$$

$$\text{б) } 30x^2y : \frac{72xy}{z} = 30x^2y \cdot \frac{z}{72xy} = \frac{5 \cdot 6x^2yz}{12 \cdot 6xy} = \frac{5xz}{12}$$

$$\text{в) } \frac{3x+6}{x+3} \cdot \frac{x^2-9}{x^2-4} = \frac{3(x+2)}{x+3} \cdot \frac{(x-3)(x+3)}{(x-2)(x+2)} = \frac{3(x-3)}{x-2}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } & \frac{2a-b}{a} \cdot \left( \frac{a}{2a-b} + \frac{a}{b} \right) = \frac{2a-b}{a} \cdot \frac{ab+a(2a-b)}{b(2a-b)} = \frac{ab+2a^2-ab}{ab} = \frac{2a^2}{ab} = \\ & = \frac{2a}{b}. \end{aligned}$$

**2.**

Область определения функции:  $x \neq 0$ ;  $y > 0$  при  $x > 0$ .

$$\begin{aligned} \text{3. } \frac{2y}{y+3} + (y-3)^2 \cdot \left( \frac{2}{9-6y+y^2} + \frac{1}{9-y^2} \right) &= \frac{2y}{y+3} + (3-y)^2 \cdot \\ \left( \frac{2}{(3-y)^2} + \frac{1}{(3-y)(3+y)} \right) &= \frac{2y}{y+3} + (3-y)^2 \cdot \frac{2(3+y)+3-y}{(3+y)(3-y)^2} = \frac{2y}{y+3} + \\ + \frac{6+2y+3-y}{3+y} &= \frac{3y+9}{y+3} = \frac{3(y+3)}{y+3} = 3 \text{ - не зависит от } y. \end{aligned}$$

4. При  $1 - \frac{6}{10-5x} \neq 0$  и  $10 - 5x \neq 0$ ;  $10 - 5x \neq 6$  и  $5x \neq 10$ ;  $5x \neq 4$  и  $x \neq 2$ ;  $x \neq 0,8$  и  $x \neq 2$ . Ответ: при  $x \neq 0,8$  и  $x \neq 2$ .

#### Вариант 4.

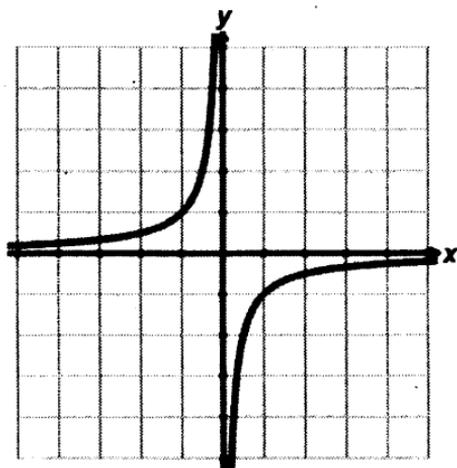
$$\text{1. а) } \frac{14p^4}{q^6} \cdot \frac{q^5}{56p^4} = \frac{14p^4q^5}{4 \cdot 14p^4q^6} = \frac{1}{4q}.$$

$$\text{б) } 45a^3b \cdot \frac{c^2}{30a^4b} = \frac{3 \cdot 15a^3bc^2}{2 \cdot 15a^4b} = \frac{3c^2}{2a}.$$

$$\text{в) } \frac{3a-9}{a+2} : \frac{a^2-9}{a^2-4} = \frac{3(a-3)}{a+2} \cdot \frac{a^2-4}{a^2-9} = \frac{3(a-3)}{a+2} \cdot \frac{(a-2)(a+2)}{(a-3)(a+3)} = \frac{3(a-2)}{a+3}.$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \frac{3x+y}{y} \cdot \left( \frac{y}{x} - \frac{3y}{3x+y} \right) &= \frac{3x+y}{y} \cdot \frac{y(3x+y) - 3y \cdot x}{x(3x+y)} = \frac{3xy+y^2-3xy}{xy} = \\ &= \frac{y^2}{xy} = \frac{y}{x}. \end{aligned}$$

**2.**



Область определения функции:  $x \neq 0$ ;  $y < 0$  при  $x > 0$ .

$$\begin{aligned}
 \text{3. } & \left( \frac{3}{25-a^2} + \frac{1}{a^2-10a+25} \right) \cdot \frac{(5-a)^2}{2} + \frac{3a}{a+5} = \\
 & = \left( \frac{3}{(5-a)(5+a)} + \frac{1}{(5-a)^2} \right) \cdot \frac{(5-a)^2}{2} + \frac{3a}{a+5} = \frac{3(5-a)+5+a}{(5+a)(5-a)^2} \cdot \frac{(5-a)^2}{2} + \\
 & + \frac{3a}{a+5} = \frac{15-3a+5+a}{2(5+a)} + \frac{3a}{a+5} = \frac{20-2a}{2(5+a)} + \frac{6a}{2(a+5)} = \frac{4a+20}{2(a+5)} = \\
 & = \frac{4(a+5)}{2(a+5)} = 2 - \text{не зависит от } a.
 \end{aligned}$$

4. При  $2 - \frac{7}{6+2y} \neq 0$  и  $6 + 2y \neq 0$ ;  $\frac{7}{6+2y} \neq 2$  и  $2y \neq -6$ ;  $4y+12 \neq 7$  и  $y \neq -3$ ;  $4y \neq -5$  и  $y \neq -3$ ;  $y \neq -1,25$  и  $y \neq -3$ . Ответ: при  $y \neq -1,25$  и  $y \neq -3$ .

### К-3.

#### Вариант 1.

1. а)  $0,5\sqrt{0,04} + \frac{1}{6}\sqrt{144} = 0,5 \cdot 0,2 + \frac{1}{6} \cdot 12 = 0,1 + 2 = 2,1$ .  
 б)  $2\sqrt{1\frac{9}{16}} - 1 = 2\sqrt{\frac{25}{16}} - 1 = 2 \cdot \frac{5}{4} - 1 = \frac{5}{2} - 1 = 2,5 - 1 = 1,5$ .  
 в)  $(2\sqrt{0,5})^2 = 2^2 \cdot 0,5 = 4 \cdot 0,5 = 2$ .

**2.** а)  $\sqrt{0,25 \cdot 64} = \sqrt{0,25} \cdot \sqrt{64} = 0,5 \cdot 8 = 4.$

б)  $\sqrt{56} \cdot \sqrt{14} = \sqrt{56 \cdot 14} = \sqrt{4 \cdot 14 \cdot 14} = 2 \cdot 14 = 28.$

в)  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2.$

г)  $\sqrt{3^4 \cdot 2^6} = 3^2 \cdot 2^3 = 9 \cdot 8 = 72.$

**3.** а)  $x^2 = 0,49; \quad x = \pm\sqrt{0,49}; \quad x = \pm 0,7.$

б)  $x^2 = 10; \quad x = \pm\sqrt{10}.$

**4.** а) При  $x \geq 0; \quad x^2\sqrt{9x^2} = x^2 \cdot 3|x| = 3x^3.$

б) При  $b < 0; \quad -5b^2\sqrt{\frac{4}{b^2}} = -5b^2 \cdot \frac{2}{|b|} = -\frac{10b^2}{-b} = 10b.$

**5.**  $4,1^2 = 16,81; \quad 4,2^2 = 17,64; \quad 4,1 < \sqrt{17} < 4,2.$

**6.** При  $a \geq 0$  и  $\sqrt{a} - 4 \neq 0; \quad a \geq 0$  и  $\sqrt{a} \neq 4; \quad a \geq 0$  и  $a \neq \pm 16; \quad a \in [0; 16) \cup (16; +\infty).$

## Вариант 2.

**1.** а)  $\frac{1}{2}\sqrt{196} + 1,5\sqrt{0,36} = \frac{1}{2} \cdot 14 + 1,5 \cdot 0,6 = 7 + 0,9 = 7,9.$

б)  $1,5 - 7\sqrt{\frac{25}{49}} = 1,5 - 7 \cdot \frac{5}{7} = 1,5 - 5 = -3,5.$

в)  $(2\sqrt{1,5})^2 = 2^2 \cdot 1,5 = 4 \cdot 1,5 = 6.$

**2.** а)  $\sqrt{0,36 \cdot 25} = \sqrt{0,36} \cdot \sqrt{25} = 0,6 \cdot 5 = 3.$

б)  $\sqrt{8} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{8 \cdot 18} = \sqrt{8 \cdot 2 \cdot 9} = \sqrt{16 \cdot 9} = 4 \cdot 3 = 12.$

в)  $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} = 3.$  г)  $\sqrt{2^4 \cdot 5^2} = 2^2 \cdot 5 = 4 \cdot 5 = 20.$

**3.** а)  $x^2 = 0,64; \quad x = \pm\sqrt{0,64}; \quad x = \pm 0,8.$

б)  $x^2 = 17; \quad x = \pm\sqrt{17}.$

**4.** а) При  $y \geq 0; \quad y^3\sqrt{4y^2} = y^3 \cdot 2|y| = 2y^4.$

б) При  $a < 0; \quad 7a\sqrt{\frac{16}{a^2}} = 7a \cdot \frac{4}{|a|} = \frac{28a}{-a} = -28.$

**5.**  $6,1^2 = 37,21; \quad 6,2^2 = 38,44; \quad 6,1 < \sqrt{38} < 6,2.$

**6.** При  $x \geq 0$  и  $\sqrt{x} - 5 \neq 0$ ;  $x \geq 0$  и  $\sqrt{x} \neq 5$ ;  $x \geq 0$  и  $x \neq \pm 25$ ;  $x \in [0; 25) \cup (25; +\infty)$ .

### Вариант 3.

**1.** а)  $0,8\sqrt{225} - 0,5\sqrt{1,21} = 0,8 \cdot 15 - 0,5 \cdot 1,1 = 12 - 0,55 = 11,45$ .

б)  $2 - 3\sqrt{\frac{25}{36}} = 2 - 3 \cdot \frac{5}{6} = 2 - \frac{5}{2} = 2 - 2,5 = -0,5$ .

в)  $(0,5\sqrt{20})^2 = 0,5^2 \cdot 20 = 0,25 \cdot 20 = 5$ .

**2.** а)  $\sqrt{9 \cdot 1,44} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{1,44} = 3 \cdot 1,2 = 3,6$ .

б)  $\sqrt{150} \cdot \sqrt{24} = \sqrt{150 \cdot 24} = \sqrt{25 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 4} = 5 \cdot 6 \cdot 2 = 60$ .

в)  $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{75}{3}} = \sqrt{25} = 5$ .

г)  $\sqrt{6^2 \cdot 3^4} = 6 \cdot 3^2 = 6 \cdot 9 = 54$ .

**3.** а)  $x^2 = 0,81$ ;  $x = \pm\sqrt{0,81}$ ;  $x \neq 0,9$ .

б)  $x^2 = 46$ ;  $x = \pm\sqrt{46}$ .

**4.** а) При  $b \leq 0$ ;  $\frac{1}{3}b^3\sqrt{9b^2} = \frac{1}{3}b^3 \cdot 3|b| = b^3 \cdot (-b) = -b^4$ .

б) При  $x > 0$ ;  $2x^2\sqrt{\frac{49}{x^2}} = 2x^2 \cdot \frac{7}{|x|} = \frac{14x^2}{x} = 14x$ .

**5.**  $5,2^2 = 27,04$ ;  $5,3^2 = 28,09$ ;  $5,2 < \sqrt{28} < 5,3$ .

**6.** При  $x \geq 0$  и  $\sqrt{x} - 2 \neq 0$ ;  $x \geq 0$  и  $\sqrt{x} \neq 2$ ;  $x \geq 0$  и  $x \neq \pm 4$ ;  $x \in [0; 4) \cup (4; +\infty)$ .

### Вариант 4.

**1.** а)  $\frac{1}{6}\sqrt{144} + \frac{1}{3}\sqrt{0,81} = \frac{1}{6} \cdot 12 + \frac{1}{3} \cdot 0,9 = 2 + 0,3 = 2,3$

б)  $2,1 + 1,3\sqrt{\frac{81}{169}} = 2,1 + 1,3 \cdot \frac{9}{13} = 2,1 + 0,9 = 3$ .

в)  $(0,4\sqrt{5})^2 = 0,4^2 \cdot 5 = 0,16 \cdot 5 = 0,8$ .

**2.** а)  $\sqrt{225 \cdot 0,04} = \sqrt{225} \cdot \sqrt{0,04} = 15 \cdot 0,2 = 3$ .

$$б) \sqrt{28} \cdot \sqrt{63} = \sqrt{28 \cdot 63} = \sqrt{4 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 9} = 2 \cdot 7 \cdot 3 = 42.$$

$$в) \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{48}{3}} = \sqrt{16} = 4.$$

$$г) \sqrt{2^6 \cdot 7^2} = 2^3 \cdot 7 = 8 \cdot 7 = 56.$$

$$\boxed{3.} \text{ а) } x^2 = 0,09; \quad x = \pm\sqrt{0,09}; \quad x = \pm 0,3.$$

$$б) x^2 = 92; \quad x = \pm\sqrt{92}.$$

$$\boxed{4.} \text{ а) При } x \geq 0; \quad \frac{1}{7}x^2\sqrt{49x^6} = \frac{x^2}{7} \cdot 7|x^3| = x^2 \cdot x^3 = x^5.$$

$$б) \text{ При } y < 0;$$

$$-5y^6\sqrt{\frac{1}{81y^{10}}} = -5y^6 \cdot \frac{1}{9|y^5|} = \frac{-5y^6}{-9y^5} = \frac{5}{9}y.$$

$$\boxed{5.} \quad 7,4^2 = 54,76; \quad 7,5^2 = 56,25; \quad 7,4 < \sqrt{56} < 7,5.$$

$$\boxed{6.} \text{ При } y \geq 0 \text{ и } \sqrt{y} + 3 \neq 0; \quad y \in [0; +\infty).$$

#### К-4.

#### Вариант 1.

$$\boxed{1.} \text{ а) } 10\sqrt{3} - 4\sqrt{48} - \sqrt{75} = 10\sqrt{3} - 4\sqrt{16 \cdot 3} - \sqrt{25 \cdot 3} = \\ = 10\sqrt{3} - 4 \cdot 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3} - 16\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = \\ = (10 - 16 - 5)\sqrt{3} = -11\sqrt{3}.$$

$$б) (5\sqrt{2} - \sqrt{18})\sqrt{2} = (5\sqrt{2} - \sqrt{9 \cdot 2})\sqrt{2} = \\ = (5\sqrt{2} - 3\sqrt{2})\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot 2 = 4.$$

$$в) (3 - \sqrt{2})^2 = 9 - 6\sqrt{2} + 2 = 11 - 6\sqrt{2}.$$

$$\boxed{2.} \quad 7\sqrt{\frac{1}{7}} = \sqrt{49 \cdot \frac{1}{7}} = \sqrt{7}; \quad \frac{1}{2}\sqrt{20} = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot 20} = \sqrt{5}; \quad \sqrt{7} > \\ > \sqrt{5}, \text{ значит, } 7\sqrt{\frac{1}{7}} > \frac{1}{2}\sqrt{20}.$$

$$\boxed{3.} \text{ а) } \frac{6+\sqrt{6}}{\sqrt{30+\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} + \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6}(\sqrt{6}+1)}{\sqrt{5}(\sqrt{6}+1)} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}.$$

$$б) \frac{9-a}{3+\sqrt{a}} = \frac{(3-\sqrt{a})(3+\sqrt{a})}{3+\sqrt{a}} = 3 - \sqrt{a}.$$

$$4. \text{ а) } \frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2 \cdot 5} = \frac{\sqrt{5}}{10}.$$

$$\text{б) } \frac{8}{\sqrt{7}-1} = \frac{8(\sqrt{7}+1)}{(\sqrt{7}-1)(\sqrt{7}+1)} = \frac{8(\sqrt{7}+1)}{7-1} = \frac{8(\sqrt{7}+1)}{6} = \frac{4(\sqrt{7}+1)}{3}.$$

$$5. \frac{1}{2\sqrt{3}+1} - \frac{1}{2\sqrt{3}-1} = \frac{2\sqrt{3}-1-(2\sqrt{3}+1)}{(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1)} = \frac{2\sqrt{3}-1-2\sqrt{3}-1}{(2\sqrt{3})^2-1} =$$

$$= \frac{-2}{4 \cdot 3 - 1} = -\frac{2}{11} - \text{рациональное число.}$$

6.  $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{5}}{a-5} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{5}}{(\sqrt{a}+\sqrt{5})(\sqrt{a}-\sqrt{5})} = \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{5}}$ ; дробь  $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{5}}$  принимает наибольшее значение при наименьшем знаменателе, то есть при  $a = 0$ . Ответ: при  $a = 0$ .

### Вариант 2.

$$1. \text{ а) } 2\sqrt{2} + \sqrt{50} - \sqrt{98} = 2\sqrt{2} + \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{49 \cdot 2} = 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = 0$$

$$\text{б) } (3\sqrt{5} - \sqrt{20})\sqrt{5} = (3\sqrt{5} - \sqrt{4 \cdot 5})\sqrt{5} =$$

$$= (3\sqrt{5} - 2\sqrt{5})\sqrt{5} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5.$$

$$\text{в) } (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{3 \cdot 2} + 2 = 5 + 2\sqrt{6}.$$

$$2. \frac{1}{2}\sqrt{60} = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot 60} = \sqrt{15}; \quad 10\sqrt{\frac{1}{5}} = \sqrt{100 \cdot \frac{1}{5}} = \sqrt{20};$$

$$\sqrt{15} < \sqrt{20}, \text{ значит, } \frac{1}{2}\sqrt{60} < 10\sqrt{\frac{1}{5}}.$$

$$3. \text{ а) } \frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{10}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{5}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{2}(\sqrt{5}-1)} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{б) } \frac{b-4}{\sqrt{b}-2} = \frac{(\sqrt{b}-2)(\sqrt{b}+2)}{\sqrt{b}-2} = \sqrt{b} + 2.$$

$$4. \text{ а) } \frac{2}{3\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{3\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{3 \cdot 7} = \frac{2\sqrt{7}}{21}.$$

$$\text{б) } \frac{4}{\sqrt{11}+3} = \frac{4(\sqrt{11}-3)}{(\sqrt{11}+3)(\sqrt{11}-3)} = \frac{4(\sqrt{11}-3)}{\sqrt{11}^2-3^2} =$$

$$= \frac{4(\sqrt{11}-3)}{11-9} = \frac{4(\sqrt{11}-3)}{2} = 2(\sqrt{11}-3).$$

$$5. \frac{1}{1-3\sqrt{5}} + \frac{1}{1+3\sqrt{5}} = \frac{1+3\sqrt{5}+1-3\sqrt{5}}{(1-3\sqrt{5})(1+3\sqrt{5})} = \frac{2}{1^2-(3\sqrt{5})^2} = \frac{2}{1-9 \cdot 5} =$$

$$= \frac{2}{1-45} = \frac{2}{-44} = -\frac{1}{22} - \text{рациональное число.}$$

**6.**  $\frac{\sqrt{x}-2}{x-4} = \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ ; дробь  $\frac{1}{\sqrt{x}+2}$  принимает наибольшее значение при наименьшем знаменателе, то есть при  $x = 0$ . Ответ: при  $x = 0$ .

### Вариант 3.

**1.** а)  $6\sqrt{3} + \sqrt{27} - 3\sqrt{75} = 6\sqrt{3} + \sqrt{9 \cdot 3} - 3\sqrt{25 \cdot 3} = 6\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 3 \cdot 5\sqrt{3} = 9\sqrt{3} - 15\sqrt{3} = -6\sqrt{3}$ .

б)  $(\sqrt{50} - 2\sqrt{2})\sqrt{2} = (\sqrt{25 \cdot 2} - 2\sqrt{2})\sqrt{2} = (5\sqrt{2} - 2\sqrt{2})\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot 2 = 6$ .

в)  $(2 - \sqrt{3})^2 = 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3}$ .

**2.**  $\frac{1}{2}\sqrt{12} = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot 12} = \sqrt{3}$ ;  $\frac{1}{3}\sqrt{45} = \sqrt{\frac{1}{9} \cdot 45} = \sqrt{5}$ ;  
 $\sqrt{3} < \sqrt{5}$ , значит  $\frac{1}{2}\sqrt{12} < \frac{1}{3}\sqrt{45}$ .

**3.** а)  $\frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{5}-\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{5} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(1-\sqrt{3})}{\sqrt{5}(1-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ .

б)  $\frac{a-2\sqrt{a}}{3\sqrt{a}-6} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-2)}{3(\sqrt{a}-2)} = \frac{\sqrt{a}}{3}$ .

**4.** а)  $\frac{5}{3\sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{3\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{3 \cdot 10} = \frac{\sqrt{10}}{3 \cdot 2} = \frac{\sqrt{10}}{6}$ .

б)  $\frac{8}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = \frac{8(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})} = \frac{8(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{\sqrt{6}^2 - \sqrt{2}^2} = \frac{8(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{6-2} = \frac{8(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{4} = 2(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ .

**5.**  $\frac{1}{2\sqrt{7}-1} - \frac{1}{2\sqrt{7}+1} = \frac{2\sqrt{7}+1-(2\sqrt{7}-1)}{(2\sqrt{7}-1)(2\sqrt{7}+1)} = \frac{2\sqrt{7}+1-2\sqrt{7}+1}{4 \cdot 7 - 1} = \frac{2}{28-1} = \frac{2}{27}$  - рациональное число.

**6.**  $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{7}}{x-7} = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{7}}{(\sqrt{x}-\sqrt{7})(\sqrt{x}+\sqrt{7})} = \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{7}}$ ; дробь  $\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{7}}$  принимает наибольшее значение при наименьшем знаменателе, то есть при  $x = 0$ . Ответ: при  $x = 0$ .

### Вариант 4.

**1.** а)  $5\sqrt{2} + 2\sqrt{32} - \sqrt{98} = 5\sqrt{2} + 2\sqrt{16 \cdot 2} - \sqrt{49 \cdot 2} =$

$$= 5\sqrt{2} + 2 \cdot 4\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = 5\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = 6\sqrt{2}.$$

$$\begin{aligned} \text{б) } (4\sqrt{3} + \sqrt{27})\sqrt{3} &= (4\sqrt{3} + \sqrt{9 \cdot 3})\sqrt{3} = \\ &= (4\sqrt{3} + 3\sqrt{3})\sqrt{3} = 7\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 7 \cdot 3 = 21. \end{aligned}$$

$$\text{в) } (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 = 5 - 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} + 3 = 8 - 2\sqrt{15}.$$

$$\begin{aligned} \boxed{2.} \quad \frac{1}{2}\sqrt{28} &= \sqrt{\frac{1}{4} \cdot 28} = \sqrt{7}; \quad \frac{1}{3}\sqrt{54} = \sqrt{\frac{1}{9} \cdot 54} = \sqrt{6}; \\ \sqrt{7} &> \sqrt{6}, \text{ значит, } \frac{1}{2}\sqrt{28} > \frac{1}{3}\sqrt{54}. \end{aligned}$$

$$\boxed{3.} \quad \text{а) } \frac{\sqrt{10} + 5}{2 + \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2} + \sqrt{5})}{\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{5})} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{б) } \frac{x - 3\sqrt{x}}{2\sqrt{x} - 6} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)}{2(\sqrt{x} - 3)} = \frac{\sqrt{x}}{2}.$$

$$\boxed{4.} \quad \text{а) } \frac{7}{2\sqrt{21}} = \frac{7\sqrt{21}}{2\sqrt{21} \cdot \sqrt{21}} = \frac{7\sqrt{21}}{2 \cdot 21} = \frac{\sqrt{21}}{2 \cdot 3} = \frac{\sqrt{21}}{6}.$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{22}{\sqrt{13} - \sqrt{2}} &= \frac{22(\sqrt{13} + \sqrt{2})}{(\sqrt{13} - \sqrt{2})(\sqrt{13} + \sqrt{2})} = \frac{22(\sqrt{13} + \sqrt{2})}{13 - 2} = \\ &= \frac{22(\sqrt{13} + \sqrt{2})}{11} = 2(\sqrt{13} + \sqrt{2}). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boxed{5.} \quad \frac{1}{3 + \sqrt{15}} + \frac{1}{3 - \sqrt{15}} &= \frac{3 - \sqrt{15} + 3 + \sqrt{15}}{(3 + \sqrt{15})(3 - \sqrt{15})} = \frac{6}{3^2 - \sqrt{15}^2} = \\ &= \frac{6}{9 - 15} = \frac{6}{-6} = -1 - \text{рациональное число.} \end{aligned}$$

$$\boxed{6.} \quad \frac{\sqrt{p-1}}{p-1} = \frac{\sqrt{p-1}}{(\sqrt{p-1})(\sqrt{p+1})} = \frac{1}{\sqrt{p+1}}; \text{ дробь } \frac{1}{\sqrt{p+1}} \text{ принимает}$$

наибольшее значение при наименьшем знаменателе, то есть при  $p = 0$ . Ответ: при  $p = 0$ .

## К-5.

### Вариант 1.

$$\begin{aligned} \boxed{1.} \quad \text{а) } 2x^2 + 7x - 9 = 0; \quad D &= 7^2 + 4 \cdot 2 \cdot 9 = 49 + 72 = \\ &= 121; \quad x = \frac{-7 \pm 11}{4}; \quad x_1 = \frac{-7 + 11}{4} = 1, \quad x_2 = \frac{-7 - 11}{4} = \\ &= \frac{-18}{4} = -4,5. \end{aligned}$$

$$\text{б) } 3x^2 = 18x; \quad 3x^2 - 18x = 0; \quad 3x(x - 6) = 0; \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 6.$$

в)  $100x^2 - 16 = 0$ ;  $100x^2 = 16$ ;  $x^2 = \frac{16}{100}$ ;  $x = \pm 0,4$ .

г)  $x^2 - 16x + 63 = 0$ ;  $D = 16^2 - 4 \cdot 63 = 256 - 252 = 4$ ;  $x = \frac{16 \pm 2}{2} = 8 \pm 1$ ;  $x_1 = 7$ ,  $x_2 = 9$ .

**2.** Пусть одна сторона прямоугольника равняется  $x$  см, тогда вторая  $\frac{24}{x}$  см. Значит,  $2(x + \frac{24}{x}) = 20$ ;  $x + \frac{24}{x} = 10$ ;  $x^2 + 24 = 10x$ ;  $x^2 - 10x + 24 = 0$ ;  $D = 10^2 - 4 \cdot 24 = 100 - 96 = 4$ ;  $x = \frac{10 \pm 2}{2} = 5 \pm 1$ ;  $x_1 = 4$ ,  $\frac{24}{x_1} = 6$ ;  $x_2 = 6$ ,  $\frac{24}{x_2} = 4$ . Ответ: 4 и 6.

**3.**  $x_1 x_2 = -18$  и  $x_1 + x_2 = -p$  - по теореме Виета,  $x_2 = \frac{-18}{x_1} = \frac{-18}{-9} = 2$ ;  $p = -(x_1 + x_2) = -(-9 + 2) = -(-7) = 7$ . Ответ:  $x_2 = 2$ ;  $p = 7$ .

### Вариант 2.

**1.** а)  $3x^2 + 13x - 10 = 0$ ;  $D = 13^2 + 4 \cdot 3 \cdot 10 = 169 + 120 = 289$ ;  $x = \frac{-13 \pm 17}{6}$ ;  $x_1 = \frac{-13 - 17}{6} = \frac{-30}{6} = -5$ ,  $x_2 = \frac{-13 + 17}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ .

б)  $2x^2 - 3x = 0$ ;  $x(2x - 3) = 0$ ;  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = \frac{3}{2} = 1,5$ .

в)  $16x^2 = 49$ ;  $x^2 = \frac{49}{16}$ ;  $x = \pm \frac{7}{4}$ ;  $x = \pm 1\frac{3}{4}$ .

г)  $x^2 - 2x - 35 = 0$ ;  $D = 2^2 + 4 \cdot 35 = 4 + 140 = 144$ ;  $x = \frac{2 \pm 12}{2}$ ;  $x = 1 \pm 6$ ;  $x_1 = 7$ ,  $x_2 = -5$ .

**2.** Пусть одна сторона прямоугольника равняется  $x$  см, тогда вторая  $\frac{56}{x}$  см. Значит,  $2(x + \frac{56}{x}) = 30$ ;  $x + \frac{56}{x} = 15$ ;  $x^2 + 56 = 15x$ ;  $x^2 - 15x + 56 = 0$ ;  $D = 15^2 - 4 \cdot 56 = 225 - 224 = 1$ ;  $x = \frac{15 \pm 1}{2}$ ;  $x_1 = \frac{15 + 1}{2} = 8$ ,  $\frac{56}{x_1} = 7$ ;  $x_2 = \frac{15 - 1}{2} = 7$ ,  $\frac{56}{x_2} = 8$ . Ответ: 7 см и 8 см.

**3.**  $x_1 x_2 = q$  и  $x_1 + x_2 = -11$  - по теореме Виета,  $x_2 = -11 - x_1 = -11 + 7 = -4$ ;  $q = x_1 x_2 = (-7)(-4) = 28$ . Ответ:  $x_2 = -4$ ,  $q = 28$ .

### Вариант 3.

1. а)  $7x^2 - 9x + 2 = 0$ ;  $D = 9^2 - 4 \cdot 7 \cdot 2 = 81 - 56 = 25$ ;  $x = \frac{9 \pm 5}{14}$ ;  $x_1 = \frac{9+5}{14} = 1$ ,  $x_2 = \frac{9-5}{14} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$ .  
 б)  $5x^2 = 12x$ ;  $5x^2 - 12x = 0$ ;  $x(5x - 12) = 0$ ;  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = \frac{12}{5} = 2,4$ .  
 в)  $7x^2 - 28 = 0$ ;  $7x^2 = 28$ ;  $x^2 = 4$ ;  $x = \pm 2$ .  
 г)  $x^2 + 20x + 91 = 0$ ;  $D = 20^2 - 4 \cdot 91 = 400 - 364 = 36$ ;  $x = \frac{-20 \pm 6}{2} = -10 \pm 3$ ;  $x_1 = -13$ ,  $x_2 = -7$ .

2. Пусть одна сторона прямоугольника равняется  $x$  см, тогда вторая  $\frac{36}{x}$  см. Значит,  $2(x + \frac{36}{x}) = 26$ ;  $x + \frac{36}{x} = 13$ ;  $x^2 + 36 = 13x$ ;  $x^2 - 13x + 36 = 0$ ;  $D = 13^2 - 4 \cdot 36 = 169 - 144 = 25$ ;  $x = \frac{13 \pm 5}{2}$ ;  $x_1 = \frac{13+5}{2} = 9$ ,  $\frac{36}{x_1} = \frac{36}{9} = 4$ ;  $x_2 = \frac{13-5}{2} = 4$ ,  $\frac{36}{x_2} = \frac{36}{4} = 9$ . Ответ: 4 см и 9 см.

3.  $x_1 x_2 = 56$  и  $x_1 + x_2 = -p$  - по теореме Виета,  $x_2 = \frac{56}{x_1} = \frac{56}{-4} = -14$ ;  $p = -(x_1 + x_2) = -(-4 - 14) = -(-18) = 18$ . Ответ:  $x_2 = -14$ ;  $p = 18$ .

### Вариант 4.

1. а)  $9x^2 - 7x - 2 = 0$ ;  $D = 7^2 + 4 \cdot 9 \cdot 2 = 49 + 72 = 121$ ;  $x = \frac{7 \pm 11}{18}$ ;  $x_1 = \frac{7+11}{18} = 1$ ,  $x_2 = \frac{7-11}{18} = -\frac{4}{18} = -\frac{2}{9}$ .  
 б)  $4x^2 - x = 0$ ;  $x(4x - 1) = 0$ ;  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = \frac{1}{4}$ .  
 в)  $5x^2 = 45$ ;  $x^2 = 9$ ;  $x = \pm 3$ .  
 г)  $x^2 + 18x - 63 = 0$ ;  $D_1 = 9^2 + 63 = 81 + 63 = 144$ ;  $x = -9 \pm 12$ ;  $x_1 = -21$ ,  $x_2 = 3$ .

2. Пусть одна сторона прямоугольника равняется  $x$  см, тогда вторая  $\frac{24}{x}$  см. Значит,  $2(x + \frac{24}{x}) = 22$ ;  $x + \frac{24}{x} = 11$ ;  $x^2 + 24 = 11x$ ;  $x^2 - 11x + 24 = 0$ ;  $D = 11^2 - 4 \cdot 24 = 121 - 96 = 25$ ;  $x = \frac{11 \pm 5}{2}$ ;  $x_1 = \frac{11+5}{2} = 8$ ,  $\frac{24}{x_1} = \frac{24}{8} = 3$ ;  $x_2 = \frac{11-5}{2} = 3$ ,  $\frac{24}{x_2} = \frac{24}{3} = 8$ . Ответ: 3 см и 8 см.

**3.**  $x_1x_2 = q$  и  $x_1 + x_2 = 7$  - по теореме Виета,  $x_2 = 7 - x_1 = 7 - 13 = -6$ ;  $q = x_1x_2 = 13 \cdot (-6) = -78$ . Ответ:  $x_2 = -6$ ,  $q = -78$ .

## К-6.

### Вариант 1.

**1.** а)  $\frac{x^2}{x^2-9} = \frac{12-x}{x^2-9}$ ;  $\frac{x^2}{x^2-9} - \frac{12-x}{x^2-9} = 0$ ;  $\frac{x^2+x-12}{x^2-9} = 0$ ;  
ОДЗ:  $x \neq \pm 3$ ;  $x^2 + x - 12 = 0$ ;  $D = 1 + 4 \cdot 12 = 1 + 48 = 49$ ;  
 $x = \frac{-1 \pm 7}{2}$ ;  $x_1 = \frac{-1-7}{2} = -4$ ;  $x_2 = \frac{-1+7}{2} = 3$  - не подходит, так как знаменатель обращается в 0. Ответ:  $x = -4$ .

б)  $\frac{6}{x-2} + \frac{5}{x} = 3$ ;  $\frac{6x}{x(x-2)} + \frac{5(x-2)}{x(x-2)} - \frac{3x(x-2)}{x(x-2)} = 0$ ;  
 $\frac{6x+5x-10-3x^2+6x}{x(x-2)} = 0$ ;  $\frac{-3x^2+17x-10}{x(x-2)} = 0$ ; ОДЗ:  $x \neq 0$  и  $x \neq 2$ ;  
 $-3x^2 + 17x - 10 = 0$ ;  $3x^2 - 17x + 10 = 0$ ;  $D = 17^2 - 4 \cdot 3 \cdot 10 = 289 - 120 = 169$ ;  
 $x = \frac{17 \pm 13}{6}$ ;  $x_1 = \frac{17+13}{6} = \frac{30}{6} = 5$ ,  $x_2 = \frac{17-13}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ . Ответ:  $x_1 = 5$ ,  $x_2 = \frac{2}{3}$ .

**2.**  $10 = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$ . Пусть  $v$  - скорость велосипедиста из А в В, тогда,  $\frac{27}{v} = \frac{20}{v-3} + \frac{1}{6}$ ;  $\frac{27 \cdot 6(v-3)}{6v(v-3)} = \frac{20 \cdot 6 \cdot v + v(v-3)}{6v(v-3)}$   
 $\begin{cases} 162v - 486 = 120v + v^2 - 3v \\ 6v(v-3) \neq 0 \end{cases}$ ;  
 $\begin{cases} v^2 - 45v + 486 = 0 \\ v \neq 0; v \neq 3 \end{cases}$ ;  $D = 45^2 - 4 \cdot 486 = 2025 - 1944 = 81$ ;  
 $\begin{cases} v = \frac{45 \pm 9}{2} \\ v \neq 0; v \neq 3 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} v = 18; \\ v \neq 0; v \neq 3 \end{cases}$ ;  $v = 27$ ;  $v = 18$   
и  $v = 27$ . Ответ: 18 или 27.

### Вариант 2.

**1.** а)  $\frac{3x+4}{x^2-16} = \frac{x^2}{x^2-16}$ ;  $\frac{x^2-3x-4}{x^2-16} = 0$ ; ОДЗ:  $x \neq \pm 4$ ;  $x^2 - 3x - 4 = 0$ ;  $D = 3^2 + 4 \cdot 4 = 9 + 16 = 25$ ;  $x =$

$= \frac{3+5}{2}$ ;  $x_1 = \frac{3-5}{2} = -1$ ,  $x_2 = \frac{3+5}{2} = 4$  - не подходит, так как знаменатель обращается в 0. Ответ:  $x = -1$ .

б)  $\frac{3}{x-5} + \frac{8}{x} = 2$ ;  $\frac{3x}{x(x-5)} + \frac{8(x-5)}{x(x-5)} - \frac{2x(x-5)}{x(x-5)} = 0$ ;

$\frac{3x+8x-40-2x^2+10x}{x(x-5)} = 0$ ;  $\frac{-2x^2+21x-40}{x(x-5)} = 0$ ; ОДЗ:  $x \neq 0$ ,  $x \neq 5$ ;  $-2x^2+21x-40 = 0$ ;  $2x^2-21x+40 = 0$ ;  $D = 21^2 - 4 \cdot 2 \cdot 40 = 441 - 320 = 121$ ;  $x = \frac{21 \pm 11}{4}$ ;  $x_1 = \frac{21+11}{4} = \frac{32}{4} = 8$ ,  $x_2 = \frac{21-11}{4} = \frac{10}{4} = 2,5$ . Ответ:  $x_1 = 8$ ,  $x_2 = 2,5$ .

**2.** Пусть  $v$  - собственная скорость катера, тогда  $\frac{12}{v-3} + \frac{5}{v+3} = \frac{18}{v}$ ;  $\frac{12v(v+3)+5v(v-3)}{v(v-3)(v+3)} = \frac{18(v-3)(v+3)}{v(v-3)(v+3)}$ ;  
 $\frac{12v^2+36v+5v^2-15v-18v^2+162}{v(v^2-9)} = 0$ ;  $\frac{-v^2+21v+162}{v(v^2-9)} = 0$ ;

$\begin{cases} v^2 - 21v - 162 = 0 \\ v(v^2 - 9) \neq 0 \end{cases}$ ;  $D = 21^2 + 4 \cdot 162 = 441 + 648 =$

$= 1089$ ;  $\begin{cases} v = \frac{21 \pm 33}{2} \\ v \neq 0; v \neq \pm 3 \end{cases}$ ;  $v = 27$ , так как  $v > 0$ . Ответ: 27.

### Вариант 3.

**1.** а)  $\frac{x^2}{x^2-1} = \frac{4x+5}{x^2-1}$ ;  $\frac{x^2-4x-5}{x^2-1} = 0$ ; ОДЗ:  $x \neq \pm 1$ .  $x^2 - 4x - 5 = 0$ ;  $D_1 = 2^2 + 5 = 9$ ;  $x = 2 \pm 3$ ;  $x_1 = 5$ ,  $x_2 = -1$  - не подходит, так как знаменатель обращается в 0. Ответ:  $x = 5$ .

б)  $\frac{5}{x-3} - \frac{8}{x} = 3$ ;  $\frac{5x-8(x-3)}{x(x-3)} = \frac{3x(x-3)}{x(x-3)}$ ;  $\frac{3x^2-9x-5x+8x-24}{x(x-3)} = 0$ ;  $\frac{3x^2-6x-24}{x(x-3)} = 0$ ; ОДЗ:  $x \neq 0$ ,  $x \neq 3$ .  $3x^2 - 6x - 24 = 0$ ;  $x^2 - 2x - 8 = 0$ ;  $D_1 = 1 + 8 = 9$ ;  $x = 1 \pm 3$ ;  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = -2$ . Ответ:  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = -2$ .

**2.** Пусть  $v$  - скорость велосипедиста из  $A$  в  $B$ , тогда,  $\frac{48}{v} = \frac{40}{v+4} + 1$ ;  $\frac{48(v+4)}{v(v+4)} = \frac{40v}{v(v+4)} + \frac{v(v+4)}{v(v+4)}$ ;  $\frac{48v+192}{v(v+4)} = \frac{40v+v^2+4v}{v(v+4)}$ ;  $\frac{v^2-4v-192}{v(v+4)} = 0$ ;

$\begin{cases} v^2 - 4v - 192 = 0 \\ v \neq 0; v \neq -4 \end{cases}$ ;  $D_1 = 2^2 + 192 = 196$ ;  $v = 2 \pm 14$ ;

так как  $v > 0$ ,  $v = 16$ . Ответ: 16 .

### Вариант 4.

1. а)  $\frac{5x+14}{x^2-4} = \frac{x^2}{x^2-4}$ ;  $\frac{x^2-5x-14}{x^2-4} = 0$ ; ОДЗ:  $x \neq \pm 2$ .  $x^2 - 5x - 14 = 0$ ;  $D = 5^2 + 4 \cdot 14 = 25 + 56 = 81$ ;  $x = \frac{5 \pm 9}{2}$ ;  $x_1 = \frac{5+9}{2} = 7$ ,  $x_2 = \frac{5-9}{2} = -2$  - не подходит, так как знаменатель обращается в 0. Ответ:  $x = 7$ .

б)  $\frac{8}{x-3} - \frac{10}{x} = 2$ ;  $\frac{8x-10(x-3)}{x(x-3)} = \frac{2x(x-3)}{x(x-3)}$ ;  $\frac{8x-10x+30}{x(x-3)} = \frac{2x^2-6x}{x(x-3)}$ ;  $\frac{2x^2-6x-8x+30}{x(x-3)} = 0$ ;  $\frac{2x^2-4x-30}{x(x-3)} = 0$ ; ОДЗ:  $x \neq 0$ ,  $x \neq 3$ .  $2x^2 - 4x - 30 = 0$ ;  $x^2 - 2x - 15 = 0$ ;  $D_1 = 1^2 + 15 = 16$ ;  $x = 1 \pm 4$ ;  $x_1 = 5$ ,  $x_2 = -3$ . Ответ:  $x_1 = 5$ ,  $x_2 = -3$ .

2. Пусть  $v$  - собственная скорость катера, тогда  $\frac{15}{v-2} + \frac{6}{v+2} = \frac{22}{v}$ ;  $\frac{15v(v+2)}{v(v-2)(v+2)} + \frac{6v(v-2)}{v(v-2)(v+2)} = \frac{22(v-2)(v+2)}{v(v-2)(v+2)}$ ;  
 $\frac{15v^2+30v+6v^2-12v}{v(v^2-4)} = \frac{22v^2-88}{v(v^2-4)}$ ;  $\frac{45v^2+18v-22v^2+88}{v(v^2-4)} = 0$ ;  
 $\begin{cases} -v^2 + 18v + 88 = 0 \\ v \neq 0; v \neq \pm 2 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} v^2 - 18v - 88 = 0 \\ v \neq 0; v \neq \pm 2 \end{cases}$ ;  $D_1 = 9^2 + 88 = 81 + 88 = 169$ ;  $\begin{cases} v = 9 \pm 13 \\ v \neq 0; v \neq \pm 2 \end{cases}$ ; так как  $v > 0$ ,  $v = 9 + 13 = 22$ . Ответ: 22 .

### К-7.

#### Вариант 1.

1. а)  $(x-2)^2 - x(x-4) = x^2 - 4x + 4 - x^2 + 4x = 4 > 0$ , значит  $(x-2)^2 > x(x-4)$ .

б)  $a^2 + 1 - 2(3a-4) = a^2 + 1 - 6a + 8 = a^2 - 6a + 9 = (a-3)^2 \geq 0$ , значит  $a^2 + 1 \geq 2(3a-4)$ .

2. При  $a < b$ .

а)  $21a < 21b$ .

б)  $-3,2a > -3,2b$ .

в)  $1,5b > 1,5a$ .

**3.**  $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$ .

а)  $2 \cdot 2,6 < 2\sqrt{7} < 2 \cdot 2,7$ ;  $5,2 < 2\sqrt{7} < 5,4$ .

б)  $-2,7 < -\sqrt{7} < -2,6$ .

**4.**  $P = 2(a + b)$ ;  $S = ab$ ;  $2,6 + 1,2 < a + b < 2,7 + 1,3$ ;  $3,8 < a + b < 4$ ;  $2 \cdot 3,8 < P < 2 \cdot 4$ ;  $7,6 < P < 8$ ;  $2,6 \cdot 1,2 < S < 2,7 \cdot 1,3$ ;  $3,12 < S < 3,51$ . Ответ:  $7,6 < P < 8$ ,  $3,12 < S < 3,51$ .

**5.**  $(2 + a)(5 + a) - (3 + a)(4 + a) = 10 + 7a + a^2 - 12 - 7a - a^2 = -2 < 0$ , значит,  $(2 + a)(5 + a) < (3 + a)(4 + a)$ .

## Вариант 2.

**1.** а)  $(x + 7)^2 - x(x + 14) = x^2 + 14x + 49 - x^2 - 14x = 49 > 0$ , значит,  $(x + 7)^2 > x(x + 14)$ .

б)  $b^2 + 5 - 10(b - 2) = b^2 + 5 - 10b + 20 = b^2 - 10b + 25 = (b - 5)^2 \geq 0$ , значит,  $b^2 + 5 \geq 10(b - 2)$ .

**2.** При  $a > b$ .

а)  $18a > 18b$ .

б)  $-6,7a < -6,7b$ .

в)  $-3,7b > -3,7a$ .

**3.**  $3,1 < \sqrt{10} < 3,2$ .

а)  $3 \cdot 3,1 < 3\sqrt{10} < 3 \cdot 3,2$ ;  $9,3 < 3\sqrt{10} < 9,6$ .

б)  $-3,2 < -\sqrt{10} < -3,1$ .

**4.**  $P = 2(a + b)$ ;  $S = ab$ ;  $1,5 + 3,2 < a + b < 1,6 + 3,3$ ;  $4,7 < a + b < 4,9$ ;  $2 \cdot 4,7 < P < 2 \cdot 4,9$ ;  $9,4 < P < 9,8$ ;  $1,5 \cdot 3,2 < S < 1,6 \cdot 3,3$ ;  $4,8 < S < 5,28$ . Ответ:  $9,4 < P < 9,8$ ,  $4,8 < S < 5,28$ .

**5.**  $n; n + 1; n + 2; n + 3$  – четыре последовательных натуральных числа,  $n(n + 3) - (n + 1)(n + 2) = n^2 + 3n - (n^2 + 3n + 2) = n^2 + 3n - n^2 - 3n - 2 = -2 < 0$ , значит,  $n(n + 3) < (n + 1)(n + 2)$ .

### Вариант 3.

**1.**

а)  $(x - 3)^2 - x(x - 6) = x^2 - 6x + 9 - x^2 + 6x = 9 > 0$ , значит,  $(x - 3)^2 > x(x - 6)$ .

б)  $y^2 + 1 - 2(5y - 12) = y^2 + 1 - 10y + 24 = y^2 - 10y + 25 = (y - 5)^2 \geq 0$ , значит,  $y^2 + 1 \geq 2(5y - 12)$ .

**2.** При  $x < y$ .

а)  $8x < 8y$ .

б)  $-1,4x > -1,4y$ .

в)  $-5,6y < -5,6x$ .

**3.**  $3,6 < \sqrt{13} < 3,7$ .

а)  $3 \cdot 3,6 < 3\sqrt{13} < 3 \cdot 3,7$ ;  $10,8 < 3\sqrt{13} < 11,1$ .

б)  $-2 \cdot 3,7 < -2\sqrt{13} < -2 \cdot 3,6$ ;  $-7,4 < -2\sqrt{13} < -7,2$ .

**4.**  $P = 2(a + b)$ ;  $S = ab$ ;  $1,1 + 1,5 < a + b < 1,2 + 1,6$ ;  $2,6 < a + b < 2,8$ ;  $2 \cdot 2,6 < P < 2 \cdot 2,8$ ;  $5,2 < P < 5,6$ ;  $1,1 \cdot 1,5 < S < 1,2 \cdot 1,6$ ;  $1,65 < S < 1,92$ .  
 Ответ:  $5,2 < P < 5,6$ ,  $1,65 < S < 1,92$ .

**5.**  $n - 1$ ;  $n$ ;  $n + 1$  – три последовательных натуральных числа.  $n^2 - (n - 1)(n + 1) = n^2 - (n^2 - 1) = n^2 - n^2 + 1 = 1 > 0$ , значит,  $n^2 > (n - 1)(n + 1)$ .

### Вариант 4.

**1.** а)  $(x + 1)^2 - x(x + 2) = x^2 + 2x + 1 - (x^2 + 2x) = x^2 + 2x + 1 - x^2 - 2x = 1 > 0$ , значит,  $(x + 1)^2 > x(x + 2)$ .

б)  $a^2 + 1 - 2(3a - 4) = a^2 + 1 - 6a + 8 = a^2 - 6a + 9 =$

$$= (a - 3)^2 \geq 0, \text{ значит, } a^2 + 1 \geq 2(3a - 4).$$

**2.** При  $x > y$ .

а)  $13x > 13y$ .

б)  $-5,1x < -5,1y$ .

в)  $2,6y < 2,6x$ .

**3.**  $3,3 < \sqrt{11} < 3,4$ .

а)  $5 \cdot 3,3 < 5\sqrt{11} < 5 \cdot 3,4$ ;  $16,5 < 5\sqrt{11} < 17$ .

б)  $-2 \cdot 3,4 < -2\sqrt{11} < -2 \cdot 3,3$ ;  $-6,8 < -2\sqrt{11} < -6,6$ .

**4.**  $P = 2(a + b)$ ;  $S = ab$ ;  $4,6 + 6,1 < a + b < 4,7 + 6,2$ ;  $10,7 < a + b < 10,9$ ;  $2 \cdot 10,7 < P < 2 \cdot 10,9$ ;  $21,4 < P < 21,8$ ;  $4,6 \cdot 6,1 < S < 4,7 \cdot 6,2$ ;  $28,06 < S < 29,14$ .  
 Ответ:  $21,4 < P < 21,8$ ,  $28,06 < S < 29,14$ .

**5.**  $(5 + m)(4 + m) - (6 + m)(3 + m) = 20 + 9m + m^2 - (18 + 9m + m^2) = 20 + 9m + m^2 - 18 - 9m - m^2 = 2 > 0$ ,  
 значит,  $(5 + m)(4 + m) > (6 + m)(3 + m)$ .

## К-8.

### Вариант 1.

**1.** а)  $\frac{1}{6}x < 5$ ;  $6 \cdot \frac{1}{6}x < 6 \cdot 5$ ;  $x < 30$ .

б)  $1 - 3x \leq 0$ ;  $3x \geq 0$ ;  $x \geq \frac{1}{3}$ .

в)  $5(y - 1,2) - 4,6 > 3y + 1$ ;  $5y - 6 - 4,6 > 3y + 1$ ;  $5y - 3y > 6 + 4,6 + 1$ ;  $2y > 11,6$ ;  $y > 5,8$ .

**2.** При  $\frac{7+a}{3} < \frac{12-a}{2}$ ;  $6 \cdot \frac{7+a}{3} < 6 \cdot \frac{12-a}{2}$ ;  $2(7+a) < 3(12-a)$ ;  $14 + 2a < 36 - 3a$ ;  $2a + 3a < 36 - 14$ ;  $5a < 22$ ;  $a < 4,4$ .

**3.** а)  $\begin{cases} 2x - 3 > 0 \\ 7x + 4 > 0 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} 2x > 3 \\ 7x > -4 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} x > 1,5 \\ x > -\frac{4}{7} \end{cases}$ ;  
 $x > 1,5$ .

$$6) \begin{cases} 3 - 2x < 1 \\ 1,6 + x < 2,9 \end{cases}; \quad \begin{cases} 2x > 2 \\ x < 1,3 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > 1 \\ x < 1,3 \end{cases}; \\ 1 < x < 1,3.$$

$$4. \begin{cases} 6 - 2x < 3(x - 1) \\ 6 - \frac{x}{2} \geq x \end{cases}; \quad \begin{cases} 6 - 2x < 3x - 3 \\ 12 - x \geq 2x \end{cases}; \\ \begin{cases} 5x > 9 \\ 3x \leq 12 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > 1,8 \\ x \leq 4 \end{cases}; \quad 1,8 < x < 4; \text{ Ответ: } 2; 3; 4.$$

$$5. \text{ При } \begin{cases} 3x - 2 \geq 0 \\ 6 - x \geq 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} 3x \geq 2 \\ x \leq 6 \end{cases}; \quad \begin{cases} x \geq \frac{2}{3} \\ x \leq 6 \end{cases}; \quad \frac{2}{3} \leq x \leq 6; \quad x \in [2\frac{2}{3}; 6].$$

$$6. \quad 3x - 7 < \frac{a}{3}; \quad 3x < 7 + \frac{a}{3}; \quad x < \frac{7}{3} + \frac{a}{9}; \quad x \in (-\infty; 4) \\ \text{при } \frac{7}{3} + \frac{a}{9} = 4; \quad 21 + a = 36; \quad a = 36 - 21; \quad a = 15. \\ \text{Ответ: } a = 15.$$

## Вариант 2.

$$1. \text{ а) } \frac{1}{3}x \geq 2; \quad x \geq 6.$$

$$6) \quad 2 - 7x > 0; \quad 7x < 2; \quad x < \frac{2}{7}.$$

$$в) \quad 6(y - 1,5) - 3,4 > 4y - 2,4; \quad 6y - 9 - 3,4 > 4y - 2,4; \quad 6y - 4y > 9 + 3,4 - 2,4; \quad 2y > 10; \quad y > 5.$$

$$2. \text{ При } \frac{b+4}{2} > \frac{5-2b}{3}; \quad 3(b+4) > 2(5-2b); \quad 3b+12 > 10-4b; \quad 3b+4b > 10-12; \quad 7b > -2; \quad b > -\frac{2}{7}.$$

$$3. \text{ а) } \begin{cases} 4x - 10 > 10 \\ 3x - 5 > 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} 4x > 20 \\ 3x > 6 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > 5 \\ x > 2 \end{cases}; \\ x > 5.$$

$$6) \begin{cases} 1,4 + x > 1,5 \\ 5 - 2x > 2 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > 0,1 \\ 2x < 3 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > 0,1 \\ x < 1,5 \end{cases}; \\ 0,1 < x < 1,5.$$

$$4. \begin{cases} 10 - 4x \geq 3(1 - x) \\ 3,5 + \frac{x}{4} < 2x \end{cases}; \quad \begin{cases} 10 - 4x \geq 3 - 3x \\ 14 + x < 8x \end{cases};$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \leq 7 \\ 7x > 14 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x \leq 7 \\ x > 2 \end{array} \right. ; 2 < x < 7. \text{ Ответ: } 3; 4; 5; 6; 7.$$

$$\boxed{5.} \text{ При } \left\{ \begin{array}{l} 5a - 1 \geq 0 \\ a + 8 \geq 0 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} 5a \geq 1 \\ a \geq -8 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} a \geq 0, 2 \\ a \geq -8 \end{array} \right. ; \\ a \geq 0, 2.$$

$$\boxed{6.} 4x + 6 > \frac{b}{5}; \quad 4x > \frac{b}{5} - 6; \quad x > \frac{b}{20} - \frac{3}{2}; \quad x \in (3; +\infty), 3 \\ \text{при } \frac{b}{20} - \frac{3}{2} = 3; \quad b - 30 = 60; \quad b = 90. \text{ Ответ: } b = 90.$$

### Вариант 3.

$$\boxed{1.} \text{ а) } \frac{1}{4}x > 1; \quad 4 \cdot \frac{1}{4}x > 1 \cdot 4; \quad x > 4.$$

$$\text{б) } 1 - 6x \geq 0; \quad 6x \leq 1; \quad x \leq \frac{1}{6}.$$

$$\text{в) } 5(y - 1, 4) - 6 < 4y - 1, 5; \quad 5y - 7 - 6 < 4y - 1, 5; \quad 5y - 4y < 13 - 1, 5; \quad y < 11, 5.$$

$$\boxed{2.} \text{ При } \frac{m+1}{3} < m - 6; \quad m + 1 < 3(m - 6); \quad m + 1 < 3m - 18; \quad 2m > 19; \quad m > 9, 5.$$

$$\boxed{3.} \text{ а) } \left\{ \begin{array}{l} 3x - 9 < 0 \\ 5x + 2 > 0 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} 3x < 9 \\ 5x > -2 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x < 3 \\ x > -0, 4 \end{array} \right. ; \\ -0, 4 < x < 3.$$

$$\text{б) } \left\{ \begin{array}{l} 15 - x < 14 \\ 4 - 2x < 5 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x > 15 - 14 \\ 2x > -1 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x > 1 \\ x > -0, 5 \end{array} \right. ; \\ x > 1.$$

$$\boxed{4.} \left\{ \begin{array}{l} 5(1 - 2x) < 2x - 4 \\ 2, 5 + \frac{x}{2} \geq x \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} 5 - 10x < 2x - 4 \\ 5 + x \geq 2x \end{array} \right. ; \\ \left\{ \begin{array}{l} 12x > 9 \\ x \leq 5 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x > \frac{3}{4} \\ x \leq 5 \end{array} \right. ; \quad \frac{3}{4} < x < 5. \text{ Ответ: } 1; 2; 3; 4; 5.$$

$$\boxed{5.} \text{ При } \left\{ \begin{array}{l} 12 - 3a \geq 0 \\ a + 2 \geq 0 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} 3a \leq 12 \\ a \geq -2 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} a \leq 4 \\ a \geq -2 \end{array} \right. ; \\ -2 \leq a \leq 4.$$

$$\boxed{6.} 5x - 1 < \frac{a}{4}; \quad 5x < 1 + \frac{a}{4}; \quad x < \frac{1}{5} + \frac{a}{20}; \quad x \in (-\infty; 2); \\ \text{при } \frac{1}{5} + \frac{a}{20} = 2; \quad 4 + a = 40; \quad a = 36. \text{ Ответ: } a = 36.$$

### Вариант 4.

1. а)  $\frac{1}{8}x \leq 2$ ;  $x \leq 8 \cdot 2$ ;  $x \leq 16$ .

б)  $2 - 5x < 0$ ;  $5x > 2$ ;  $x > 0,4$ .

в)  $3(x - 1,5) - 4 < 4x + 1,5$ ;  $3x - 4,5 - 4 < 4x + 1,5$ ;  $4x - 3x > -8,5 - 1,5$ ;  $x > -10$ .

2. При  $a + 6 < \frac{a+2}{4}$ ;  $4a + 24 < a + 2$ ;  $3a < -22$ ;  $a < -7\frac{1}{3}$ .

3. а)  $\begin{cases} 6x - 12 > 0 \\ 2x - 3 > 0 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} 6x > 12 \\ 2x > 3 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} x > 2 \\ x > 1,5 \end{cases}$ ;  
 $x > 2$ .

б)  $\begin{cases} 26 - x < 25 \\ 2x + 7 < 13 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} x > 26 - 25 \\ 2x < 13 - 7 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} x > 1 \\ 2x < 6 \end{cases}$ ;  
 $\begin{cases} x > 1 \\ x < 3 \end{cases}$ ;  $1 < x < 3$ .

4.  $\begin{cases} 1 - 5x < 4(1 - x) \\ 3,5 + \frac{x}{4} \geq 2x \end{cases}$ ;  $\begin{cases} 1 - 5x < 4 - 4x \\ 14 + x \geq 8x \end{cases}$ ;  
 $\begin{cases} 5x - 4x > 1 - 4 \\ 7x \leq 14 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} x > -3 \\ x \leq 2 \end{cases}$ ;  $-3 < x \leq 2$ .

Ответ: -2; -1; 0; 1; 2.

5. При  $\begin{cases} 15 - 5m \geq 0 \\ 4 + m \geq 0 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} 5m \leq 15 \\ m \geq -4 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} m \leq 3 \\ m \geq -4 \end{cases}$ ;  
 $-4 \leq m \leq 3$ .

6.  $6x + 11 > \frac{b}{4}$ ;  $6x > \frac{b}{4} - 11$ ;  $x > \frac{b}{24} - \frac{11}{6}$ ;  $x \in (1; +\infty)$ ,  
при  $\frac{b}{24} - \frac{11}{6} = 1$ ;  $b - 44 = 24$ ;  $b = 68$ . Ответ:  $b = 68$ .

### К-9.

### Вариант 1.

1. а)  $4^{11} \cdot 4^{-9} = 4^{11-9} = 4^2 = 16$ .

$$6) 6^{-5} : 6^{-3} = 6^{-5-(-3)} = 6^{-5+3} = 6^{-2} = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{36}.$$

$$в) (2^{-2})^3 = 2^{-2 \cdot 3} = 2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}.$$

$$\boxed{2.} \text{ а) } (x^{-3})^4 \cdot x^{14} = x^{-3 \cdot 4} \cdot x^{14} = x^{-12} \cdot x^{14} = x^{-12+14} = x^2.$$

$$б) 1,5a^2b^{-3} \cdot 4a^{-3}b^4 = (1,5 \cdot 4) \cdot a^{2-3} \cdot b^{-3+4} = 6 \cdot a^{-1}b = \frac{6b}{a}.$$

$$\boxed{3.} \text{ а) } \left(\frac{1}{3}x^{-1}y^2\right)^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot x^{-1 \cdot (-2)} \cdot y^{2 \cdot (-2)} = 3^2 \cdot x^2 \cdot y^{-4} = \frac{9x^2}{y^4}.$$

$$б) \left(\frac{3x^{-1}}{4y^{-3}}\right)^{-1} \cdot 6xy^2 = \frac{4x}{3y^3} \cdot 6xy^2 = \frac{8x^2}{y}.$$

$$\boxed{4.} \frac{3^{-9} \cdot 9^{-4}}{27^{-6}} = \frac{3^{-9} \cdot (3^2)^{-4}}{(3^3)^{-6}} = \frac{3^{-9} \cdot 3^{-8}}{3^{-18}} = 3^{-9-8-(-18)} = 3^{-17+18} = 3.$$

$$\boxed{5.} (4,6 \cdot 10^4) \cdot (2,5 \cdot 10^{-6}) = (4,6 \cdot 2,5) \cdot (10^4 \cdot 10^{-6}) = 11,5 \cdot 10^{-2} = 1,15 \cdot 10^{-1}.$$

$$\boxed{6.} (a^{-1} + b^{-1})(a + b)^{-1} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \cdot \frac{1}{a+b} = \frac{b+a}{ab} \cdot \frac{1}{a+b} = \frac{1}{ab}.$$

## Вариант 2.

$$\boxed{1.} \text{ а) } 5^{-4} \cdot 5^2 = 5^{-4+2} = 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}.$$

$$б) 12^{-3} : 12^{-4} = 12^{-3-(-4)} = 12^{-3+4} = 12.$$

$$в) (3^{-1})^{-3} = 3^{-1 \cdot (-3)} = 3^3 = 27.$$

$$\boxed{2.} \text{ а) } (a^{-5})^4 \cdot a^{22} = a^{-5 \cdot 4} \cdot a^{22} = a^{-20} \cdot a^{22} = a^2.$$

$$б) 0,4x^6y^{-8} \cdot 50x^{-5}y^9 = (0,4 \cdot 50) \cdot x^{6-5} \cdot y^{-8+9} = 20xy.$$

$$\boxed{3.} \text{ а) } \left(\frac{1}{6}x^{-4}y^3\right)^{-1} = 6x^4y^{-3} = \frac{6x^4}{y^3}.$$

$$б) \left(\frac{3a^{-4}}{2b^{-3}}\right)^{-2} \cdot 10a^7b^3 = \frac{2^2 \cdot a^{-4 \cdot (-2)}}{3^2 \cdot b^{-3 \cdot (-2)}} \cdot 10a^7b^3 = \frac{4a^8}{9b^6} \cdot 10a^7b^3 = \frac{40a^{15}}{9b^3}.$$

$$\boxed{4.} \frac{2^{-6} \cdot 4^{-3}}{8^{-7}} = \frac{2^{-6} \cdot (2^2)^{-3}}{(2^3)^{-7}} = \frac{2^{-6} \cdot 2^{-6}}{2^{-21}} = 2^{-6-6-(-21)} = 2^9 = 512.$$

$$\boxed{5.} \quad (3,5 \cdot 10^{-5}) \cdot (6,4 \cdot 10^2) = (3,5 \cdot 6,4) \cdot (10^{-5} \cdot 10^2) = 22,4 \cdot 10^{-3} = 2,24 \cdot 10^{-2}.$$

$$\boxed{6.} \quad (x^{-1} - y^{-1})(x - y)^{-1} = \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \cdot \frac{1}{x-y} = \frac{y-x}{xy} \cdot \frac{1}{x-y} = -\frac{1}{xy}.$$

### Вариант 3.

$$\boxed{1.} \quad \text{а) } 6^{15} \cdot 6^{-13} = 6^{15-13} = 6^2 = 36.$$

$$\text{б) } 4^{-6} : 4^{-3} = 4^{-6+3} = 4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}.$$

$$\text{в) } (5^{-1})^3 = 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}.$$

$$\boxed{2.} \quad \text{а) } (x^{-2})^{-4} \cdot x^{-7} = x^8 \cdot x^{-7} = x.$$

$$\text{б) } 1,2a^{-5}b^8 \cdot 5a^6b^{-6} = (1,2 \cdot 5) \cdot a^{-5+6} \cdot b^{8-6} = 6ab^2.$$

$$\boxed{3.} \quad \text{а) } \left(\frac{2}{3}a^{-4}b^{-2}\right)^{-2} = \frac{3^2}{2^2} \cdot a^{-4 \cdot (-2)} \cdot b^{-2 \cdot (-2)} = \frac{9a^8b^4}{4}.$$

$$\text{б) } \left(\frac{5a^{-2}}{6b^{-1}}\right)^{-2} \cdot 10a^3b^4 = \frac{6^2 \cdot a^{-2 \cdot (-2)}}{5^2 \cdot b^{-1 \cdot (-2)}} \cdot 10a^3b^4 = \frac{36a^4}{25b^2} \cdot 10a^3b^4 = \frac{72a^7b^2}{5}.$$

$$\boxed{4.} \quad \frac{5^{-9} \cdot 25^{-2}}{125^{-4}} = \frac{5^{-9} \cdot (5^2)^{-2}}{(5^3)^{-4}} = \frac{5^{-9} \cdot 5^{-4}}{5^{-12}} = 5^{-9-4-(-12)} = 5^{-13+12} = 5^{-1} = \frac{1}{5}.$$

$$\boxed{5.} \quad (6,8 \cdot 10^6) \cdot (4,5 \cdot 10^{-8}) = (6,8 \cdot 4,5) \cdot (10^6 \cdot 10^{-8}) = 30,6 \cdot 10^{-2} = 3,06 \cdot 10^{-1}.$$

$$\boxed{6.} \quad (a^{-1} + b)(a + b^{-1})^{-1} = \left(\frac{1}{a} + b\right) \left(a + \frac{1}{b}\right)^{-1} = \frac{1+ab}{a} \cdot \left(\frac{ab+1}{b}\right)^{-1} = \frac{1+ab}{a} \cdot \frac{b}{1+ab} = \frac{b}{a}.$$

### Вариант 4.

$$\boxed{1.} \quad \text{а) } 5^{21} \cdot 5^{-23} = 5^{21-23} = 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}.$$

$$\text{б) } 3^{-8} : 3^{-9} = 3^{-8-(-9)} = 3^{-8+9} = 3.$$

$$\text{в) } (2^2)^{-3} = 2^{2 \cdot (-3)} = 2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}.$$

$$\boxed{2.} \quad \text{а) } (a^{-3})^5 \cdot a^{18} = a^{-15} \cdot a^{18} = a^3.$$

$$6) 2,4 \cdot x^{-8} y^5 \cdot 5x^9 y^{-7} = 2,4 \cdot 5 \cdot x^{-8+9} \cdot y^{5-7} = 12xy^{-2} = \frac{12x}{y^2}.$$

$$3. a) \left(\frac{1}{4}x^{-2}y^{-3}\right)^{-2} = 4^2 \cdot x^{-2 \cdot (-2)} \cdot y^{-3 \cdot (-2)} = 16x^4y^6.$$

$$6) \left(\frac{5x^{-1}}{3y^{-2}}\right)^{-2} \cdot 15x^3y = \frac{3^2x^2}{5^2y^4} \cdot 15x^3y = \frac{9x^2}{25y^4} \cdot 15x^3y = \frac{27x^5}{5y^3}.$$

$$4. \frac{4^{-6} \cdot 16^{-3}}{64^{-5}} = \frac{4^{-6} \cdot (4^2)^{-3}}{(4^3)^{-5}} = \frac{4^{-6} \cdot 4^{-6}}{4^{-15}} = 4^{-6-6+15} = 4^3 = 64.$$

$$5. (2,5 \cdot 10^7) \cdot (6,2 \cdot 10^{-10}) = (2,5 \cdot 6,2) \cdot (10^7 \cdot 10^{-10}) = 15,5 \cdot 10^{-3} = 1,55 \cdot 10^{-2}.$$

$$6. (x^{-1} - y)(x - y^{-1})^{-1} = \left(\frac{1}{x} - y\right) \left(x - \frac{1}{y}\right)^{-1} = \frac{1-xy}{x} \cdot \left(\frac{xy-1}{y}\right)^{-1} = \frac{1-xy}{x} \cdot \frac{y}{xy-1} = -\frac{y}{x}.$$

## К-10 (итоговая).

### Вариант 1.

$$1. \begin{cases} 3(x-1) - 2(1+x) < 1 \\ 3x - 4 > 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 3x - 3 - 2 - 2x < 1 \\ 3x > 4 \end{cases}; \quad \begin{cases} x - 5 < 1 \\ x > 1\frac{1}{3} \end{cases};$$

$$\begin{cases} x < 6 \\ x > 1\frac{1}{3} \end{cases}; \quad 1\frac{1}{3} < x < 6.$$

$$2. (\sqrt{6} + \sqrt{3})\sqrt{12} - 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6 \cdot 12} + \sqrt{3 \cdot 12} - 2\sqrt{6 \cdot 3} = \sqrt{6^2 \cdot 2} + \sqrt{3 \cdot 3 \cdot 4} - 2\sqrt{3 \cdot 3 \cdot 2} = 6\sqrt{2} + 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2} + 6 - 6\sqrt{2} = 6.$$

$$3. \left(\frac{6}{y^2-9} + \frac{1}{3-y}\right) \cdot \frac{y^2+6y+9}{5} = \left(\frac{6}{(y-3)(y+3)} - \frac{1}{y-3}\right) \cdot \frac{(y+3)^2}{5} = \frac{6-(y+3)}{(y-3)(y+3)} \cdot \frac{(y+3)^2}{5} = \frac{6-y-3}{y-3} \cdot \frac{y+3}{5} = \frac{-y+3}{y-3} \cdot \frac{y+3}{5} = -\frac{y-3}{y-3} \cdot \frac{y+3}{5} = -\frac{y+3}{5}.$$

**4.** Пусть скорость первого автомобиля  $x$ , тогда скорость второго  $(x - 10)$ . Значит,  $\frac{560}{x} + 1 = \frac{560}{x-10}$ ;  
 $\frac{560(x-10)+x(x-10)}{x(x-10)} = \frac{560x}{x(x-10)}$ ;  $\frac{560x-5600+x^2-10x-560x}{x(x-10)} = 0$ ;  
 $\begin{cases} x^2 - 10x - 5600 = 0 \\ x \neq 0; x \neq 10 \end{cases}$ ;  $D_1 = 5^2 + 5600 = 5625$ ;  $x = 5 \pm 75$ ,  $x = 80$  так как  $x > 0$ ,  $x - 10 = 70$ . Ответ: 80 и 70.

**5.** При  $-\frac{x-8}{4} + 1 > 0$ ;  $\frac{x-8}{4} < 1$ ;  $x - 8 < 4$ ;  $x < 12$ .

### Вариант 2.

**1.**  $\begin{cases} 5(2x - 1) - 3(3x + 6) < 2 \\ 2x - 17 > 0 \end{cases}$  ;  
 $\begin{cases} 10x - 5 - 9x - 18 < 2 \\ 2x > 17 \end{cases}$  ;  $\begin{cases} x < 23 + 2 \\ x > 8,5 \end{cases}$  ;  
 $\begin{cases} x < 25 \\ x > 8,5 \end{cases}$  ;  $8,5 < x < 25$ .

**2.**  $(\sqrt{10} + \sqrt{5})\sqrt{20} - 5\sqrt{8} = \sqrt{10 \cdot 20} + \sqrt{5 \cdot 20} - 5\sqrt{4 \cdot 2} =$   
 $= \sqrt{10 \cdot 10 \cdot 2} + \sqrt{5 \cdot 5 \cdot 4} - 5 \cdot 2\sqrt{2} = 10\sqrt{2} + 5 \cdot 2 - 10\sqrt{2} = 10$ .

**3.**  $\left(\frac{2}{x^2-4} + \frac{1}{2x-x^2}\right) : \frac{1}{x^2+4x+4} = \left(\frac{2}{(x-2)(x+2)} - \frac{1}{x(x-2)}\right) \cdot$   
 $(x^2 + 4x + 4) = \frac{2x-(x+2)}{x(x-2)(x+2)} \cdot (x+2)^2 = \frac{2x-x-2}{x(x-2)} \cdot (x+2) =$   
 $= \frac{x-2}{x(x-2)} \cdot (x+2) = \frac{x+2}{x}$ .

**4.** Пусть скорость поезда по расписанию  $v$ , тогда  $\frac{80}{v+10} +$   
 $+\frac{16}{60} = \frac{80}{v}$ ;  $\frac{5}{v+10} + \frac{1}{60} = \frac{5}{v}$ ;  $\frac{5 \cdot 60v + v(v+10)}{60v(v+10)} = \frac{5 \cdot 60(v+10)}{60v(v+10)}$ ;  
 $\frac{300v + v^2 + 10v - 300v - 3000}{60v(v+10)} = 0$ ;  
 $\begin{cases} v^2 + 10v - 3000 = 0 \\ v \neq 0; v \neq -10 \end{cases}$ ;  $D_1 = 5^2 + 3000 = 3025$ ;  $v =$   
 $= -5 \pm 55$ ; так как  $v > 0$ , то  $v = -5 + 55 = 50$ . Ответ: 50.

5. При  $\frac{6-x}{5} - 2 < 0$ ;  $\frac{6-x}{5} < 2$ ;  $6 - x < 10$ ;  $x > 6 - 10$ ;  $x > -4$ .

### Вариант 3.

1.  $4(2x - 1) - 3(3x + 2) > 1$ ;  $8x - 4 - 9x - 6 > 1$ ;  $-x > 11$ ;  $x < -11$ .

2.  $(\sqrt{15} + \sqrt{5})\sqrt{15} - \frac{5}{3}\sqrt{27} = \sqrt{15} \cdot \sqrt{15} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{15} - \frac{5}{3}\sqrt{9 \cdot 3} = 15 + \sqrt{5 \cdot 5 \cdot 3} - \frac{5}{3} \cdot 3\sqrt{3} = 15 + 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 15$ .

3.  $\left(\frac{3}{9-x^2} + \frac{1}{x-3}\right) : \frac{x}{x^2-6x+9} = \left(\frac{3}{(3-x)(3+x)} - \frac{1}{3-x}\right) \cdot \frac{x^2-6x+9}{x} = \frac{3-3-x}{(3-x)(3+x)} \cdot \frac{(3-x)^2}{x} = \frac{-x}{3+x} \cdot \frac{3-x}{x} = \frac{x-3}{x+3}$ .

4.  $7 \cdot 30 = 7 + \frac{30}{60} = 7,5$ . Пусть скорость "Ракет"  $v$ , тогда:

$\frac{210}{v} + 7,5 = \frac{210}{v-50}$ ;  $\frac{210(v-50)+7,5v(v-50)}{v(v-50)} = \frac{210v}{v(v-50)}$ ;  
 $\frac{210v-10500+7,5v^2-375v-210v}{v(v-50)} = 0$ ;  $\frac{7,5v^2-375v-10500}{v(v-50)} = 0$ .

$\begin{cases} 15v^2 - 750v - 21000 = 0 \\ v \neq 0; v \neq 50 \end{cases}$ ;

$\begin{cases} v^2 - 50v - 1400 = 0 \\ v \neq 0; v \neq 50 \end{cases}$ ;  $D_1 = 25^2 + 1400 = 2025$ ;

$v = 25 \pm 45$  так как  $v > 0$ , то  $v = 25 + 45 = 70$ . Ответ: 70.

5. При  $\frac{x-3}{3} + 4 < 0$ ;  $\frac{x-3}{3} < -4$ ;  $x - 3 < -12$ ;  $x < -9$ .

### Вариант 4.

1.  $9(x - 2) - 3(2x + 1) > 5x$ ;  $9x - 18 - 6x - 3 > 5x$ ;  $3x - 21 > 5x$ ;  $2x < -21$ ;  $x < -10,5$ .

2.  $(\sqrt{18} + \sqrt{3})\sqrt{2} - 0,5\sqrt{24} = \sqrt{18 \cdot 2} + \sqrt{3 \cdot 2} - 0,5\sqrt{4 \cdot 6} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 9} + \sqrt{6} - 0,5 \cdot 2\sqrt{6} = 2 \cdot 3 + \sqrt{6} - \sqrt{6} = 6$ .

3.  $\left(\frac{4}{x^2-4} + \frac{1}{2-x}\right) \cdot \frac{x^2+4x+4}{3} = \left(\frac{4}{(x-2)(x+2)} - \frac{1}{x-2}\right) \cdot \frac{(x+2)^2}{3} =$

$$= \frac{4-(x+2)}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{(x+2)^2}{3} = \frac{4-x-2}{x-2} \cdot \frac{x+2}{3} = \frac{2-x}{x-2} \cdot \frac{x+2}{3} = -\frac{x+2}{3}.$$

**4.**  $5 \frac{20}{3} = 5 + \frac{20}{3} = 5 \frac{1}{3} = \frac{16}{3}$ . Пусть скорость плота  $v$ , тогда

$$\frac{20}{v} = \frac{20}{v+12} + \frac{16}{3}; \quad \frac{20 \cdot 3(v+12)}{3v(v+12)} = \frac{20 \cdot 3v + 16v(v+12)}{3v(v+12)}; \quad \frac{60v+720}{3v(v+12)} =$$

$$= \frac{60v+16v^2+192v}{3v(v+12)}; \quad \frac{16v^2+192v-720}{3v(v+12)} = 0;$$

$$\begin{cases} v^2 + 12v - 45 = 0 \\ v \neq 0; \quad v \neq -12 \end{cases}; \quad D_1 = 6^2 + 45 = 36 + 45 = 81; \quad v =$$

$$= -6 \pm 9; \text{ так как } v > 0, \text{ то } v = -6 + 9 = 3. \text{ Ответ: } 3.$$

**5.** При  $\frac{12-x}{6} + 1 > 0$ ;  $\frac{12-x}{6} > -1$ ;  $12-x > -6$ ;  $x < 18$ .

# Контрольные работы.

## К-1А.

### Вариант 1.

1.  $a < 0$ ;  $b > 0$ ;  $-a > 0$ ;  $ab < 0$ .

а)  $a^5 b^6 < 0$ .

б)  $\frac{a^4}{b^7} > 0$ .

в)  $a(3b - a) = 3ab - a^2 < 0$ .

г)  $\frac{2b-5a}{b-a} > 0$ .

2. а)  $(b-3)^2 - b(b-6) = b^2 - 6b + 9 - b^2 + 6b = 9 > 0$ ,  
значит,  $(b-3)^2 > b(b-6)$ .

б)  $b^2 + 10 - 2(4b-3) = b^2 + 10 - 8b + 6 = b^2 - 8b + 16 =$   
 $= (b-4)^2 \geq 0$ , значит,  $b^2 + 10 \geq 2(4b-3)$ .

3.  $a < b$ .

а)  $15a < 15b$ .

б)  $-6, 3a > -6, 3b$ .

в)  $-8b < -8a$ .

4. а)  $(3x-1)(2+5x) = 0$ ;  $3x-1 = 0$  и  $2+5x =$   
 $= 0$ ;  $3x = 1$  и  $5x = -2$ ;  $x = \frac{1}{3}$  и  $x = -0,4$ .

б)  $\frac{8x^2-x}{3x} = 0$ ;  $\frac{x(8x-1)}{3x} = 0$ ;

$$\begin{cases} x(8x-1) = 0 \\ 3x \neq 0 \end{cases}; \begin{cases} x = 0; \\ x \neq 0 \end{cases}; \quad x = \frac{1}{8}; \quad x = \frac{1}{8}.$$

### Вариант 2.

1.  $x < 0$ ;  $y < 0$ ;  $xy > 0$ .

а)  $x^3 y^8 < 0$ .

б)  $\frac{x^4}{y^5} < 0$ .

в)  $3y(2x+y) = 6xy + 3y^2 > 0$ .

$$\text{г) } \frac{-2x-3y}{x+y} = \frac{-(2x+3y)}{x+y} < 0.$$

$$\boxed{2.} \text{ а) } (a-5)^2 - a(a-10) = a^2 - 10a + 25 - a^2 + 10a = 25 > 0, \text{ значит, } (a-5)^2 > a(a-10).$$

$$\text{б) } a^2 + 12 - 4(2a-1) = a^2 + 12 - 8a + 4 = a^2 - 8a + 16 = (a-4)^2 \geq 0, \text{ значит, } a^2 + 12 \geq 4(2a-1).$$

$$\boxed{3.} \text{ } c > d.$$

$$\text{а) } 3,4c > 3,4d.$$

$$\text{б) } -c < -d.$$

$$\text{в) } -6,5d > -6,5c.$$

$$\boxed{4.} \text{ а) } (5x-3)(6x+2) = 0; \quad 5x-3 = 0 \text{ и } 6x+2 = 0; \quad 5x=3 \text{ и } 6x=-2; \quad x=0,6 \text{ и } x=-\frac{1}{3}.$$

$$\text{б) } \frac{(x-5)(x+4)}{2x-10} = 0;$$

$$\begin{cases} (x-5)(x+4) = 0 \\ 2(x-5) \neq 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 5; & x = -4 \\ x \neq 5 \end{cases}; \quad x = -4.$$

### Вариант 3.

$$\boxed{1.} \text{ } b > 0; \quad c < 0; \quad -c > 0; \quad bc < 0.$$

$$\text{а) } b^4 c^5 < 0.$$

$$\text{б) } \frac{b^6}{c^8} > 0.$$

$$\text{в) } c(6b-2c) = 6bc - 2c^2 < 0.$$

$$\text{г) } \frac{10b-4c}{b-c} > 0.$$

$$\boxed{2.} \text{ а) } (x+6)^2 - x(x+12) = x^2 + 12x + 36 - x^2 - 12x = 36 > 0, \text{ значит, } (x+6)^2 > x(x+12).$$

$$\text{б) } x^2 + 17 - 2(5x-4) = x^2 + 17 - 10x + 8 = x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2 \geq 0, \text{ значит, } x^2 + 17 \geq 2(5x-4).$$

$$\boxed{3.} \text{ } a < c.$$

$$\text{а) } 7,2a < 7,2c.$$

$$\text{б) } -8,4a > -8,4c.$$

$$\text{в) } -16c < -16a.$$

**4.** а)  $(2 - 7x)(5 + 4x) = 0$ ;  $2 - 7x = 0$  и  $5 + 4x = 0$ ;  $7x = 2$  и  $4x = -5$ ;  $x = \frac{2}{7}$  и  $x = -1\frac{1}{4}$ .

б)  $\frac{12x^2+x}{x} = 0$ ;

$$\begin{cases} x(12x+1) = 0 \\ x \neq 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 0; \\ x \neq 0 \end{cases}; \quad x = -\frac{1}{12}; \quad x = -\frac{1}{12}.$$

### Вариант 4.

**1.**  $a > 0$ ;  $c < 0$ ;  $ac < 0$ ;  $-c > 0$ .

а)  $a^7c^8 > 0$ .

б)  $\frac{a^8}{c^4} > 0$ .

в)  $c(3c - a) = 3c^2 - ac > 0$ .

г)  $\frac{12a-4c}{a-c} > 0$ .

**2.** а)  $(2a - 1)^2 - 4a(a - 1) = 4a^2 - 4a + 1 - 4a^2 + 4a = 1 > 0$ , значит,  $(2a - 1)^2 > 4a(a - 1)$ .

б)  $a^2 - 9 - 18(a - 5) = a^2 - 9 - 18a + 90 = a^2 - 18a + 81 = (a - 9)^2 \geq 0$ , значит,  $a^2 - 9 \geq 18(a - 5)$ .

**3.**  $x > y$ .

а)  $1, 9x > 1, 9y$ .

б)  $-6, 3x < -6, 3y$ .

в)  $-2, 9y > -2, 9x$ .

**4.** а)  $(4 + 9x)(7 - 2x) = 0$ ;  $4 + 9x = 0$  и  $7 - 2x = 0$ ;  $9x = -4$  и  $2x = 7$ ;  $x = -\frac{4}{9}$  и  $x = 3, 5$ . б)  $\frac{6x^2-x}{2-12x} = 0$ ;

$$\begin{cases} x(6x-1) = 0 \\ 2(1-6x) \neq 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 0; \\ x \neq \frac{1}{6} \end{cases}; \quad x = \frac{1}{6}; \quad x = 0.$$

### К-2А.

#### Вариант 1.

**1.** а)  $\frac{1}{3}x > 3$ ;  $x > 9$ .

$$6) 1 - 6x \leq 0; \quad 6x \geq 1; \quad x \geq \frac{1}{6}.$$

$$8) 6(3,4 + x) - 4,2 > x + 1; \quad 20,4 + 6x - 4,2 > x + 1; \quad 6x - x > 1 + 4,2 - 20,4; \quad 5x > -15,2; \quad x > -3,04.$$

$$\boxed{2.} \quad \frac{2-b}{4} > \frac{14-b}{2}; \quad 2(2-b) > 4(14-b); \quad 2-b > 2(14-b); \\ 2-b > 28-2b; \quad 2b-b > 28-2; \quad b > 26.$$

$$\boxed{3.} \quad a) \begin{cases} 5x - 8 < 0 \\ 3x + 4 > 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} 5x < 8 \\ 3x > -4 \end{cases}; \quad \begin{cases} x < 1,6 \\ x > -1\frac{1}{3} \end{cases};$$

$$-1\frac{1}{3} < x < 1,6.$$

$$6) \begin{cases} 7 - 3x < 1 \\ 1,8 - x < 1,9 \end{cases}; \quad \begin{cases} 3x > 6 \\ x > 1,8 - 1,9 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > 2 \\ x > -0,1 \end{cases}; \\ x > 2.$$

$$\boxed{4.} \quad a) |2x + 3| = 7; \quad 2x + 3 = \pm 7; \quad 2x_1 + 3 = 7 \text{ и } 2x_2 + 3 = -7; \quad 2x_1 = 4 \text{ и } 2x_2 = -10; \quad x_1 = 2 \text{ и } x_2 = -5.$$

$$6) |1 - 3x| = 37; \quad 1 - 3x = \pm 37; \quad 1 - 3x_1 = 37 \text{ и } 1 - 3x_2 = -37; \quad 3x_1 = -36 \text{ и } 3x_2 = 38; \quad x_1 = -12 \text{ и } x_2 = 12\frac{2}{3}.$$

$$\boxed{5.} \quad a) |2x - 1| < 3; \quad -3 < 2x - 1 < 3; \quad -2 < 2x < 4; \quad -1 < x < 2.$$

$$6) |6x + 2| \geq 5; \quad \begin{cases} 6x + 2 \geq 5 \\ 6x + 2 \leq -5 \end{cases}; \quad \begin{cases} 6x \geq 3 \\ 6x \leq -7 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x \geq 0,5 \\ x \leq -1\frac{1}{6} \end{cases}; \quad x \leq -1\frac{1}{6} \text{ и } x \geq \frac{1}{2}.$$

## Вариант 2.

$$\boxed{1.} \quad a) \frac{1}{7}x < 1; \quad x < 7.$$

$$6) 3 - 5x \geq 0; \quad 5x \leq 3; \quad x \leq \frac{3}{5}.$$

$$8) 5(x - 1,8) - 4,6 > 3x - 1,6; \quad 5x - 9 - 4,6 > 3x - 1,6; \quad 5x - 3x > 9 + 4,6 - 1,6; \quad 2x > 12; \quad x > 6.$$

$$\boxed{2.} \quad \frac{4-3b}{2} < 12 + b; \quad 4 - 3b < 24 + 2b; \quad 5b > -20; \quad b > -4.$$

$$\boxed{3.} \text{ а) } \begin{cases} 2x + 9 > 0 \\ 9x - 1 < 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} 2x > -9 \\ 9x < 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > -4,5 \\ x < \frac{1}{9} \end{cases}; \\ -4,5 < x < \frac{1}{9}.$$

$$\text{б) } \begin{cases} 4 - 6x < 1 \\ 3,6 + x > 3,8 \end{cases}; \quad \begin{cases} 6x > 3 \\ x > 0,2 \end{cases}; \quad \begin{cases} x > 0,5 \\ x > 0,2 \end{cases}; \\ x > 0,5.$$

$$\boxed{4.} \text{ а) } |5x + 1| = 6; \quad 5x + 1 = \pm 6; \quad 5x = \pm 6 - 1; \quad x = 1 \\ \text{и } x = -\frac{7}{5} = -1,4.$$

$$\text{б) } |3 - 7x| = 19; \quad 3 - 7x = \pm 19; \quad 7x = 3 \pm 19; \quad x = \frac{22}{7} = \\ = 3\frac{1}{7} \text{ и } x = -\frac{16}{7} = -2\frac{2}{7}.$$

$$\boxed{5.} \text{ а) } |10x + 1| > 21; \quad \begin{cases} 10x + 1 > 21 \\ 10x + 1 < -21 \end{cases}; \quad \begin{cases} 10x > 20 \\ 10 < -22 \end{cases}; \\ \begin{cases} x > 2 \\ x < 2,2 \end{cases}; \quad x < -2,2 \text{ и } x > 2.$$

$$\text{б) } |2 - 6x| \leq 4; \quad -4 \leq 2 - 6x \leq 4; \quad -6 \leq -6x \leq 2; \quad - \\ -\frac{1}{3} \leq x \leq 1.$$

### Вариант 3.

$$\boxed{1.} \text{ а) } \frac{1}{8}x < 4; \quad x < 32.$$

$$\text{б) } 5 - 6x \geq 0; \quad 6x \leq 5; \quad x \leq \frac{5}{6}.$$

$$\text{в) } 1,7 - 2(3x - 1) > 0,3 - 4x; \quad 1,7 - 6x + 2 > 0,3 - \\ -4x; \quad 2x < 3,4; \quad x < 1,7.$$

$$\boxed{2.} \quad 3 - 4c < \frac{6-5c}{5}; \quad 15 - 20c < 6 - 5c; \quad 15c > 9; \quad c > \frac{3}{5}.$$

$$\boxed{3.} \text{ а) } \begin{cases} 6 - 2x > 1 \\ 3x + 1 < 13 \end{cases}; \quad \begin{cases} 2x < 5 \\ 3x < 12 \end{cases}; \quad \begin{cases} x < 2,5 \\ x < 4 \end{cases}; \\ x < 2,5.$$

$$\text{б) } \begin{cases} 8 - 4x \leq 3 \\ 4 + 6x \leq 20 \end{cases}; \quad \begin{cases} 4x \geq 5 \\ 6x \leq 16 \end{cases}; \quad \begin{cases} x \geq \frac{5}{4} \\ x \leq \frac{8}{3} \end{cases}; \\ 1\frac{1}{4} \leq x \leq 2\frac{2}{3}.$$

$$\boxed{4.} \text{ а) } |3x + 1| = 7; \quad 3x + 1 = \pm 7; \quad 3x = \pm 7 - 1; \quad x = 2$$

$$\text{и } x = -\frac{8}{3} = -2\frac{2}{3}.$$

$$\text{б) } |1 - 2x| = 43; \quad 1 - 2x = \pm 43; \quad 2x = 1 \pm 43; \quad x = 22 \text{ и } x = -21.$$

$$\boxed{5.} \text{ а) } |2x - 7| \leq 2; \quad -2 \leq 2x - 7 \leq 2; \quad 5 \leq 2x \leq 9; \quad 2,5 \leq x \leq 4,5.$$

$$\text{б) } |18 - x| > 48;$$

$$\begin{cases} 18 - x > 48 \\ 18 - x < -48 \end{cases}; \quad \begin{cases} x < -30 \\ x > 66 \end{cases}; \quad x < -30 \text{ и } x > 66.$$

#### Вариант 4.

$$\boxed{1.} \text{ а) } \frac{1}{9}x \geq -1; \quad x \geq -9.$$

$$\text{б) } 3 - 8x < 0; \quad 8x > 3; \quad x > \frac{3}{8}.$$

$$\text{в) } 1,4 - 4(2x + 1) > 1,8 - 3x; \quad 1,4 - 8x - 4 > 1,8 - 3x; \quad 5x < -4,4; \quad x < -0,88.$$

$$\boxed{2.} \quad \frac{4-a}{3} > \frac{5-3a}{5}; \quad 5(4-a) > 3(5-3a); \quad 20-5a > 15-9a; \quad 4a > -5; \quad a > -1\frac{1}{4}.$$

$$\boxed{3.} \text{ а) } \begin{cases} 3 - 8x > 5 \\ x - 1 < 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} 8x < -2 \\ x < 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x < -\frac{1}{4} \\ x < 1 \end{cases};$$

$$x < -\frac{1}{4}.$$

$$\text{б) } \begin{cases} 6x + 4 \geq 0 \\ 3x - 2 \leq 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} 6x \geq -4 \\ 3x \leq 3 \end{cases}; \quad \begin{cases} x \geq -\frac{2}{3} \\ x \leq 1 \end{cases};$$

$$-\frac{2}{3} \leq x \leq 1.$$

$$\boxed{4.} \text{ а) } |11 + 10x| = 1; \quad 11 + 10x = \pm 1; \quad 10x = -11 \pm 1; \quad x = -1 \text{ и } x = -1,2.$$

$$\text{б) } |7 - 3x| = 11; \quad 7 - 3x = \pm 11; \quad 3x = 7 \pm 11; \quad x = 6 \text{ и } x = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}.$$

$$\boxed{5.} \text{ а) } |1 + 5x| \leq 4; \quad -4 \leq 1 + 5x \leq 4; \quad -5 \leq 5x \leq 3; \quad -1 \leq x \leq 0,6.$$

$$\text{б) } |2 - 9x| > 13; \quad \begin{cases} 2 - 9x > 13 \\ 2 - 9x < -13 \end{cases}; \quad \begin{cases} 9x < -11 \\ 9x > 15 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x < -1\frac{2}{9} \\ x > 1\frac{2}{3} \end{cases}; \quad x < -1\frac{2}{9} \text{ и } x > 1\frac{2}{3}.$$

### К-3А.

#### Вариант 1.

**1.**  $2,53 \approx 2,5$ ;  $\Delta = 2,53 - 2,5 = 0,03$ ;  $\Delta = \frac{0,03}{2,53} = 0,012$ .

**2.** а)  $48,16 = 4,816 \cdot 10$ .

б)  $0,0184 = 1,84 \cdot 10^{-2}$ .

**3.** а)  $4,12 + 26,1872 = 30,3072 \approx 30,31$ .

б)  $3,2 \cdot 21,34 = 68,288 \approx 68,29$ .

в)  $37,12 - 19,268 = 17,852 \approx 17,85$ .

г)  $9,162 : 3,25 \approx 2,82$ .

**4.**  $(1,72 \times 6,3 + 8,2) \div 5,42 - 0,16 \wedge 3$ .

#### Вариант 2.

**1.**  $0,38 \approx 0,4$ ;  $\Delta = 0,4 - 0,38 = 0,02$ ;  $\Delta = \frac{0,02}{0,38} = 0,053$ .

**2.** а)  $159,6 = 1,596 \cdot 10^2$ .

б)  $0,00043 = 4,3 \cdot 10^{-4}$ .

**3.** а)  $12,784 + 5,36 = 18,144 \approx 18,14$ .

б)  $4,5 \cdot 16,64 = 74,88$ .

в)  $47,184 - 5,26 = 41,924 \approx 41,92$ .

г)  $16,45 : 2,51 \approx 6,55$ .

**4.**  $(2,37 + 1,56 \div 3,16) \times 4,81 - 3,21 \wedge 5$ .

#### Вариант 3.

1.  $1,54 \approx 1,5$ ;  $\Delta = 1,54 - 1,5 = 0,04$ ;  $\Delta = \frac{0,04}{1,54} \approx 0,026$ .

2. а)  $561,4 = 5,614 \cdot 10^2$ .

б)  $0,0916 = 9,16 \cdot 10^{-2}$ .

3. а)  $1,16 + 4,8645 = 6,0245 \approx 6,02$ .

б)  $5,8 \cdot 12,6 = 73,08$ .

в)  $51,164 - 42,15 = 9,014 \approx 9,01$ . г)  $8,184 : 2,6 \approx 3,15$ .

4.  $(16,143 + 8,64 \times 3,2) \div 5,88 + 4,11 \wedge 3$ .

#### Вариант 4.

1.  $1,23 \approx 1,2$ ;  $\Delta = 1,23 - 1,2 = 0,03$ ;  $\Delta = \frac{0,03}{1,23} \approx 0,024$ .

2. а)  $14,82 = 1,482 \cdot 10$ .

б)  $0,00318 = 3,18 \cdot 10^{-3}$ .

3. а)  $22,164 + 2,63 = 24,794 \approx 24,79$ .

б)  $15,9 \cdot 5,7 = 90,63$ .

в)  $13,81 - 4,168 = 9,642 \approx 9,64$ . г)  $6,216 : 5,1 \approx 1,22$ .

4.  $(4,14 \div 8,44 + 16,04) \times 8,01 - 3,73 \wedge 9$ .

#### К-4А.

#### Вариант 1.

1. а)  $6\sqrt{1\frac{7}{9}} - 4 = 6 \cdot \sqrt{\frac{16}{9}} - 4 = 6 \cdot \frac{4}{3} - 4 = 8 - 4 = 4$ .

б)  $\sqrt{7,2} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{7,2 \cdot 20} = \sqrt{144} = 12$ .

в)  $\frac{\sqrt{216}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{216}{6}} = \sqrt{36} = 6$ .

г)  $\sqrt{5^4 \cdot 3^2} = 5^2 \cdot 3 = 25 \cdot 3 = 75$ .

$$\boxed{2.} \text{ а) } 4\sqrt{20} - \sqrt{125} = 4\sqrt{4 \cdot 5} - \sqrt{25 \cdot 5} = 4 \cdot 2\sqrt{5} - 5\sqrt{5} = 8\sqrt{5} - 5\sqrt{5} = 3\sqrt{5}.$$

$$\text{б) } (3\sqrt{6} + \sqrt{12})\sqrt{3} = 3\sqrt{6 \cdot 3} + \sqrt{12 \cdot 3} = 3\sqrt{3 \cdot 3 \cdot 2} + \sqrt{4 \cdot 3 \cdot 3} = 3 \cdot 3\sqrt{2} + 2 \cdot 3 = 9\sqrt{2} + 6.$$

$$\text{в) } (5 - \sqrt{2})^2 = 25 - 10\sqrt{2} + 2 = 27 - 10\sqrt{2}.$$

$$\boxed{3.} \text{ а) } 12\sqrt{3} = \sqrt{12^2 \cdot 3} = \sqrt{144 \cdot 3} = \sqrt{432}.$$

$$\text{б) } -9\sqrt{2} = -\sqrt{9^2 \cdot 2} = -\sqrt{81 \cdot 2} = -\sqrt{162}.$$

$$\boxed{4.} \sqrt{x^2 - 6x + 9} = \sqrt{(x - 3)^2} = |x - 3|; \text{ при } x = 2, 6, \\ |x - 3| = |2, 6 - 3| = |-0, 4| = 0, 4.$$

$$\boxed{5.} \text{ а) } \frac{6 - \sqrt{6}}{\sqrt{18} - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}(\sqrt{6} - 1)}{\sqrt{3}(\sqrt{6} - 1)} = \sqrt{\frac{6}{3}} = \sqrt{2}.$$

$$\text{б) } \frac{16 - x}{4 + \sqrt{x}} = \frac{(4 - \sqrt{x})(4 + \sqrt{x})}{4 + \sqrt{x}} = 4 - \sqrt{x}.$$

$$\boxed{6.} \frac{4}{2\sqrt{3} + 1} - \frac{4}{2\sqrt{3} - 1} = \frac{4(2\sqrt{3} - 1) - 4(2\sqrt{3} + 1)}{(2\sqrt{3} + 1)(2\sqrt{3} - 1)} = \frac{8\sqrt{3} - 4 - 8\sqrt{3} - 4}{4 \cdot 3 - 1} = \\ = \frac{-8}{11} = -\frac{8}{11}.$$

## Вариант 2.

$$\boxed{1.} \text{ а) } 3\sqrt{1\frac{9}{16}} - 1 = 3\sqrt{\frac{25}{16}} - 1 = 3 \cdot \frac{5}{4} - 1 = \frac{15}{4} - \frac{4}{4} = \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}.$$

$$\text{б) } \sqrt{2,5} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{25} = 5.$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{0,72}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{0,72}{8}} = \sqrt{0,09} = 0,3.$$

$$\text{г) } \sqrt{3^4 \cdot 2^6} = 3^2 \cdot 2^3 = 9 \cdot 8 = 72.$$

$$\boxed{2.} \text{ а) } 5\sqrt{48} - 2\sqrt{75} = 5\sqrt{16 \cdot 3} - 2\sqrt{25 \cdot 3} = 5 \cdot 4\sqrt{3} - 2 \cdot 5\sqrt{3} = 20\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = 10\sqrt{3}.$$

$$\text{б) } (3\sqrt{2} + \sqrt{18})\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{18 \cdot 2} = 3 \cdot 2 + \sqrt{36} = 6 + 6 = 12.$$

$$\text{в) } (4 - \sqrt{5})^2 = 16 - 8\sqrt{5} + 5 = 21 - 8\sqrt{5}.$$

$$\boxed{3.} \text{ а) } 15\sqrt{2} = \sqrt{15^2 \cdot 2} = \sqrt{225 \cdot 2} = \sqrt{450}.$$

$$\text{б) } -8\sqrt{3} = -\sqrt{8^2 \cdot 3} = -\sqrt{64 \cdot 3} = -\sqrt{192}.$$

$$\boxed{4.} \quad \sqrt{25 - 10a + a^2} = \sqrt{(5 - a)^2} = |5 - a|; \text{ при } a = 3, 7, \\ |5 - a| = |5 - 3, 7| = |1, 3| = 1, 3.$$

$$\boxed{5.} \quad \text{а) } \frac{3 - \sqrt{3}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{б) } \frac{a - 25}{5 + \sqrt{a}} = \frac{(\sqrt{a} - 5)(\sqrt{a} + 5)}{\sqrt{a} + 5} = \sqrt{a} - 5.$$

$$\boxed{6.} \quad \frac{2}{3\sqrt{5} + 1} - \frac{2}{3\sqrt{5} - 1} = \frac{2(3\sqrt{5} - 1) - 2(3\sqrt{5} + 1)}{(3\sqrt{5} + 1)(3\sqrt{5} - 1)} = \frac{6\sqrt{5} - 2 - 6\sqrt{5} - 2}{9 \cdot 5 - 1} = \\ = \frac{-4}{44} = -\frac{1}{11}.$$

### Вариант 3.

$$\boxed{1.} \quad \text{а) } 4\sqrt{2\frac{7}{9}} - 2 = 4\sqrt{\frac{25}{9}} - 2 = 4 \cdot \frac{5}{3} - 2 = \frac{20}{3} - \frac{6}{3} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}.$$

$$\text{б) } \sqrt{0,08} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{0,08 \cdot 2} = \sqrt{0,16} = 0,4.$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{125}{5}} = \sqrt{25} = 5.$$

$$\text{г) } \sqrt{2^4 \cdot 3^4} = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36.$$

$$\boxed{2.} \quad \text{а) } 3\sqrt{50} - \sqrt{98} = 3\sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{49 \cdot 2} = 3 \cdot 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = \\ = 15\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = 8\sqrt{2}.$$

$$\text{б) } (2\sqrt{3} - \sqrt{27})\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{27 \cdot 3} = 2 \cdot 3 - \sqrt{81} = \\ = 6 - 9 = -3.$$

$$\text{в) } (3 - \sqrt{7})^2 = 9 - 6\sqrt{7} + 7 = 16 - 6\sqrt{7}.$$

$$\boxed{3.} \quad \text{а) } 6\sqrt{5} = \sqrt{6^2 \cdot 5} = \sqrt{36 \cdot 5} = \sqrt{180}.$$

$$\text{б) } -4\sqrt{3} = -\sqrt{4^2 \cdot 3} = -\sqrt{16 \cdot 3} = -\sqrt{48}.$$

$$\boxed{4.} \quad \sqrt{16 + b^2 - 8b} = \sqrt{(b - 4)^2} = |b - 4|; \text{ при } b = 5, 1, \\ |b - 4| = |5, 1 - 4| = |1, 1| = 1, 1.$$

$$\boxed{5.} \quad \text{а) } \frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)}{\sqrt{3}(1 + \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{б) } \frac{9 - a}{\sqrt{a} - 3} = \frac{(3 - \sqrt{a})(3 + \sqrt{a})}{\sqrt{a} - 3} = -(3 + \sqrt{a}) = -3 - \sqrt{a}.$$

$$\boxed{6.} \quad \frac{3}{2\sqrt{7} + 1} - \frac{3}{2\sqrt{7} - 1} = \frac{3(2\sqrt{7} - 1) - 3(2\sqrt{7} + 1)}{(2\sqrt{7} + 1)(2\sqrt{7} - 1)} = \frac{6\sqrt{7} - 3 - 6\sqrt{7} - 3}{4 \cdot 7 - 1} =$$

$$= \frac{-6}{27} = -\frac{2}{9}.$$

### Вариант 4.

$$\boxed{1.} \text{ а) } 3\sqrt{1\frac{11}{25}} - 1 = 3\sqrt{\frac{36}{25}} - 1 = 3 \cdot \frac{6}{5} - 1 = \frac{18}{5} - \frac{5}{5} = \frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}.$$

$$\text{б) } \sqrt{7,5} \cdot \sqrt{0,3} = \sqrt{7,5 \cdot 0,3} = \sqrt{2,25} = 1,5.$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{250}}{\sqrt{10}} = \sqrt{\frac{250}{10}} = \sqrt{25} = 5.$$

$$\text{г) } \sqrt{5^4 \cdot 2^6} = 5^2 \cdot 2^3 = 25 \cdot 8 = 200.$$

$$\boxed{2.} \text{ а) } 2\sqrt{128} - \sqrt{72} = 2\sqrt{64 \cdot 2} - \sqrt{36 \cdot 2} = 2 \cdot 8\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 16\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 10\sqrt{2}.$$

$$\text{б) } (3\sqrt{2} + \sqrt{50})\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{50 \cdot 2} = 3 \cdot 2 + \sqrt{100} = 6 + 10 = 16.$$

$$\text{в) } (6 - \sqrt{3})^2 = 36 - 12\sqrt{3} + 3 = 39 - 12\sqrt{3}.$$

$$\boxed{3.} \text{ а) } 12\sqrt{3} = \sqrt{12^2 \cdot 3} = \sqrt{144 \cdot 3} = \sqrt{432}.$$

$$\text{б) } -8\sqrt{5} = -\sqrt{64 \cdot 5} = -\sqrt{320}.$$

$$\boxed{4.} \sqrt{a^2 - 12a + 36} = \sqrt{(a - 6)^2} = |a - 6|; \text{ при } a = 5, 9, \\ |a - 6| = |5, 9 - 6| = |-0, 1| = 0, 1.$$

$$\boxed{5.} \text{ а) } \frac{\sqrt{10}-5}{\sqrt{10}-2} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2}-\sqrt{5})}{\sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{2})} = -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{б) } \frac{25-b}{\sqrt{b+5}} = \frac{(5-\sqrt{b})(5+\sqrt{b})}{\sqrt{b+5}} = 5 - \sqrt{b}.$$

$$\boxed{6.} \frac{4}{3+\sqrt{15}} + \frac{4}{3-\sqrt{15}} = \frac{4(3-\sqrt{15})+4(3+\sqrt{15})}{(3+\sqrt{15})(3-\sqrt{15})} = \frac{12-4\sqrt{15}+12+4\sqrt{15}}{9-15} = \\ = \frac{24}{-6} = -4.$$

### К-5А.

### Вариант 1.

$$\boxed{1.} \text{ а) } 14x^2 - 9x = 0; \quad x(14x - 9) = 0; \quad x = 0 \text{ и } x = \frac{9}{14}.$$

б)  $16x^2 = 49$ ;  $x^2 = \frac{49}{16}$ ;  $x = \pm\frac{7}{4} = \pm 1\frac{3}{4}$ .

в)  $2x^2 - 11x + 12 = 0$ ;  $D = 11^2 - 4 \cdot 2 \cdot 12 = 121 - 96 = 25$ ;  $x = \frac{11 \pm 5}{4}$ ;  $x = 4$  и  $x = 1,5$ .

г)  $x^2 - 36x + 324 = 0$ ;  $(x - 18)^2 = 0$ ;  $x = 18$ .

д)  $2x^2 + x + 16 = 0$ ;  $D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot 16 < 0$  - нет решений.

е)  $\frac{x^2 - 7x}{8} - 1 = 0$ ;  $x^2 - 7x - 8 = 0$ ;  $D = 7^2 + 4 \cdot 8 = 49 + 32 = 81$ ;  $x = \frac{7 \pm 9}{2}$ ;  $x = 8$  и  $x = -1$ .

**2.**  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ ;  $x^2 = a$ ;  $a^2 - 13a + 36 = 0$ ;  $D = 13^2 - 4 \cdot 36 = 169 - 144 = 25$ ;  $a = \frac{13 \pm 5}{2}$ ;

1)  $a = \frac{13+5}{2} = 9$ ;  $x^2 = 9$ ;  $x = \pm 3$ .

2)  $a = \frac{13-5}{2} = 4$ ;  $x^2 = 4$ ;  $x = \pm 2$ . Ответ:  $\pm 2$  и  $\pm 3$ .

**3.**  $\frac{6x^2 - x - 1}{9x^2 - 1} = \frac{(2x-1)(3x+1)}{(3x-1)(3x+1)} = \frac{2x-1}{3x-1}$ .

**4.**  $x^2 + kx + 45 = 0$ . По теореме Виета  $x_1 x_2 = 45$ ,  $x_1 + x_2 = -k$ , значит,  $x_2 = \frac{45}{x_1} = \frac{45}{5} = 9$ ;  $k = -(9 + 5) = -14$ . Ответ:  $x_2 = 9$ ,  $k = -14$ .

## Вариант 2.

**1.** а)  $6x - 5x^2 = 0$ ;  $x(6 - 5x) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = 1,2$ .

б)  $25x^2 = 1$ ;  $x^2 = \frac{1}{25}$ ;  $x = \pm\frac{1}{5}$ .

в)  $4x^2 - 7x - 2 = 0$ ;  $D = 49 + 4 \cdot 4 \cdot 2 = 49 + 32 = 81$ ;  $x = \frac{7 \pm 9}{8}$ ;  $x = 2$  и  $x = -\frac{1}{4}$ .

г)  $4x^2 + 20x + 25 = 0$ ;  $(2x + 5)^2 = 0$ ;  $x = -2,5$ .

д)  $3x^2 + 2x + 1 = 0$ ;  $D = 2^2 - 4 \cdot 3 = 4 - 12 < 0$  - нет решений.

е)  $\frac{x^2 - 5x}{2} - 3 = 0$ ;  $x^2 - 5x - 6 = 0$ ;  $D = 25 + 4 \cdot 6 = 25 + 24 = 49$ ;  $x = \frac{5 \pm 7}{2}$ ;  $x = -1$  и  $x = 6$ .

**2.**  $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$ ;  $x^2 = a$ ;  $a^2 - 29a + 100 = 0$ ;  $D = 29^2 - 400 = 441$ ;  $a = \frac{29 \pm 21}{2}$ ;

1)  $a = 4$ ;  $x^2 = 4$ ;  $x = \pm 2$ .

2)  $a = 25$ ;  $x^2 = 25$ ;  $x = \pm 5$ . Ответ:  $\pm 2$  и  $\pm 5$ .

$$3. \frac{3x^2+7x-6}{4-9x^2} = \frac{(3x-2)(x+3)}{(2-3x)(2+3x)} = -\frac{x+3}{3x+2}.$$

4.  $x^2 - 26x + q = 0$ . По теореме Виета  $x_1x_2 = q$ ,  $x_1 + x_2 = 26$ , значит,  $x_2 = 26 - x_1 = 26 - 12 = 14$ ;  $q = x_1x_2 = 12 \cdot 14 = 168$ . Ответ:  $x_2 = 14$ ,  $q = 168$ .

### Вариант 3.

1. а)  $21x - x^2 = 0$ ;  $x(21 - x) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = 21$ .

б)  $18x^2 = 162$ ;  $x^2 = 9$ ;  $x = \pm 3$ .

в)  $3x^2 + 8x - 3 = 0$ ;  $D = 8^2 + 4 \cdot 3 \cdot 3 = 64 + 36 = 100$ ;  $x = \frac{-8 \pm 10}{6}$ ;  $x = -3$  и  $x = \frac{1}{3}$ .

г)  $x^2 - 22x + 121 = 0$ ;  $(x - 11)^2 = 0$ ;  $x = 11$ .

д)  $4x^2 + 2x + 1 = 0$ ;  $D = 4 - 4 \cdot 4 < 0$  - нет решений.

е)  $x^2 - \frac{11x+2}{6} = 0$ ;  $6x^2 - 11x - 2 = 0$ ;  $D = 11^2 + 4 \cdot 6 \cdot 2 = 121 + 48 = 169$ ;  $x = \frac{11 \pm 13}{12}$ ;  $x = 2$  и  $x = -\frac{1}{6}$ .

2.  $x^4 - 35x^2 - 36 = 0$ ;  $x^2 = a$ ;  $a^2 - 35a - 36 = 0$ ;  $a = -1$ ,  $a = 36$ .

1)  $a = -1$ ;  $x^2 = -1$  нет корней.

2)  $a = 36$ ;  $x^2 = 36$ ;  $x = \pm 6$ . Ответ:  $\pm 6$ .

3.  $\frac{5x^2+3x-2}{25x^2-4} = \frac{(x+1)(5x-2)}{(5x-2)(5x+2)} = \frac{x+1}{5x+2}$ .

4.  $x^2 + px + 72 = 0$ . По теореме Виета  $x_1x_2 = 72$ ,  $x_1 + x_2 = -p$ , значит,  $x_2 = \frac{72}{x_1} = \frac{72}{-9} = -8$ ;  $p = -(x_1 + x_2) = -(-9 - 8) = 17$ . Ответ:  $x_2 = -8$ ,  $p = 17$ .

### Вариант 4.

1. а)  $6x^2 - 3x = 0$ ;  $3x(2x - 1) = 0$ ;  $x = 0$  и  $x = \frac{1}{2}$ .

б)  $25x^2 = 81$ ;  $x^2 = \frac{81}{25}$ ;  $x = \pm \frac{9}{5} = \pm 1,8$ .

в)  $3x^2 - 7x - 6 = 0$ ;  $D = 7^2 + 4 \cdot 3 \cdot 6 = 49 + 72 = 121$ ;  $x = \frac{7 \pm 11}{6}$ ;  $x = 3$  и  $x = -\frac{2}{3}$ .

г)  $9x^2 + 24x + 16 = 0$ ;  $(3x + 4)^2 = 0$ ;  $x = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}$ .

д)  $2x^2 + 6x + 7 = 0$ ;  $D = 6^2 - 4 \cdot 2 \cdot 7 = 36 - 8 \cdot 7 < 0$  — нет решений.

е)  $x^2 - \frac{9x+2}{5} = 0$ ;  $5x^2 - 9x - 2 = 0$ ;  $D = 9^2 + 4 \cdot 5 \cdot 2 = 81 + 40 = 121$ ;  $x = \frac{9 \pm 11}{10}$ ;  $x = 2$  и  $x = -0,2$ .

**2.**  $x^4 + x^2 - 2 = 0$ ;  $x^2 = a$ ;  $a^2 + a - 2 = 0$ ;  $a = 1$  и  $a = -2$ .

1)  $a = -2$ ;  $x^2 = -2$  — нет корней.

2)  $a = 1$ ;  $x^2 = 1$ ;  $x = \pm 1$ .

**3.**  $\frac{2x^2+11x-21}{4x^2-9} = \frac{(x+7)(2x-3)}{(2x-3)(2x+3)} = \frac{x+7}{2x+3}$ .

**4.**  $x^2 + 11x + c = 0$ . По теореме Виета  $x_1 x_2 = c$ ,  $x_1 + x_2 = -11$ , значит,  $x_2 = -11 - x_1 = -11 + 3 = -8$ ;  $c = x_1 x_2 = (-3) \cdot (-8) = 24$ . Ответ:  $x_2 = -8$ ,  $c = 24$ .

## К-6А.

### Вариант 1.

**1.**  $\frac{9}{x-2} - \frac{5}{x} = 2$ ;  $\frac{9x-5(x-2)-2x(x-2)}{x(x-2)} = 0$ ;  
 $\frac{9x-5x+10-2x^2+4x}{x(x-2)} = 0$ ;  $\frac{2x^2-8x-10}{x(x-2)} = 0$ ;  $\frac{x^2-4x-5}{x(x-2)} = 0$ ;

$\begin{cases} x^2 - 4x - 5 = 0 \\ x \neq 0; x \neq 2 \end{cases}$ ;  $D = 16 + 20 = 36$ ;

$\begin{cases} x = \frac{4 \pm 6}{2} \\ x \neq 0; x \neq 2 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} x = -1; x = 5 \\ x \neq 0; x \neq 2 \end{cases}$ ;

$x = 5$  и  $x = -1$ .

**2.**  $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ xy = 6 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} x = 4 + 2y \\ y(4 + 2y) = 6 \end{cases}$ ;

$\begin{cases} x = 4 + 2y \\ 2y^2 + 4y - 6 = 0 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} x = 4 + 2y \\ y^2 + 2y - 3 = 0 \end{cases}$ ;

$D = 4 + 4 \cdot 3 = 16$ ;  $\begin{cases} x = 4 + 2y \\ y = \frac{-2 \pm 4}{2} \end{cases}$ ;

$$\begin{cases} y = -3 \\ x = -2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = 1 \\ x = 6 \end{cases}.$$

Ответ:  $x_1 = -2$ ,  $y_1 = -3$ ;  $x_2 = 6$ ,  $y_2 = 1$ .

**3.** Пусть скорость мотоциклиста из  $A$  в  $B$   $x$ , тогда  $\frac{60}{x} + \frac{6}{60} = \frac{55}{x-10}$ ;  $\frac{60}{x} + \frac{1}{10} = \frac{55}{x-10}$ ; ОДЗ:  $x > 10$ ;  
 $\frac{600(x-10)+x(x-10)}{10x(x-10)} = \frac{550x}{10x(x-10)}$ ;  $600x - 6000 + x^2 - 10x - 550x = 0$ ;  $x^2 + 40x - 6000 = 0$ ;  $D_1 = 20^2 + 6000 = 6400$ ;  $x = -20 \pm 80$ ; так как  $x > 10$  то  $x = -20 + 80 = 60$ . Ответ: 60.

## Вариант 2.

**1.**  $\frac{3}{x} - \frac{12}{x-3} = 1$ ;  $\frac{3(x-3)-12x}{x(x-3)} = \frac{x(x-3)}{x(x-3)}$ ;

$$\frac{x^2-3x-3x+9+12x}{x(x-3)} = 0; \begin{cases} x^2 + 6x + 9 = 0 \\ x \neq 0; x \neq 3 \end{cases};$$

$$\begin{cases} (x+3)^2 = 0 \\ x \neq 0; x \neq 3 \end{cases}; x = -3.$$

**2.**  $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ xy - 10 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} y = 3x - 1 \\ x(3x - 1) = 10 \end{cases}$ ;

$$\begin{cases} y = 3x - 1 \\ 3x^2 - x - 10 = 0 \end{cases}; D = 1^2 + 4 \cdot 3 \cdot 10 = 121;$$

$$x = \frac{1 \pm 11}{6}; \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = 5 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3} \\ y_2 = -6 \end{cases}.$$

Ответ:  $x_1 = 2$ ,  $y_1 = 5$ ;  $x_2 = -1\frac{2}{3}$ ,  $y_2 = -6$ .

**3.** Пусть скорость лодки  $x$ , тогда  $\frac{28}{x-1} + \frac{16}{x+1} = 3$ ;  
 $\frac{27(x+1)+16(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{3(x^2-1)}{(x+1)(x-1)}$ ;  $\frac{27x+27+16x-16}{x^2-1} = \frac{3x^2-3}{x^2-1}$ ;

$$\frac{3x^2-44x-15}{x^2-1} = 0; \begin{cases} 3x^2 - 44x - 15 = 0 \\ x \neq \pm 1 \end{cases};$$

$$D_1 = 22^2 + 3 \cdot 15 = 484 + 45 = 529; x = \frac{22 \pm 23}{3};$$

так как  $x > 0$ , то  $x = \frac{22+23}{3} = 15$ . Ответ: 15.

### Вариант 3.

$$\begin{aligned} \boxed{1.} \quad \frac{14}{x-4} - \frac{4}{x} = 3; \quad \frac{14x-4(x-4)}{x(x-4)} = \frac{3x(x-4)}{x(x-4)}; \quad \frac{14x-4x+16}{x(x-4)} = \\ = \frac{3x^2-12x}{x(x-4)} \quad \left\{ \begin{array}{l} 3x^2 - 22x - 16 = 0 \\ x \neq 0; x \neq 4 \end{array} \right. ; \end{aligned}$$

$$D = 22^2 + 4 \cdot 3 \cdot 16 = 484 + 192 = 646; \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{22 \pm 26}{6} \\ x \neq 0; x \neq 4 \end{array} \right. ;$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 8; \\ x \neq 0; \end{array} \right. ; \quad x = -\frac{2}{3} ; \quad x = 8 \text{ и } x = -\frac{2}{3}.$$

$$\boxed{2.} \quad \left\{ \begin{array}{l} x - 5y = 3 \\ xy = 8 \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 5y + 3 \\ y(5y + 3) = 8 \end{array} \right. ;$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 5y + 3 \\ 5y^2 + 3y - 8 = 0 \end{array} \right. ; \quad D = 3^2 + 4 \cdot 5 \cdot 8 = 169;$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = \frac{-3 \pm 13}{10} \\ x = 5y + 3 \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} y_1 = 1 \\ x_1 = 8 \end{array} \right. \text{ или } \left\{ \begin{array}{l} y_2 = -1,6 \\ x_2 = -5 \end{array} \right. .$$

Ответ:  $x_1 = 8, y_1 = 1; x_2 = -1,6, y_2 = -5.$

$$\boxed{3.} \quad \text{Пусть скорость первого автомобиля } x, \text{ тогда } \frac{420}{x} + \\ + 2\frac{24}{60} = \frac{420}{x-20}; \quad \frac{420}{x} + \frac{12}{5} = \frac{420}{x-20}; \quad \frac{5 \cdot 420(x-20) + 12(x-20)}{5x(x-20)} = \\ = \frac{5 \cdot 420 \cdot x}{5x(x-20)};$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 12x^2 - 240x - 42000 = 0 \\ x \neq 0; x \neq 20 \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} x^2 - 20x - 3500 = 0 \\ x \neq 0; x \neq 20 \end{array} \right. ;$$

$$D_1 = 10^2 + 3500 = 3600; \quad x = 10 \pm 60, \text{ так как } x > 0, \text{ то} \\ x = 10 + 60 = 70. \text{ Ответ: } 70 .$$

### Вариант 4.

$$\boxed{1.} \quad \frac{18}{x} - \frac{46}{x-5} = 1; \quad \frac{18(x-5)-46x}{x(x-5)} = \frac{x(x-5)}{x(x-5)}; \quad \frac{18x-90-46x}{x(x-5)} = \\ = \frac{x^2-5x}{x(x-5)};$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + 23x + 90 = 0 \\ x \neq 0; x \neq 5 \end{array} \right. ; \quad D = 23^2 - 4 \cdot 90 = 529 - 360 =$$

$$= 169; \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{-23 \pm 13}{2} \\ x \neq 0; x \neq 5 \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} x = -5; \\ x \neq 0; \end{array} \right. ; \quad x = -18 ;$$

$$x = -5 \text{ и } x = -18.$$

$$\begin{aligned} \boxed{2.} \quad & \begin{cases} 7x - y = 5 \\ xy = 18 \end{cases} ; \quad \begin{cases} y = 7x - 5 \\ x(7x - 5) = 18 \end{cases} ; \\ & \begin{cases} y = 7x - 5 \\ 7x^2 - 5x - 18 = 0 \end{cases} ; \quad D = 5^2 + 4 \cdot 7 \cdot 18 = 25 + 504 = \\ & = 529; \quad \begin{cases} x = \frac{5 \pm 23}{14} \\ y = 7x - 5 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = 9 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -1\frac{2}{7} \\ y_2 = -14 \end{cases} . \\ \text{Ответ: } & x_1 = 2, \quad y_1 = 9; \quad x_2 = -1\frac{2}{7}, \quad y_2 = -14. \end{aligned}$$

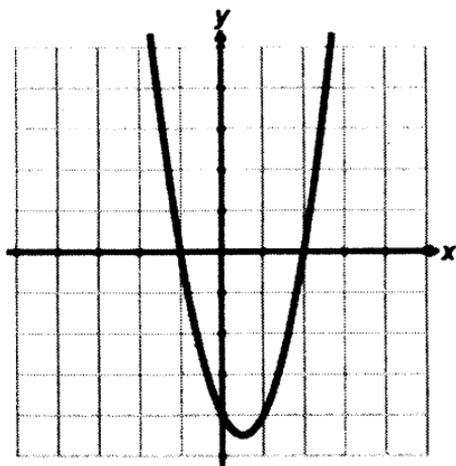
$$\begin{aligned} \boxed{3.} \quad & \text{Пусть скорость теплохода } x, \text{ тогда } \frac{54}{x+3} + \frac{42}{x-3} = \\ & = 4; \quad \frac{54(x-3)+42(x+3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{4(x^2-9)}{(x+3)(x-3)}; \\ & \begin{cases} 4x^2 - 96x = 0 \\ x \neq \pm 3 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x^2 - 24x = 0 \\ x \neq \pm 3 \end{cases} ; \\ & \begin{cases} x = 0; x = 24 \\ x \neq \pm 3 \end{cases}, \text{ так как } x > 0, \text{ то } x = 24. \text{ Ответ: } 24. \end{aligned}$$

**К-7А.**

**Вариант 1.**

$$\boxed{1.} \quad \text{При } -2x^2 + 5x + 3 = -4; \quad 2x^2 - 5x - 7 = 0; \quad D = \\ = 25 + 4 \cdot 2 \cdot 7 = 81; \quad x = \frac{5 \pm 9}{4}; \quad x_1 = -1, \quad x_2 = \frac{7}{2} = 3,5.$$

- $\boxed{2.}$  а)  $y(-1, 5) = -2,75$ .  
б)  $y = 3$  при  $x = 4, 5$  и при  $x = -2, 5$ .  
в)  $y > 0$  при  $x \in (-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$ .  
г)  $y$  - убывает при  $x < 1$ .

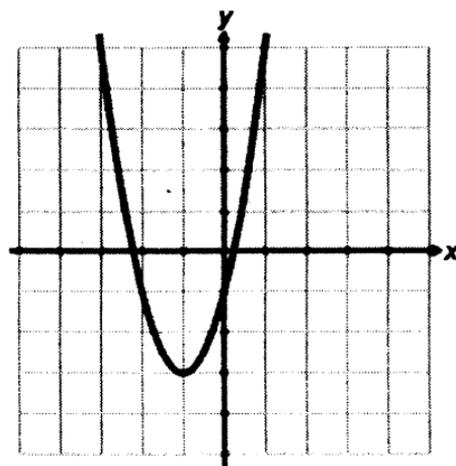


**3.**  $y = -5x^2 + 6x$   $y = -5x^2 + 6x$ ;  $y = -5\left(x - \frac{3}{5}\right)^2 + \frac{9}{5}$ ;  $y_{\max} = y\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{9}{5} = 1,8$ .

**Вариант 2.**

**1.** При  $-3x^2 + 7x + 1 = -5$ ;  $3x^2 - 7x - 6 = 0$ ;  $D = 49 + 4 \cdot 3 \cdot 6 = 121$ ;  $x = \frac{7 \pm 11}{6}$ ;  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = -\frac{2}{3}$ .

**2.**



а)  $y(1,5) = 6,25$ .

б)  $y = 4$  при  $x = 1,2$  и при  $x = -5,2$ .

в)  $y < 0$  при  $x \in (-4,4; 0,4)$ .

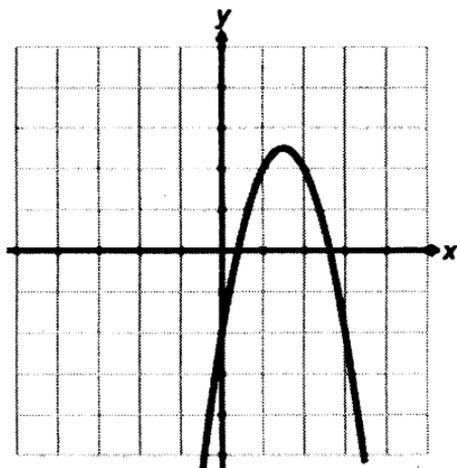
г)  $y$  - возрастает при  $x > -2$ .

**3.**  $y = 7x^2 - 4x$ ;  $y = 7(x - \frac{2}{7})^2 - \frac{4}{7}$ ;  $y_{min} = y(\frac{2}{7}) = -\frac{4}{7}$ .

### Вариант 3.

**1.** При  $2x^2 - 11x + 5 = -7$ ;  $2x^2 - 11x + 12 = 0$ ;  $D = 121 - 4 \cdot 2 \cdot 12 = 25$ ;  $x = \frac{11 \pm 5}{4}$ ;  $x_1 = 4$  и  $x_2 = 1,5$ .

**2.**



а)  $y(4,5) = 2,75$ .

б)  $y = 3$  при  $x = 1,6$  и при  $x = 4,4$ .

в)  $y > 0$  при  $x \in (0,8; 5,2)$ .

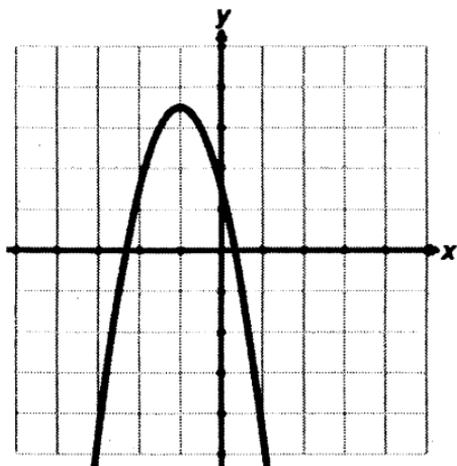
г)  $y$  - убывает при  $x > 3$ .

**3.**  $y = 3x^2 - 4x$ ;  $y = 3(x - \frac{2}{3})^2 - \frac{4}{3}$ ,  $y_{min} = y(\frac{2}{3}) = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}$ .

### Вариант 4.

1. При  $3x^2 - 7x - 8 = -2$ ;  $3x^2 - 7x - 6 = 0$ ;  
 $D = 49 + 4 \cdot 3 \cdot 6 = 121$ ;  $x = \frac{7 \pm 11}{6}$ ;  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = -\frac{2}{3}$ .

2.



а)  $y(1, 5) = -5, 24$ .

б)  $y = -2$  при  $x = -5$  и при  $x = 1$ .

в)  $y < 0$  при  $x \in (-\infty; -46) \cup (0, 6; +\infty)$ .

г)  $y$  - возрастает при  $x < -2$ .

3.  $y = -4x^2 + 5x$ ;  $y = -4(x - \frac{5}{8})^2 + \frac{25}{16}$ ;  $y_{max} = y(\frac{5}{8}) = \frac{25}{16} = 1\frac{9}{16}$ .

**К-8А.**

**Вариант 1.**

1. а)  $4x^2 - 4x - 15 < 0$ ;  $(2x - 5)(2x + 3) < 0$ ;  $-1,5 < x < 2,5$ .

б)  $x^2 - 81 > 0$ ;  $x^2 > 81$ ;  $x < -9$  или  $x > 9$ .

в)  $x^2 < 1,7x$ ;  $x(x - 1,7) < 0$ ;  $0 < x < 1,7$ .

г)  $x(x + 3) - 6 < 3(x + 1)$ ;  $x^2 - 9 < 0$ ;  $x^2 < 9$ ;  $-3 <$

$$< x < 3.$$

$$\boxed{2.} \text{ а) } (x+8)(x-3) > 0; \quad x < -8 \text{ или } x > 3.$$

$$\text{б) } \frac{5-x}{x+7} > 0; \quad -7 < x < 5.$$

$$\text{в) } x^3 - 64x < 0; \quad x(x-8)(x+8) < 0; \quad x < -8 \text{ или } 0 < x < 8.$$

$$\boxed{3.} \text{ При } x^2 - 2x - 35 \geq 0; \quad (x-7)(x+5) \geq 0; \quad x \leq -5 \text{ или } x \geq 7.$$

### Вариант 2.

$$\boxed{1.} \text{ а) } 2x^2 + 5x - 12 > 0; \quad (x+4)(2x-3) > 0. \quad x > 1,5 \text{ или } x < -4.$$

$$\text{б) } x^2 - 64 < 0; \quad x^2 < 64; \quad -8 < x < 8.$$

$$\text{в) } x^2 > 2,3x; \quad x(x-2,3) > 0; \quad x > 2,3 \text{ или } x < 0.$$

$$\text{г) } x(x-5) - 29 > 5(4-x); \quad x^2 - 49 > 0; \quad x^2 > 49; \quad x < -7 \text{ или } x > 7.$$

$$\boxed{2.} \text{ а) } (x-4)(x+7) < 0; \quad -7 < x < 4. \text{ б) } \frac{x-8}{x+3} > 0; \quad x < -3 \text{ или } x > 8.$$

$$\text{в) } x^3 - 49x > 0; \quad x(x-7)(x+7) > 0; \quad -7 < x < 0 \text{ или } x > 7.$$

$$\boxed{3.} \text{ При } x^2 + 4x - 45 \geq 0; \quad (x-5)(x+9) \geq 0; \quad x \leq -9 \text{ или } x \geq 5.$$

### Вариант 3.

$$\boxed{1.} \text{ а) } 3x^2 + 7x - 6 < 0; \quad (x+3)(3x-2) < 0; \quad -3 < x < \frac{2}{3}.$$

$$\text{б) } x^2 - 49 > 0; \quad x^2 > 49; \quad x < -7 \text{ или } x > 7.$$

$$\text{в) } x^2 < 3,4x; \quad x(x-3,4) < 0; \quad 0 < x < 3,4.$$

$$\text{г) } x(x+5) - 76 > 5(x-8); \quad x^2 - 36 > 0; \quad x^2 > 36; \quad x < -6 \text{ или } x > 6.$$

$$\boxed{2.} \text{ а) } (x-6)(x+9) > 0; \quad x < -9 \text{ или } x > 6.$$

б)  $\frac{12-x}{x+6} > 0$ ;  $-6 < x < 12$ .

в)  $x^3 - 100x < 0$ ;  $x(x-10)(x+10) < 0$ ;  $x < -10$  или  $0 < x < 10$ .

**3.** При  $x^2 + x - 72 \geq 0$ ;  $(x-8)(x+9) \geq 0$ ;  $x \leq -9$  или  $x \geq 8$ .

#### Вариант 4.

**1.** а)  $5x^2 - 17x - 12 > 0$ ;  $(x-4)(5x+3) > 0$ ;  $x > 4$  или  $x < -\frac{3}{5}$ .

б)  $x^2 - 121 < 0$ ;  $x^2 < 121$ ;  $-11 < x < 11$ .

в)  $x^2 > 4,7x$ ;  $x(x-4,7) > 0$ ;  $x > 4,7$  или  $x < 0$ .

г)  $x(x-7) - 18 > 7(9-x)$ ;  $x^2 > 81$ ;  $x < -9$  или  $x > 9$ .

**2.** а)  $(x+9)(x-3) < 0$ ;  $-9 < x < 3$ .

б)  $\frac{x-13}{x+8} > 0$ ;  $x < -8$  или  $x > 13$ .

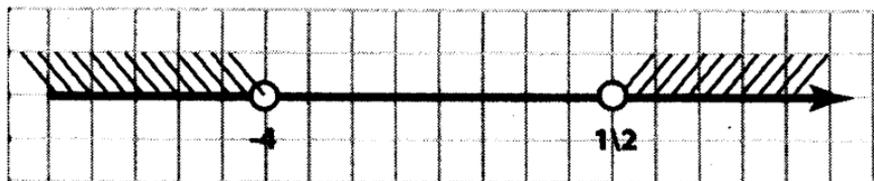
в)  $x^3 - 144x > 0$ ;  $x(x-12)(x+12) > 0$ ;  $-12 < x < 0$  или  $x > 12$ .

**3.** При  $x^2 - 3x - 40 \geq 0$ ;  $(x-8)(x+5) \geq 0$ ;  $x \leq -5$  или  $x \geq 8$ .

#### К-9А (итоговая).

#### Вариант 1.

**1.**  $2x^2 + 7x - 4 > 0$ ;  $(x+4)(2x-1) > 0$ ;  $x < -4$  или  $x > \frac{1}{2}$ .



$$\begin{aligned}
 \text{2. } & \sqrt{18}(\sqrt{6} - \sqrt{2}) - 3\sqrt{12} = \sqrt{9 \cdot 2}(\sqrt{6} - \sqrt{2}) - 3\sqrt{4 \cdot 3} = \\
 & = 3\sqrt{2}(\sqrt{6} - \sqrt{2}) - 3 \cdot 2\sqrt{3} = 3\sqrt{2 \cdot 6} - 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - 6\sqrt{3} = \\
 & = 6\sqrt{3} - 3 \cdot 2 - 6\sqrt{3} = -6.
 \end{aligned}$$

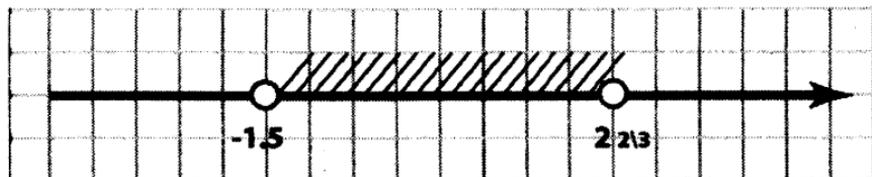
$$\begin{aligned}
 \text{3. } & \begin{cases} y - 5x = 1 \\ y^2 - 13x = 23 \end{cases} ; \quad \begin{cases} y = 5x + 1 \\ (5x + 1)^2 - 13x = 23 \end{cases} ; \\
 & \begin{cases} y = 5x + 1 \\ 25x^2 + 10x + 1 - 13x = 23 \end{cases} ; \quad \begin{cases} y = 5x + 1 \\ 25x^2 - 3x - 22 = 0 \end{cases} ; \\
 & D = 3^2 + 4 \cdot 25 \cdot 22 = 2209; \quad \begin{cases} x = \frac{3 \pm 47}{50} \\ y = 5x + 1 \end{cases} ; \\
 & \begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 6 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -\frac{22}{25} \\ y_2 = -\frac{17}{5} = -3\frac{2}{5} \end{cases} . \text{ Ответ: } x_1 = 1, y_1 = \\
 & = 6; x_2 = -\frac{22}{25}, y_2 = -3\frac{2}{5}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4. } & \text{Пусть мастер за один час изготавливает } x \text{ деталей, то-} \\
 & \text{гда ученик } x - 4, \text{ тогда } \frac{72}{x} + 2 = \frac{64}{x-4}; \quad \frac{72(x-4) + 2x(x-4)}{x(x-4)} = \\
 & = \frac{64x}{x(x-4)}; \quad \frac{72x - 288 + 2x^2 - 8x - 64x}{x(x-4)} = 0; \quad \frac{2x^2 - 288}{x(x-4)} = 0; \\
 & \begin{cases} x^2 = 144x \neq 0; \\ x \neq 4 \end{cases}, \text{ так как } x > 0, \text{ то } x = \sqrt{144} = 12, x - \\
 & - 4 = 8. \text{ Ответ: } 12 \text{ и } 8 \text{ деталей.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{5. } & y = x^2 - 4x + 3; \quad y = (x - 2)^2 - 1. \text{ Координаты верши-} \\
 & \text{ны параболы } (2; -1), \text{ точка пересечения с осью ординат} \\
 & (0; 3). x^2 - 4x + 3 = 0; \quad D_1 = 2^2 - 3 = 1; \quad x = 2 \pm 1; \quad x_1 = \\
 & = 3; \quad x_2 = 1. \text{ Точка пересечения с осью абсцисс } (1; 0) \text{ и} \\
 & (3; 0).
 \end{aligned}$$

## Вариант 2.

1.  $6x^2 - 7x - 24 < 0$ ;  $(2x + 3)(3x - 8) < 0$ ;  $-1,5 < x < 2\frac{2}{3}$ .



2.  $\sqrt{28}(\sqrt{14} - \sqrt{7}) - 2\sqrt{98} =$   
 $= \sqrt{7 \cdot 4}(\sqrt{2 \cdot 7} - \sqrt{7}) - 2\sqrt{49 \cdot 2} = 2\sqrt{7}(\sqrt{2 \cdot 7} - \sqrt{7}) -$   
 $- 2 \cdot 7\sqrt{2} = 2\sqrt{7 \cdot 7 \cdot 2} - 2\sqrt{7} \cdot \sqrt{7} - 14\sqrt{2} = 14\sqrt{2} - 2 \cdot 7 -$   
 $- 14\sqrt{2} = -14.$

3.  $\begin{cases} x - 4y = 3 \\ x^2 - 21y = 28 \end{cases}; \begin{cases} x = 4y + 3 \\ (4y + 3)^2 - 21y = 28 \end{cases};$   
 $16y^2 + 24y + 9 - 21y = 28; \quad 16y^2 + 3y - 19 = 0; \quad D =$   
 $= 9 + 4 \cdot 16 \cdot 19 = 1225; \quad y = \frac{-3 \pm 35}{32}; \quad \begin{cases} y_1 = 1 \\ x_1 = 7 \end{cases} \text{ или}$   
 $\begin{cases} y_2 = -\frac{19}{16} = -1\frac{3}{16} \\ x_2 = -\frac{7}{4} = -1\frac{3}{4} \end{cases}.$  Ответ:  $x_1 = 7, \quad y_1 = 1; \quad x_2 = -$   
 $-1\frac{3}{4}, \quad y_2 = -1\frac{3}{16}.$

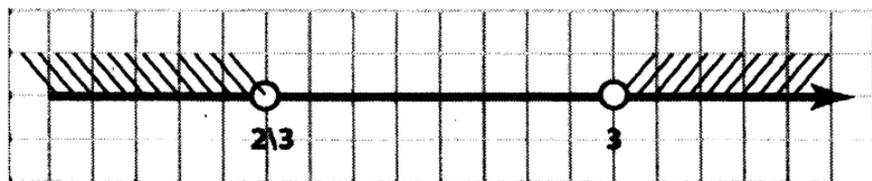
4. Пусть первая бригада изготавливает  $x$  деталей в день, тогда вторая  $x - 8$  деталей. Значит,  
 $\frac{240}{x} + 1 = \frac{240}{x-8}; \quad \frac{240(x-8) + x^2 - 8x}{x(x-8)} = \frac{240x}{x(x-8)};$   
 $\frac{240x - 1920 + x^2 - 8x - 240x}{x(x-8)} = 0; \quad \frac{x^2 - 8x - 1920}{x(x-8)} = 0; \quad D_1 = 4^2 +$   
 $+ 1920 = 1936; \quad \begin{cases} x = 4 \pm 44 \\ x \neq 0; \quad x \neq 8 \end{cases};$  так как  $x > 0$ , то  
 $x = 4 + 44 = 48, \quad x - 8 = 40.$  Ответ: 48 и 40 деталей.

5.  $y = -x^2 + 6x - 8; \quad y = -(x - 3)^2 + 1.$  Координаты вершины параболы  $(3; 1)$ , точка пересечения с осью ординат  $(0; -8)$ .  $x^2 - 6x + 8 = 0; \quad D_1 = 3^2 - 8 = 1; \quad x = 3 \pm 1; \quad x_1 =$   
 $= 2; \quad x_2 = 4.$  Точка пересечения с осью абсцисс  $(2; 0)$  и

(4; 0).

### Вариант 3.

1.  $3x^2 - 11x + 6 > 0$ ;  $(x - 3)(3x - 2) > 0$ ;  $x < \frac{2}{3}$  или  $x > 3$ .



2.  $\sqrt{12}(\sqrt{21} + \sqrt{3}) - 3\sqrt{28} =$   
 $= \sqrt{4 \cdot 3}(\sqrt{7 \cdot 3} + \sqrt{3}) - 3\sqrt{4 \cdot 7} = 2\sqrt{3}(\sqrt{3} \cdot \sqrt{7} + \sqrt{3}) -$   
 $- 3 \cdot 2\sqrt{7} = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{7} + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} - 6\sqrt{7} = 6\sqrt{7} + 2 \cdot 3 -$   
 $- 6\sqrt{7} = 6.$

3.  $\begin{cases} x - 2y = 6 \\ x^2 + 6y = 10 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 2y + 6 \\ (2y + 6)^2 + 6y = 10 \end{cases};$   
 $\begin{cases} x = 2y + 6 \\ 4y^2 + 24y + 36 + 6y = 10 \end{cases}; \quad 4y^2 + 30y + 26 = 0; \quad 2y^2 +$   
 $+ 15y + 13 = 0; \quad D = 15^2 - 4 \cdot 2 \cdot 13 = 225 - 104 =$   
 $= 121; \quad y = \frac{-15 \pm 11}{4}; \quad \begin{cases} y_1 = -1 \\ x_1 = 4 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y_2 = -6,5 \\ x_2 = -7 \end{cases}.$   
Ответ:  $x_1 = 4, y_1 = -1; x_2 = -7, y_2 = -6,5.$

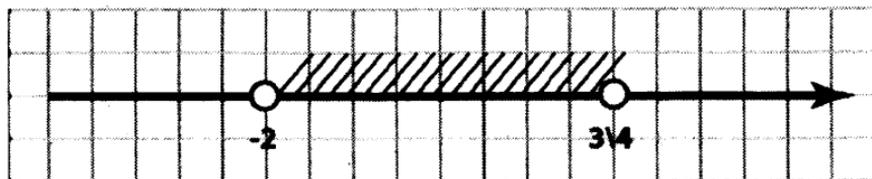
4. Пусть после усовершенствования резца токарь стал изготавливать  $x$  деталей в час, тогда  
 $\frac{120}{x-4} = \frac{120}{x} + 1; \quad \frac{120x}{x(x-4)} = \frac{120(x-4) + x^2 - 4x}{x(x-4)};$   
 $\frac{x^2 - 4x + 120x - 480 - 120x}{x(x-4)} = 0; \quad \frac{x^2 - 4x - 480}{x(x-4)} = 0; \quad D_1 = 2^2 + 480 =$   
 $= 484; \quad \begin{cases} x = 2 \pm 22 \\ x \neq 0; x \neq 4 \end{cases}; \quad \text{так как } x > 0, \text{ то } x = 2 + 22 =$   
 $= 24. \text{ Ответ: } 24 \text{ детали.}$

5.  $y = x^2 + 4x - 5; \quad y = (x + 2)^2 - 9.$  Координаты

вершины параболы  $(-2; -9)$ , точка пересечения с осью ординат  $(0; -5)$ .  $x^2 + 4x - 5 = 0$ ;  $D_1 = 2^2 + 5 = 9$ ;  $x = -2 \pm 3$ ;  $x_1 = 1$ ;  $x_2 = -5$ . Точка пересечения с осью абсцисс  $(1; 0)$  и  $(-5; 0)$ .

#### Вариант 4.

1.  $4x^2 + 5x - 6 < 0$ ;  $(x + 2)(4x - 3) < 0$ ;  $-2 < x < \frac{3}{4}$ .



2.  $\sqrt{24}(\sqrt{30} - \sqrt{6}) - 4\sqrt{45} =$   
 $= \sqrt{4 \cdot 6}(\sqrt{6 \cdot 5} - \sqrt{6}) - 4\sqrt{9 \cdot 5} = 2\sqrt{6}(\sqrt{6} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{6}) -$   
 $- 4 \cdot 3\sqrt{5} = 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{5} - 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} - 12\sqrt{5} = 12\sqrt{5} - 2 \cdot 6 -$   
 $- 12\sqrt{5} = -12.$

3.  $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ x^2 - 3y = -5 \end{cases}; \begin{cases} x = 8 - 2y \\ (8 - 2y)^2 - 3y = -5 \end{cases};$   
 $64 - 32y + 4y^2 - 3y + 5 = 0$ ;  $4y^2 - 35y + 69 = 0$ ;  $D = 35^2 -$   
 $- 4 \cdot 4 \cdot 69 = 1225 - 1104 = 121$ ;  $y = \frac{35 \pm 11}{8}$ ;  $\begin{cases} y_1 = 2 \\ x_1 = 3 \end{cases}$

или  $\begin{cases} y_2 = \frac{23}{4} = 5\frac{3}{4} \\ x_2 = -3\frac{1}{2} \end{cases}$ . Ответ:  $x_1 = 3$ ,  $y_1 = 2$ ;  $x_2 = -$   
 $-3\frac{1}{2}$ ,  $y_2 = 5\frac{3}{4}$ .

4. Пусть бригада должна была изготавливать  $x$  деталей в день, тогда  $\frac{360}{x+4} + 1 = \frac{360}{x}$ ;  $\frac{360x + x^2 + 4x}{x(x+4)} = \frac{360(x+4)}{x(x+4)}$ ;  
 $\frac{x^2 + 360x + 4x - 360x - 1440}{x(x+4)} = 0$ ;  $\frac{x^2 + 4x - 1440}{x(x+4)} = 0$ ;  
 $\begin{cases} x^2 + 4x - 1440 = 0 \\ x \neq 0; x \neq -4 \end{cases}$ ;  $D_1 = 2^2 + 1440 = 1444$ ;  $x =$   
 $= -2 \pm 38$ , так как  $x > 0$ , то  $x = -2 + 38 = 36$ . Ответ: 36

деталей.

**5.**  $y = -x^2 + 6x - 5$ ;  $y = -(x - 3)^2 + 4$ . Координаты вершины параболы  $(3; 4)$ , точка пересечения с осью ординат  $(0; -5)$ .  $x^2 - 6x + 5 = 0$ ;  $D_1 = 3^2 - 5 = 4$ ;  $x = 3 \pm 2$ ;  $x_1 = 1$ ;  $x_2 = 5$ . Точка пересечения с осью абсцисс  $(1; 0)$  и  $(5; 0)$ .

## ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ ПО ТЕМАМ (УЧЕБНИК А.Н. ТИХОНОВА)

### Неравенства

**1.** Число  $a$  больше числа  $b$ , если разность  $a$  и  $b$  положительна. Число  $a$ , меньше числа  $b$ , если разность  $a$  и  $b$  отрицательна.

а)  $a < b$

б)  $a = b$ .

в)  $a > b$ .

**2.** а)  $(a - 4)(a + 7) - (a + 5)(a - 2) = -18 < 0$ . Так что  $(a - 4)(a + 7) < (a + 5)(a - 2)$ .

б)  $\frac{a(6-a)}{9} - 1 = \frac{-a^2+6a-9}{9} = \frac{-(a-3)^2}{9} \leq 0$ ,  $\frac{a(6-a)}{9} \leq 1$ .

**3.** Если  $a < b$  и  $b < c$ , то  $a < c$ . Если к обеим частям прибавить одно и тоже число, то знак неравенства не изменится. Если обе части неравенства умножить на одно и тоже положительное число, то знак неравенства не изменится. Если обе части неравенства умножить на одно и тоже отрицательное число, то знак неравенства измениться на противоположный.

а)  $a < b$

б)  $a > b$

, так что  $a - 5 > b - 5$ ;  $13a > 13b$ ;  $-9a < -9b$ ;  $\frac{a}{6} > \frac{b}{6}$ .

**4.** При умножении неравенств одного знака, у которых левые и правые части положительны, получается неравенство этого же знака. Если  $a < b$ ,  $c < d$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  — положительные числа, то  $ac < bd$

а)  $2 < 7$

б)  $a > 2$ ,  $b > 40$ ,  $ab > 80$ ,  $ab - 4 > 76$ .

**5.** При сложении неравенств одинакового знака получается неравенство того же знака. Если

$$a > b, c > d, \text{ то } a + c > b + d$$

а)  $6 > -21$

б)  $a > 4, b > 3, 5a > 20, 3b > 9, 5a + 3b > 29.$

**6.** Неравенства со знаком  $>$  (больше) или  $<$  (меньше) называется строгими. Неравенства, содержащие знак  $\geq$  ( $\leq$ ) называются нестрогими.

а)  $6; -1.$

б)  $8; -2.$

**7.**  $4$  – является решением  $5x - 2 > 11$ . Решением неравенства с одним неизвестным называется то значение неизвестного, при котором это неравенство обращается в верное числовое равенство. Решить неравенство – найти все его решения или установить, что их нет.

**8.** Свойство 1. Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую, изменив знак этого члена на противоположный, знак неравенства не меняется. Свойство 2. Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же не равное нулю число, если число положительно, то знак неравенства не меняется, если число отрицательное, то знак неравенства меняется на противоположный.

а)  $x - 6 > 4, x > 10$  (свойство 1),

б)  $8x > 32, x > 4$  (свойство 2),

в)  $-3x < -9, x > 3$  (свойство 2),

г)  $\frac{x}{5} < 1, x < 5$  (свойство 2).

**9.** а)  $4(2x - 1) - 3(x + 2) > 5, 5x - 10 > 5, 5x > 15, x > 3.$

б)  $\frac{x-1}{4} - x < 0, x - 1 - 4x < 0, 3x > -1, x > -\frac{1}{3}.$

**10.** 5 является решением  $\begin{cases} 3x + 4 > 11 \\ 12 - 2x < 5 \end{cases}$

Решением системы неравенств с одним неизвестным называется то значение неизвестного, при котором все неравенства системы обращаются в верные равенства. Решить систему неравенств – найти все решения или установить, что их нет.

**11.** а)  $\begin{cases} 2(3x - 1) - (x + 8) < 0 \\ 3 - 5x < 11 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x - 10 < 0 \\ 5x > -8 \end{cases}$

$$\begin{cases} x < 2 \\ x > -\frac{8}{5} \end{cases}; \quad -1\frac{3}{5} < x < 2.$$

б)  $\begin{cases} \frac{x-1}{4} + \frac{x}{3} < 7 \\ 3x - 1 < 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 3 + 4x < 7 \\ 3x < 6 \end{cases}$

$$\begin{cases} 7x < 10 \\ 3x < 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x < \frac{10}{7} \\ x < 2 \end{cases}$$

**12.** а)  $5x - 1 < 4. \quad -4 < 5x - 1 < 4. \quad -3 < 5x < 5. \quad -\frac{3}{5} < x < 1.$

б)  $3 - 2x > 7. \quad 3 - 2x < -7 \quad 3 - 2x > 7. \quad x > 5 \quad b \quad x < -2.$

### Приближенные вычисления.

**1.** Модуль разности между точным значением величины и ее приближенным значением – абсолютная погрешность приближенная. а) 0,003. б) 0,0(3).

**2.**  $a - h \leq a + h; \quad 1,22 \leq x \leq 1,26.$

**3.**  $x = 6,3 \pm 0,1; \quad x$  – может быть равным 6,35 ; 6,22 но  $x \neq 6,43.$

**4.**  $0,44 - \frac{1}{7} = -0,0028\dots \quad \frac{1}{7} \pm 0,01 \quad 0,14.$

**5.** Если первая отбрасываемая цифра меньше 5, то нуж-

но округлять с недостатком, а если эта цифра больше или равна 5, то нужно округлять с избытком.

$$186,516 \approx 186,52 \approx 186,5 \approx 187 \approx 190 \approx 200.$$

**6.** а)  $8,26 \approx 8,3 = \frac{83}{10}$ ;

б)  $1,33 \approx 1,3 = \frac{13}{10}$ ;

в)  $\frac{1}{7} \approx 0,1 = \frac{1}{10}$ ;

г)  $\frac{5}{6} \approx 0,8 = \frac{8}{10}$ ;

д)  $\frac{5}{3} \approx 2,7 = \frac{27}{10}$ ;

**7.** Относительная погрешность – частное от деления абсолютной погрешности на модуль приближенного значения.

а)  $5,16 \approx 5$ .  $\Delta = 5,16 - 5 = 0,16$ ,  $\Delta = \frac{0,16}{5} = 0,032$ .

б)  $9,731 \approx 10$ .  $\Delta = 9,731 - 10 = -0,269$ ,  $\Delta = \frac{0,269}{10} = 0,0269$ .

в)  $0,916 \approx 1$ .  $\Delta = 0,916 - 1 = -0,084$ ,  $\Delta = \frac{0,084}{1} = 0,084$ .

**8.** а)  $\Delta = \frac{\frac{1}{16} - 0,16}{0,16} = \frac{1}{24}$ ;

б)  $\Delta = \frac{\frac{5}{13} - 1,7}{1,7} = \frac{1}{51}$ ;

**9.** а)  $\Delta \leq \frac{1}{46}$ ;

б)  $\Delta \leq \frac{0,1}{46,1}$ ;

**10.** Стандартный вид числа – его запись в виде  $a \cdot 10^n$ , где  $0 \leq a < 10$ ,  $n$  – целое число.  $4,1 \cdot 10^5$ ;  $1,88 \cdot 10^{-11}$  – запись в стандартном виде.

**11.** а)  $12,64 = 1,264 \cdot 10$ .

б)  $124,8 = 1,248 \cdot 10^2$ .

в)  $0,276 = 2,76 \cdot 10^{-1}$ .

г)  $0,0144 = 1,44 \cdot 10^{-2}$ .

### **Квадратные корни**

**1.** а) 24, 24, 1;

б) -8, 26, -16, 24, 1, 0;

в)  $\frac{1}{3}$  ; 1,6; -0,25 .

2. а)  $\frac{1}{8} = 0,125$  ;  $\frac{4}{25} = 0,16$  ;  $\frac{5}{6} = 0,8(3)$  ;  $2\frac{4}{11} = 2,(36)$  ;  
б)  $0,(8) = \frac{8}{9}$  ;  $0,(25) = \frac{25}{99}$  ;  $4,1(6) = 4\frac{1}{6}$ .

3. Иррациональные числа – бесконечные десятичные непериодические дроби. Действительные числа состоят из иррациональных и рациональных  $\frac{2}{3}$  ;  $\frac{4}{5}$  – рациональные;  $\sqrt{2}$  ;  $\sqrt{3}$  – иррациональные.

4. Арифметический квадратный корень из числа  $a$  – неотрицательное число, квадрат которого равен  $a$ .  $7 = \sqrt{49}$  ;  
 $0,6 \neq \sqrt{3,6}$  ;  $-9 \neq \sqrt{81}$ .

5. а) верно.  
б) неверно.  
в) неверно.

6. а)  $2\sqrt{36} - 3\sqrt{121} = 12 - 33 = -21$  ;  
б)  $5\sqrt{1,44} + 6\sqrt{0,01} = 6 + 0,6 = 6,6$  ;  
в)  $\sqrt{18 \cdot 2} - 3\sqrt{20 \cdot 5} = 6 - 30 = -24$  .

7.  $\sqrt{a}$  имеет смысл при  $a=36$  ,  $a=18$ , и не имеет смысл при  $a = -4$ .  $\sqrt{a}$  имеет смысл при  $a \geq 0$ .

8.  $\sqrt{a^2} = a$  – тождество.

а)  $\sqrt{(3,4)^2} = 3,4$  ;

б)  $\sqrt{(-1,6)^2} = 1,6$  ;

в)  $2\sqrt{(0,9)^2} = 2 \cdot 0,9 = 1,8$  ;

г)  $\sqrt{2^6} = \sqrt{8^2} = 8$  ;

д)  $\sqrt{3^8} = \sqrt{81^2} = 81$ .

9.  $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = 2 - \sqrt{5} = \sqrt{5} - 2$ .

**10.** Если  $a \geq 0$   $b \geq 0$ , то  $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ , то есть корень из произведения неотрицательных множителей равен произведению корней из этих множителей.

а)  $\sqrt{16 \cdot 121} = 4 \cdot 11 = 44$ ;

б)  $\sqrt{72 \cdot 8} = \sqrt{64 \cdot 9} = 24$ ;

в)  $\sqrt{18} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{36} = 6$ ;

г)  $\sqrt{0,3} \cdot \sqrt{1,2} = \sqrt{0,36} = 0,6$ .

**11.** Корень из любой дроби равен корню из числителей, деленному на корень из знаменателей. Если  $a \geq 0$   $b > 0$ , то  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ .

а)  $\sqrt{\frac{25}{81}} = \frac{5}{9}$ ;

б)  $\sqrt{\frac{4,9}{10}} = \sqrt{0,49} = 0,7$ ;

в)  $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{25} = 5$ ;

г)  $\frac{\sqrt{0,72}}{\sqrt{8}} = \sqrt{0,09} = 0,3$ .

**12.** а)  $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ ;

б)  $\sqrt{16x} = 4\sqrt{x}$ ;

в)  $\sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$ ,  $a \geq 0$ ;

г)  $\sqrt{12a^6} = 2a^3\sqrt{3}$ ,  $a \geq 0$ .

**13.** а)  $6\sqrt{5} = \sqrt{36 \cdot 5} = \sqrt{180}$ ;

б)  $0,1\sqrt{a} = \sqrt{0,01a}$ ;

в)  $a\sqrt{12} = \sqrt{12a^2}$ ,  $a \geq 0$ .

**14.** а)  $5\sqrt{128} + 3\sqrt{2} - 6\sqrt{72} = 40\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 36\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$ ;

б)  $(\sqrt{12} + \sqrt{3})^2 = 12 + 2\sqrt{36} + 3 = 27$ ;

в)  $(2\sqrt{3} + 3\sqrt{5})(2\sqrt{3} - 3\sqrt{5}) = (2\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{5})^2 = -33$ .

**15.** а)  $\frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{2}$ ;

б)  $\frac{12}{2\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{6} = 2\sqrt{3}$ ;

в)  $\frac{4}{\sqrt{5}-1} = \frac{4(\sqrt{5}+1)}{4} = \sqrt{5} + 1$ ;

$$\text{г) } \frac{2}{3+\sqrt{2}} = \frac{2(3-\sqrt{2})}{5}.$$

$$\boxed{16.} \quad \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}.$$

### Квадратные уравнения

**1.** Квадратное уравнение – уравнение вида  $ax^2 + bx + c = 0$ , где  $a, b, c$  – заданные числа,  $a \neq 0$  и  $x$  – неизвестное. Неполное квадратное уравнение – квадратное уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$ , в котором хотя бы один из коэффициентов  $b$  или  $c$  равен нулю:  $x^2 - 4 = 0$ . Приведенное квадратное уравнение – квадратное уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$ , в котором  $a = 1$ :  $x^2 + 6x - 7 = 0$ .

$$\boxed{2.} \quad \text{а) } 3x^2 - 0,27 = 0; x^2 = 0,09; x = \pm 0,3;$$

$$\text{б) } 2x^2 - 32 = 0; x^2 = 16; x = \pm 4;$$

$$\text{в) } x^2 - 7x = 0; x(x - 7) = 0; x = 0 \quad x = 7;$$

$$\text{г) } 7x^2 + 3x = 0; x(7x + 3) = 0; x = 0 \quad x = -\frac{3}{7};$$

$$\text{д) } 4,2x^2 = 0; x = 0;$$

$$\text{е) } 9x^2 + 1 = 0 - \text{нет решений.}$$

$$\boxed{3.} \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}. \quad 0, x^2 + bx + c = 0.$$

$$\text{а) } D > 0.$$

$$\text{б) } D = 0.$$

$$\text{в) } D < 0.$$

$$\boxed{4.} \quad \text{а) } 3x^2 + 13x - 10 = 0. x = \frac{-13 \pm 17}{6}; x = -5 \quad x = \frac{2}{3};$$

$$\text{б) } 5x^2 \pm 2x - 3 = 0; x = \frac{2 \pm 8}{10}; x = 1 \quad x = -\frac{3}{5};$$

$$\text{в) } x^2 - 5x + 6 = 0; x = \frac{5 \pm 1}{2}; x = 2 \quad x = 3;$$

$$\text{г) } 2x^2 + 8x + 15 = 0; D < 0.$$

**5.** Теорема Виета: Если  $x_1$  и  $x_2$  – корни уравнения  $x^2 + px + q = 0$ , то справедливо  $x_1 + x_2 = -p$  и  $x_1 x_2 = q$ .

Обратная теорема: Если числа  $p, q, x_1$  и  $x_2$  таковы, что  $x_1 + x_2 = -p$  и  $x_1 x_2 = q$ , то  $x_1$  и  $x_2$  – корни уравнения  $x^2 + px + q = 0$ .

- а)  $x_1 + x_2 = 41$ ;  $x_1 x_2 = 17$ ;  
 б)  $x_1 + x_2 = -19$ ;  $x_1 x_2 = -35$ ;  
 в)  $x_1 + x_2 = 17$ ;  $x_1 x_2 = 0$ ;  
 г)  $x_1 + x_2 = 0$ ;  $x_1 x_2 = -237$ ;  
 д)  $x_1 + x_2 = 3$ ;  $x_1 x_2 = -\frac{3}{2}$ ;  
 е)  $x_1 + x_2 = \frac{1}{3}$ ;  $x_1 x_2 = -4$ .

**6.** а)  $x=3$  и  $x=4$ ;

б)  $x=-4$  и  $x=3$ ;

**7.** а)  $2x^2 - 7x + 6 = 0$ ;  $x = \frac{7 \pm 1}{4}$ ;  $x = 2$   $x = \frac{3}{2}$ ;

б)  $4x^2 + 4x + 1 = 0$ ;  $(2x + 1)^2 = 0$   $x = -\frac{1}{2}$ ;

в)  $-3x^2 + 5x - 2 = 0$ ;  $x = \frac{-5 \pm 1}{-6}$ ;  $x = 1$   $x = \frac{2}{3}$ ;

**8.** а)  $x^2 - 7x + 6 = (x - 5)(x + 1)$ ;

б)  $x^2 + x - 30 = (x + 6)(x - 5)$ ;

в)  $4x^2 + 7x - 2 = (x + 2)(4x - 1)$ ;

г)  $-2x^2 + x + 1 = (x - 1)(-1 - 2x) = (-1 - x)(1 + 2x)$ ;

**9.** Биквадратное уравнение - уравнение  $ax^4 + bx^2 + c = 0$ ,  $a \neq 0$ ,  $9x^4 + bx^2 - 4 = 0$ ;

**10.** а)  $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$ ;  $x^2 = t$ ;  $t^2 - 17t + 16 = 0$ ;  $t = 1$   $t = 16$ ;  $x \pm 1$   $x \pm 4$ ;

б)  $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$ ;  $x^2 = t$ ;  $t^2 + 5t - 36 = 0$ ;  $t = -9$   $t = 4$ ;  
 $x \pm 2$ ;

**11.** а)  $\frac{2x-1}{3x+4} = \frac{x+7}{x-1}$ ;

$\left\{ \begin{array}{l} (2x-1)(x-1) = (x+7)(3x+4) \\ (3x+4)(x-1) \neq 0 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x^2 + 28x + 27 = 0 \\ x \neq 1, x \neq -\frac{4}{3} \end{array} \right.$

б)  $\frac{8}{2x-1} = x + 3$ ;  $\left\{ \begin{array}{l} 8 = (x+3)(2x-1) \\ 2x-1 \neq 0 \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} 2x^2 + 5x - 11 = 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{-5 \pm \sqrt{113}}{4} \\ x \neq \frac{1}{2} \end{array} \right. ; x = \frac{-5 \pm \sqrt{113}}{4}$ ;

в)  $\frac{7}{x+2} - \frac{10}{x} = \frac{3}{x-2}$ ;

$$\begin{cases} 7x(x-2) - 10(x^2-4) = 3x(x+2) \\ x(x-2)(x+2) \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x^2 + 20x - 40 = 0 \\ x \neq 0, x \neq \pm 2 \end{cases}; x = \frac{-10 \pm \sqrt{340}}{6};$$

$$\text{г) } \frac{2x-2}{x+3} + \frac{x+3}{x-3} = 5; \begin{cases} (2x-2)(x-3) + (x+3)^2 = 5(x^2-9) \\ (x+3)(x-3) \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 + 2x - 60 = 0 \\ x \neq \pm 3 \end{cases}; x = -6 \text{ и } x = 5;$$

$$\boxed{12.} \text{ а) } \begin{cases} x(y+1) = -4 \\ x-y = 6 \end{cases}; \begin{cases} (6+y)(y+1) = -4 \\ x = 6+y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 = 7y + 10 = 0 \\ x = 6+y \end{cases}; \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = -5 \end{cases};$$

$$\text{б) } \begin{cases} x+y = 5 \\ xy = 6 \end{cases}; \begin{cases} x = 5-y \\ (5-y)y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5-y \\ y^2 - 5y + 6 = 0 \end{cases}; \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases};$$

$$\text{в) } \begin{cases} y^2 - 3x^2 = 52 \\ x-y = 14 \end{cases}; \begin{cases} (x-14)^2 - 3x^2 = 52 \\ y = x-14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 + 28x - 144 = 0 \\ y = x-14 \end{cases}; \begin{cases} x = -18 \\ y = -32 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 \\ y = -10 \end{cases};$$

**13.**  $V_1$  - скорость 1-го пешехода,  $V_2$  - 2-го, тогда  $V_2 = V_1 + 1$ ,  $V_2 > 0$ ,  $V_1 > 0$ ;

$$\frac{10}{\sqrt{V_1}} - \frac{1}{3} = \frac{10}{\sqrt{V_1+1}}; 30(V_1+1) - V_1(V_1+1) = 30V_1;$$

$$V_1^2 + V_1 - 30 = 0; V_1 = 5 \text{ т.к. } V_1 > 0; V_2 = 6.$$

Ответ: 5 км/ч. И 6 км/ч.

### Квадратичная функция

**1.** Функция  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $a, b, c -$ ,  $a \neq 0$ ,  $x$  - действительная переменная, называется квадратичной функцией.

$$y = x^2 + 2; y = 5x^2 - 4x - 1.$$

**2.** а)  $x = 0$   $x = 8$ ;

б)  $x = \pm 3$ ;

в)  $x = -2$   $x = \frac{2}{5}$ ;

**3.**  $y = ax^2$

а)  $a > 0$ ,  $y \geq 0$  при всех  $x$ ,  $y = 0$  при  $x = 0$ ,  $y$  – возрастает при  $x > 0$ ,  $y$  – убывает при  $x < 0$ ;

б)  $a < 0$ ,  $y \leq 0$  при всех  $x$ ,  $y = 0$  при  $x = 0$ ,  $y$  – возрастает при  $x < 0$ ,  $y$  – убывает при  $x > 0$ ;

**4.**  $\frac{4}{5}$

**5.** при  $200 = a(-5)^2$ ;  $a = 8$ ;

**6.** а)  $y = x^2 - 4x + 7$ ;  $y = (x - 2)^2 + 3$  – (2; 3);

б)  $y = -2x^2 + 4x - 1$ ;  $y = -2(x - 1)^2 + 1$  – (1; 1);

**7.**  $y = 4x^2 - 6x - 18$ ; (0; -18) – точка пересечения с осью ординат,  $y = 0$  при  $x = \frac{6 \pm 18}{8}$ ; т.е. (3; 0) и  $(-\frac{3}{2}; 0)$  – .

**8.** см. рис. 72:

$y = 0$  при  $x = 4$  и  $x = -2$ ;  $y$  – возрастает при  $x < +1$  и  $y$  – убывает при  $x > 1$ ;  $y > 0$  при  $-2 < x < 4$   $y < 0$  при  $x < -2$   $x > 4$  наибольший  $-y(9)$ .

**9.** А(1,1), В(2,6) – принадлежат графику функции  $y = 5x^2 - 10x + 6$ ; С(-6, -126) – не принадлежит.

**10.**  $y = 3x^2 - 30x - 7$ ;  $y = 3(x - 5)^2 - 82$  у наименьший  $y(5) = -82$ .

### Квадратные неравенства

**1.** а) да,

б) нет,

в) нет,

г) да.

**2.**  $2x^2 - 7x + 6 < 0$ ,  $(x - 2)(2x - 3) < 0$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} x - 2 < 0 \\ 2x - 3 > 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x - 2 > 0 \\ 2x - 3 < 0 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x < \frac{2}{2} \\ x > \frac{3}{2} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x > 2 \\ x < \frac{3}{2} \end{array} \right.$$

**3.** а)  $x^2 - 10x + 21 < 0$ ,  $(x - 3)(x - 7) < 0$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} x - 3 < 0 \\ x - 7 > 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x - 3 > 0 \\ x - 7 < 0 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x < 3 \\ x > 7 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x > 3 \\ x < 7 \end{array} \right.$$

то есть  $3 < x < 7$ .

б)  $2x^2 + 6x - 7 > 0$ ,  $(x + 7)(x - 1) > 0$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 7 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x + 7 > 0 \\ x - 1 < 0 \end{array} \right.$$

$x > 1$  или  $x < -7$  в)  $2x^2 - 6x \leq 0$ ,  $2x(x - 3) \leq 0$ ,

$$\left\{ \begin{array}{l} x \leq 0 \\ x - 3 \geq 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x - 3 \leq 0 \end{array} \right.$$

$0 \leq x \leq 3$ ;

г)  $5x^2 - 8x \geq 0$   $x -$ ;

д)  $0,5x^2 - 3x + 4,5 \leq 0$ ,  $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ ,  $(x - 3)^2 \leq 0$ ;  $x = 3$ ;

е)  $8x^2 - 32 < 0$ ;  $x^2 < 4$ ;  $-2 < x < 2$ .

**4.**  $(x - 1)(x - 2)(x - 5) > 0$ ;

$1 < x < 2$   $x > 5$ ;  $x - 1 = 0$ ;  $x = 1$ ;  $x - 2 = 0$ ;  $x = 2$ ;  $x - 5 = 0$ ;  $x = 5$ ;

**5.** а)  $(x - 3)(x + 2) < 0$   $-2 < x < 3$ ;

б)  $(x + 6)(x - 4)(x - 7) \leq 0$ ;  $x \leq -6$ ;  $4 \leq x \leq 7$ ;

**6.**  $-9x \geq 0$ ;  $x(x - 3)(x + 3) \geq 0$ ;  $-3 \leq x \leq 0$ ;  $x \geq 3$

## Осенняя олимпиада.

**1.**  $10a + b$  – двузначное число,  $a \leq 9$ ,  $a > 0$  и  $b \leq 9$ ,  $b > 0$ .  $10a + b = 8(a + b)$ ;  $10a + b = 8a + 8b$ ;  $2a = 7b$ , так как  $a$  и  $b$  целые числа и  $a \leq 9$ ,  $a > 0$  и  $b \leq 9$ ,  $b > 0$ , то  $a = 7$ ,  $b = 2$ . Искомое число 72.

**2.** Пусть  $A$  – первый дом,  $B$  – второй дом,  $C$  – столовая, тогда  $AB = 1$ . Пусть  $AC = x$ , тогда  $1 - x$ . 30 человек из первой бригады пройдут путь  $30x$ , а 10 из второй  $10(1 - x)$ . Общий путь  $S = 30x + 10 + 10 - 10x = 20x + 10$ ;  $S$  наименьшее при  $x = 0$ , то есть столовую нужно расположить у дома первой бригады.

**3.**  $(x - 1)^2 y = 0$ ;  $\begin{cases} x - 1 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ ;  $x = 1$  или  $y = 0$ .

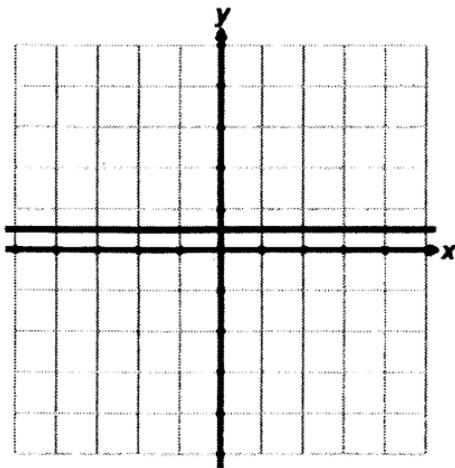
**4.** Пусть задуманное число это  $abcde$ , тогда  $\frac{abcde2}{2abcde} = 3$ ;  $3 \cdot (2abcde) = abcde2$ ;  $3 \cdot e = 2 + 10l$ ; значит  $e = 4$ , тогда,  $3 \cdot (2abcd4) = abcd42$ ;  $3d + 1 = 4 + 10k$ ; так что  $d = 1$ ;  $3 \cdot (2abc14) = abc142$ ;  $3 \cdot c = 1 + 10l$ , так что  $c = 7$ , то есть  $3 \cdot (2ab714) = ab7142$ ; значит,  $3b + 2 = 7 + 10m$ , так что  $b = 5$ , то есть  $3 \cdot (2a5714) = a57142$ ; тогда  $3a + 1 = 5 + 10n$ ;  $a = 8$ . Искомое число 85714.

**5.**  $2 = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ .

**6.** Пусть расстояние от  $A$  до  $B$   $s$  км, тогда время, потраченное на путь автобуса это:  $\frac{S}{80} + \frac{S}{40} + \frac{S}{40} = \frac{S}{16}$ ; а весь путь это  $S + S = 2S$ . Средняя скорость автобуса на всем пути  $\frac{2S}{\frac{S}{16}} = 32$ . Ответ: 32.

## Весенняя олимпиада.

- 1.** а)  $|y| = \frac{|x|}{x}$ ; при  $x > 0$ ;  $|y| = 1$ ;  $y = \pm 1$ ; при



$x < 0$ ,  $|y| = -1$  - нет решений.

б)  $|y| = x^2 - 1$ ; при  $x^2 - 1 \geq 0$ ;  $x \leq -1$  и  $x \geq 1$ ;  $y = \pm (x^2 - 1)$ . При  $x^2 - 1 < 0$  нет решений.

**2.** Пусть на координатной прямой было отмечено  $n$  точек, тогда  $(x_1 - 3) + (x_2 - 3) + \dots + (x_n - 3) =$   
 $= (x_1 + x_2 + \dots + x_n) - 3n = -27$ ; и  $(x_1 + 4) + (x_2 + 4) +$   
 $+ \dots + (x_n + 4) = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) + 4n =$   
 $= (x_1 + x_2 + \dots + x_n) + 32$ ;  $4n = 32$ ;  $n = 8$ ; и  $x_1 + x_2 +$   
 $+ \dots + x_n = -3$ .

**3.**  $y = |kx + p|$ , точка  $A(4; 2)$  принадлежит графику, значит,  $2 = |4k + p|$ ; часть  $y = |kx + p|$  параллельна  $3y - 6x = 4$ , то есть  $y = 2x + \frac{4}{3}$ ; откуда  $k = 2$  или  $k = -2$ ; и  $p = -10$ ;  $p = -6$ ; или  $p = 6$ ;  $p = 10$ . Ответ:  $k = 2$ ,  $p = -6$ ;  $k = 2$ ,  $p = -10$ ;  $k = -2$ ,  $p = 10$ ;  $k = -2$ ,  $p = 6$ .

**4.**  $f(x) = (x+1)(x+3)(x+5)(x+7) + 20 =$   
 $= (x^2 + x + 7x + 7)(x^2 + 3x + 5x + 15) + 20 =$   
 $= (x^2 + 8x + 7)(x^2 + 8x + 15) + 20$ . Пусть  $a = x^2 + 8x$ ,  
тогда  $f(a) = (a+7)(a+15) + 20 = a^2 + 7a + 15a + 105 +$   
 $+ 20 = a^2 + 22a + 125 = (a+11)^2 + 4 > 0$  при любом  $a$ , а  
значит и  $f(x) > 0$  при любом  $x$ .

**5.**  $x$  — целое и  $y$  — целое, тогда  $x^4$  и  $y^4$  могут заканчи-  
ваться на 1, 6, 5, 0, а значит,  $x^4 + y^4$  может заканчиваться  
на 0; 1; 2; 5; 6; 7.

**6.** Сумма цифр такого числа  $100 \cdot 3 + 300 = 600$ , значит,  
это число делится на 3, но не делится на 9. Такое число  
не может быть квадратом целого числа.

# Содержание.

Замостоятельные работы .....	4
Вариант 1 .....	4
С-1. Преобразование целого выражения в многочлен (повторение) .....	4
С-2. Разложение на множители (повторение) .....	5
С-3. Целые и дробные выражения .....	6
С-4. Основное свойство дроби. Сокращение дробей .	7
С-5. Сокращение дробей (продолжение) .....	9
С-6. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями .....	10
С-7. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями .....	12
С-8. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями (продолжение) .....	14
С-9. Умножение дробей .....	16
С-10. Деление дробей .....	17
С-11. Все действия с дробями .....	18
С-12. Функция .....	19
С-13. Рациональные и иррациональные числа .....	22
С-14. Арифметический квадратный корень .....	23
С-15. Решение уравнений вида $x^2=a$ .....	27
С-16. Нахождение приближенных значений квадратного корня .....	29
С-17. Функция $y=\sqrt{x}$ .....	30
С-18. Квадратный корень из произведения. Произведение корней .....	31
С-19. Квадратный корень из дроби. Частное корней .....	33
С-20. Квадратный корень из степени .....	34
С-21. Вынесение множителя из-под знака корня Внесение множителя под знак корня .....	37

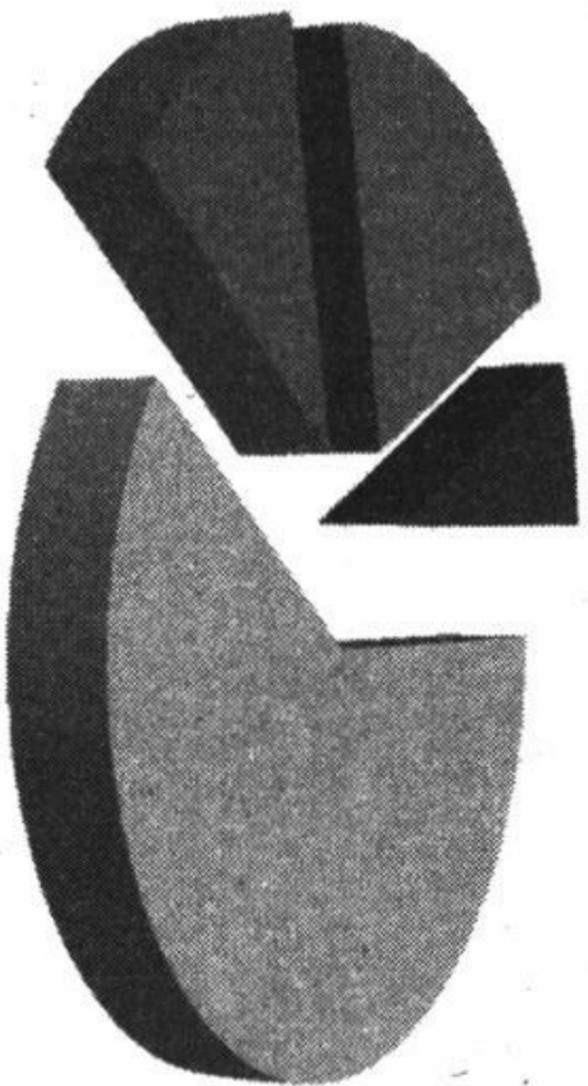
С-22. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни .....	39
С-23. Уравнения и их корни .....	42
С-24. Определение квадратного уравнения. Неполные квадратные уравнения .....	43
С-25. Решение квадратных уравнений .....	45
С-26. Решение квадратных уравнений (продолжение) .....	47
С-27. Теорема Виета .....	49
С-28. Решение задач с помощью квадратных уравнений .....	50
С-29. Разложение квадратного трехчлена на множители. Биквадратные уравнения .....	51
С-30. Дробные рациональные уравнения .....	53
С-31. Решение задач с помощью рациональных уравнений .....	58
С-32. Сравнение чисел (повторение) .....	59
С-33. Свойства числовых неравенств .....	60
С-34. Сложение и умножение неравенств .....	62
С-35. Доказательство неравенств .....	63
С-36. Оценка значения выражения .....	65
С-37. Оценка погрешности приближения .....	66
С-38. Округление чисел .....	67
С-39. Относительная погрешность .....	68
С-40. Пересечение и объединение множеств .....	68
С-41. Числовые промежутки .....	69
С-42. Решение неравенств .....	74
С-43. Решение неравенств (продолжение) .....	76
С-44. Решение систем неравенств .....	78
С-45. Решение неравенств .....	81
С-46. Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля .....	83
С-47. Степень с целым показателем .....	87
С-48. Преобразование выражений, содержащих	

степени с целым показателем .....	88
С-49. Стандартный вид числа .....	91
С-50. Запись приближенных значений .....	92
С-51. Элементы статистики .....	93
С-52. Понятие функции. График функции (повторение) .....	95
С-53. Определение квадратичной функции .....	99
С-54. Функция $y=ax^2$ .....	100
С-55. График функции $y=ax^2+bx+c$ .....	101
С-56. Решение квадратных неравенств .....	102
С-57. Метод интервалов .....	105
Вариант 2 .....	108
С-1. Преобразование целого выражения в многочлен (повторение) .....	108
С-2. Разложение на множители (повторение) .....	109
С-3. Целые и дробные выражения .....	110
С-4. Основное свойство дроби. Сокращение дробей .....	111
С-5. Сокращение дробей (продолжение) .....	112
С-6. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями .....	114
С-7. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями .....	116
С-8. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями (продолжение) .....	117
С-9. Умножение дробей .....	118
С-10. Деление дробей .....	119
С-11. Все действия с дробями .....	120
С-12. Функция .....	121
С-13. Рациональные и иррациональные числа .....	123
С-14. Арифметический квадратный корень .....	124
С-15. Решение уравнений вида $x^2=a$ .....	127
С-16. Нахождение приближенных значений квадратного корня .....	129

С-17. Функция $y = \sqrt{x}$ .....	130
С-18. Квадратный корень из произведения. Произведение корней .....	131
С-19. Квадратный корень из дроби. Частное корней .....	133
С-20. Квадратный корень из степени .....	134
С-21. Вынесение множителя из-под знака корня Внесение множителя под знак корня .....	137
С-22. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни .....	138
С-23. Уравнения и их корни .....	141
С-24. Определение квадратного уравнения. Неполные квадратные уравнения .....	142
С-25. Решение квадратных уравнений .....	144
С-26. Решение квадратных уравнений (продолжение) .....	146
С-27. Теорема Виета .....	148
С-28. Решение задач с помощью квадратных уравнений .....	149
С-29. Разложение квадратного трехчлена на множители. Биквадратные уравнения .....	150
С-30. Дробные рациональные уравнения .....	152
С-31. Решение задач с помощью рациональных уравнений .....	157
С-32. Сравнение чисел (повторение) .....	158
С-33. Свойства числовых неравенств .....	160
С-34. Сложение и умножение неравенств .....	161
С-35. Доказательство неравенств .....	162
С-36. Оценка значения выражения .....	163
С-37. Оценка погрешности приближения .....	165
С-38. Округление чисел .....	165
С-39. Относительная погрешность .....	166
С-40. Пересечение и объединение множеств .....	166
С-41. Числовые промежутки .....	167

С-42. Решение неравенств .....	172
С-43. Решение неравенств (продолжение) .....	174
С-44. Решение систем неравенств .....	176
С-45. Решение неравенств .....	179
С-46. Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля .....	181
С-47. Степень с целым показателем .....	185
С-48. Преобразование выражений, содержащих степени с целым показателем .....	187
С-49. Стандартный вид числа .....	189
С-50. Запись приближенных значений .....	190
С-51. Элементы статистики .....	192
С-52. Понятие функции. График функции (повторение) .....	193
С-53. Определение квадратичной функции .....	197
С-54. Функция $y=ax^2$ .....	199
С-55. График функции $y=ax^2+bx+c$ .....	200
С-56. Решение квадратных неравенств .....	201
С-57. Метод интервалов .....	203
Контрольные работы .....	206
Вариант 1 .....	206
К-1 .....	206
К-2 .....	208
К-3 .....	212
К-4 .....	215
К-5 .....	218
К-6 .....	221
К-7 .....	223
К-8 .....	226
К-9 .....	229
К-10 (итоговая) .....	232
Вариант 2 .....	236
К-1А .....	236
К-2А .....	238

К-3А .....	242
К-4А .....	243
К-5А .....	246
К-6А .....	249
К-7А .....	252
К-8А .....	255
К-9А (итоговая) .....	257
Итоговое повторение по темам .....	263
Осенняя олимпиада .....	274
Весенняя олимпиада .....	275



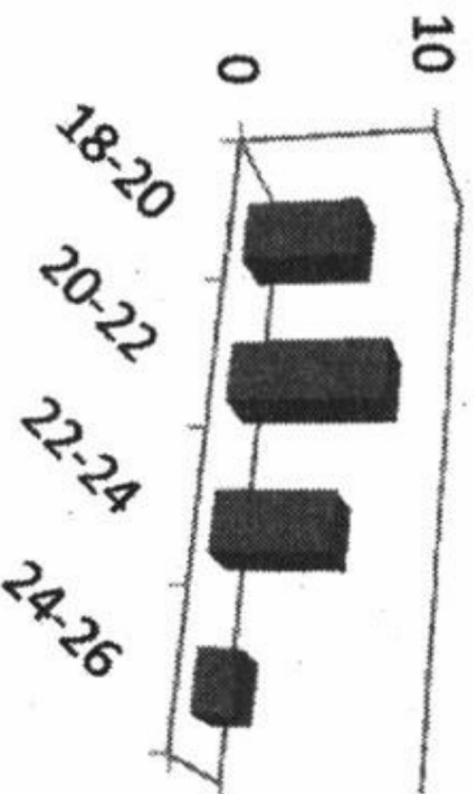
■ Пшеница

■ Овес

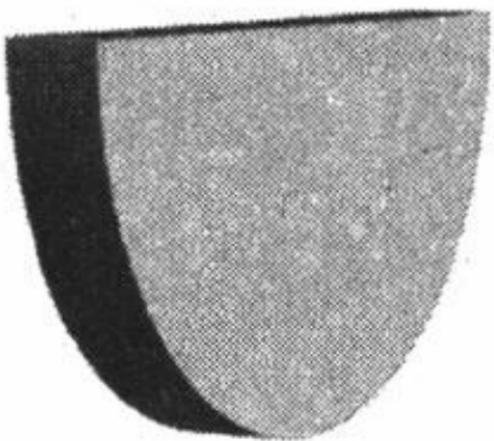
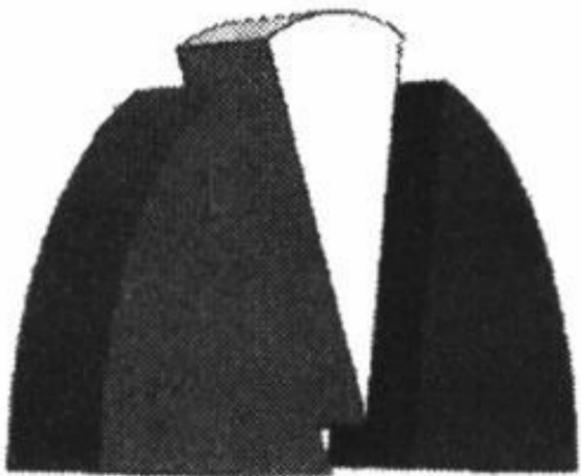
■ Просо

■ Гречиха

# Число токарей



■ Число  
токарей



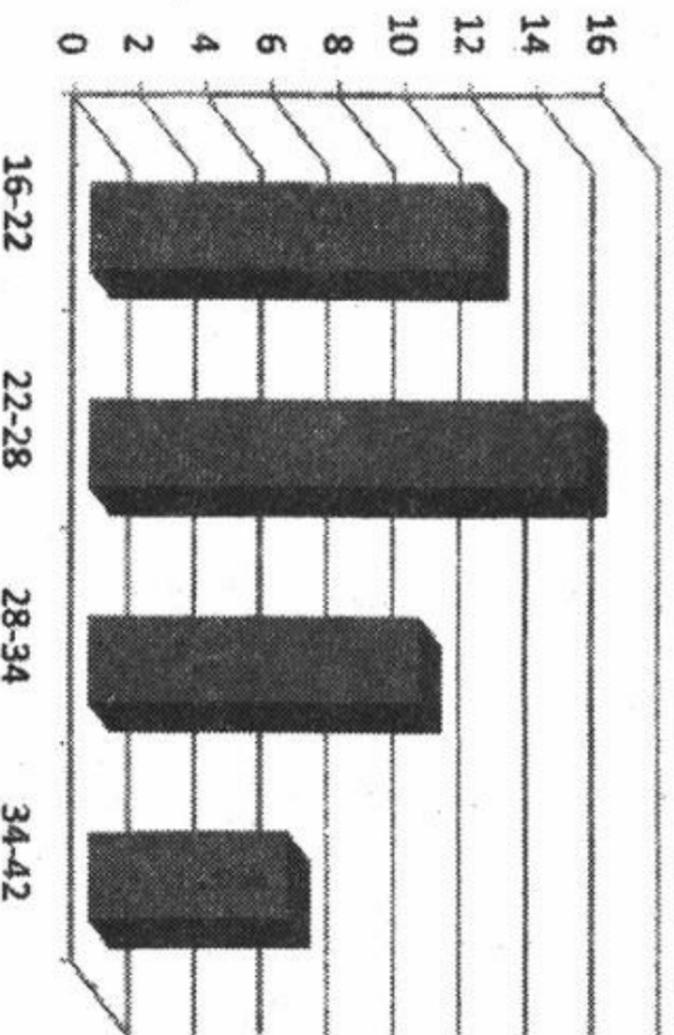
■ Пшеница

■ Овес

□ Гречиха

■ Просо

## Возраст участников



■ Число  
участников